doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2023.04.003

基于增广 Lyapunov 泛函的时变时滞 T-S 模糊系统稳定性分析

龙奕璇[1,2]，肖伸平[1,2]

（1. 湖南工业大学 电气与信息工程学院，湖南 株洲 412007；
2. 电传动控制与智能装备湖南省重点实验室，湖南 株洲 412007）

摘　要：针对含有时变时滞的 T-S 模糊系统进行稳定性分析。首先，利用线积分李雅普诺夫函数和增广李雅普诺夫泛函方法，构造一个包含更多有效信息的李雅普诺夫泛函，使增广向量中不仅包含了双重积分，还包括含时滞乘积项的双重积分。然后，采用一种估计精度更高的广义自由权矩阵不等式方法对泛函导数中的积分项进行界定，从而得到了保守性更小的稳定性判据。接着，对所得到的稳定性条件通过三阶矩阵不等式判定方法转化为线性矩阵不等式的形式。最后，采用两个数值算例验证所提出的稳定性判据的优势。

关键词：T-S 模糊系统；时变时滞；稳定性分析；矩阵多项式

中图分类号：TP13　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673-9833(2023)04-0014-06

引文格式：龙奕璇，肖伸平 . 基于增广 Lyapunov 泛函的时变时滞 T-S 模糊系统稳定性分析 [J]. 湖南工业大学学报，2023，37(4)：14-19.

Stability Analysis of T-S Fuzzy Systems with Time-Varying Delay Based on Augmented Lyapunov Functional

LONG Yixuan[1,2]，XIAO Shenping[1,2]

（1. College of Electrical and Information Engineering，Hunan University of Technology，Zhuzhou Hunan 412007，China;
2. Key Laboratory for Electric Drive Control and Intelligent Equipment of Hunan Province，Zhuzhou Hunan 412007，China）

Abstract：An analysis has been made of the stability of T-S fuzzy systems with a time-varying delay. Firstly, by using the line integral Lyapunov function as well as the augmented Lyapunov functional method, a Lyapunov functional with more effective information is constructed, so as to make it possible that the augmented vector includes not only double integrals, but also time-delay product double integrals. Secondly, a generalized free weight matrix inequality method with a higher estimation accuracy is adopted to define the integral term in the functional derivative, thus obtaining a less conservative stability criterion. Then, the stability conditions are transformed into linear matrix inequalities by the third order matrix inequalities. Finally, a verification of the advantages of the proposed stability criterion can be achieved by providing two numerical examples.

Keywords：T-S fuzzy system；time-varying delay；stability analysis；matrix polynomial

---

收稿日期：2022-09-27

基金项目：国家重点研发计划基金资助项目（2019YFE0122600）

作者简介：龙奕璇（1997-），女，湖南邵阳人，湖南工业大学硕士生，主要研究方向为时滞系统和 T-S 模糊系统，E-mail：lyxz1228@163.com

通信作者：肖伸平（1965-），男，湖南东安人，湖南工业大学教授，博士生导师，主要研究方向为电力系统，时滞系统及鲁棒控制，E-mail：xsph_519@163.com

1　研究背景

近几十年来，T-S 模糊模型得到了学者们的广泛研究，这是因为它通过将局部线性模型与模糊隶属函数相结合，可以有效地描述非线性系统 [1]。众所周知，T-S 模糊系统不可避免地会存在时滞现象，而时滞的存在可能会导致系统性能恶化或者不稳定，而系统的稳定性是保证控制系统正常运行的基石 [2–6]。因此，对 T-S 模糊系统中的时滞问题进行研究显得至关重要。

虽然对系统进行稳定性分析的方法有很多，但是能够有效地应用于线性、非线性、时不变和时变系统的方法只有李雅普诺夫泛函方法。基于该方法分析时滞系统的稳定性问题时，其首要任务是选择合适的李雅普诺夫泛函。常见的李雅普诺夫泛函构造方法包括增广李雅普诺夫泛函法 [7]、时滞分段李雅普诺夫泛函法 [8]，以及时滞乘积型李雅普诺夫泛函法 [9]。其次，需要对李雅普诺夫泛函求导后产生的积分项进行准确地估计。比较有效且流行的估计方法是积分不等式法，常用积分不等式主要包括 Jensen 不等式 [10]、Writinger 不等式 [11]、Bessel-Legendre 不等式 [12]、自由权矩阵积分不等式 [13]。目前，这些方法已被应用到时滞 T-S 模糊系统的研究中。例如，文献 [14] 采用了增广李雅普诺夫泛函方法与线积分李雅普诺夫函数的方法，研究了时变时滞 T-S 模糊系统的稳定性和镇定性问题，但是对泛函求导后的积分项进行估计时，仍然使用了具有一定保守性的 Writinger 不等式。文献 [15] 在李雅普诺夫泛函中引入了时滞乘积项，并且运用了改进逆凸不等式方法，放宽了泛函的正定条件。文献 [16] 采用二阶时滞乘积方法，在泛函中引入了二阶时滞乘积项，使构造的李雅普诺夫泛函包含更多的有效信息。由此可见，一个合适的李雅普诺夫泛函直接影响着系统稳定性判据的保守性。

综上所述，本文拟对时变时滞 T-S 模糊系统进行稳定性研究。为了得到较小保守性的稳定性判据，首先，利用增广李雅普诺夫泛函方法与线积分李雅普诺夫函数，构造一个能捕捉到更加有效时滞信息的泛函。然后，运用估计精度更高的广义自由权矩阵积分不等式方法处理由李雅普诺夫泛函求导后产生的积分项，从而得到了一个保守性更低的三阶时滞依赖的稳定条件。最后，通过三阶矩阵多项式的判定方法，将此稳定条件转化为线性矩阵不等式的形式。

整文采用如下标号，$\mathbf{R}^n$ 表示实数域的 n 维向量空间；$\mathbf{R}^{n\times m}$ 和 $\mathbf{S}^n$ 分别表示 $n\times m$ 维实矩阵和 $n\times n$ 对称矩阵；上标‘T’和‘−1’分别表示矩阵的转置和逆；diag{} 表示对角阵；**0** 表示具有适当维数的零矩阵；* 表示矩阵中的对称项；$\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{A}\}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$。

2　问题描述

考虑一个具有时滞的非线性系统，该系统可以用以下带有 IF-THEN 规则的时滞 T-S 模糊模型描述。

Rule i: IF $J_1(t)$ is $M_1^{\alpha_{i1}}$ and $\cdots$ and $J_n(t)$ is $M_n^{\alpha_{in}}$, THEN

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_i\ \ (t-h(t)),\quad \forall t\geqslant 0;\\ \boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{\psi}(t),\ t\in[-\bar{h},0],\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ r。\end{cases}\tag{1}$$

其中：$\boldsymbol{x}(t)\in\mathbf{R}^n$ 为系统的当前状态；$J_1(t), J_2(t), \cdots, J_n(t)$ 为输入状态变量；$\boldsymbol{A}_i$、$\boldsymbol{B}_i\in\mathbf{R}^n$ 为具有合适维度的系统矩阵；$M_j^{\alpha_{ij}}$ 为第 i 条规则中关于 $J_j(t)$ 的第 α_{ij} 个模糊集。比如：$\alpha_{ij}=\beta$ 表示在第 i 条规则中关于 $J_j(t)$ 的第 β 个模糊集 M_j^{β} 被使用。$i=\{1, 2, \cdots, r\}$；$\psi(t)$ 为系统的初始条件，时变时滞 $h(t)$ 是连续可微函数，并且满足

$$0\leqslant h(t)\leqslant \bar{h},\ \mu_1\leqslant \dot{h}\leqslant \mu_2。\tag{2}$$

因此，T-S 模糊时滞系统模型可以进一步描述为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\dfrac{\sum_{i=1}^{r}w_i(J(t))\left[\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{x}(t-h(t))\right]}{\sum_{i=1}^{r}w_i(J(t))}=\\ \quad\sum_{i=1}^{r}\rho_i(J(t))\left[\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{x}(t-h(t))\right];\\ \boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{\psi}(t),\ t\in[-\bar{h},0],\ i=1,2,\cdots,r。\end{cases}\tag{3}$$

式中：$w_i(J(t))=\prod_{j=1}^{n}v_{ij}\left(J_j(t)\right)$；其中 $v_{ij}(J_i(t))$ 为 $J_j(t)$ 属于模糊集合 $M_j^{\alpha_{ij}}$ 的隶属度；标准化的隶属度函数 $\rho_i(J(t))=\dfrac{w_i(J(t))}{\sum_{i=1}^{r}w_i(J(t))}$，满足 $\sum_{i=1}^{r}\rho_i(J(t))=1$，并且 $\rho_i(J(t))\geqslant 0$。

本文研究时变时滞 T-S 模糊系统的稳定性问题，主要目标是提出一个较小保守性的稳定性判据。在得出主要结果之前，先给出以下引理。

引理 1[17]　对于一个正定矩阵 $\boldsymbol{M}\in\mathbf{R}^n$，可导函数 $\boldsymbol{x}(\cdot)\in[\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2]\rightarrow\mathbf{R}^n$，存在矩阵 $\boldsymbol{N}\in\mathbf{R}^{3n\times 4n}$ 能使得下列不等式成立：

$$-\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\leqslant(\alpha_2-\alpha_1)\tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{M}}^{-1}\boldsymbol{N}\tilde{\boldsymbol{\xi}}+2\tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}\tilde{\boldsymbol{\xi}}。$$

式中：

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}}=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{x}(\alpha_2),\ \boldsymbol{x}(\alpha_1),\ \frac{1}{\alpha_2-\alpha_1}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s,\ \frac{1}{(\alpha_2-\alpha_1)^2}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\int_{\theta}^{\alpha_2}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}=\left[\tilde{\boldsymbol{e}}_1^{\mathrm{T}}-\tilde{\boldsymbol{e}}_2^{\mathrm{T}},\ \tilde{\boldsymbol{e}}_1^{\mathrm{T}}+\tilde{\boldsymbol{e}}_2^{\mathrm{T}}-2\tilde{\boldsymbol{e}}_3^{\mathrm{T}},\ \tilde{\boldsymbol{e}}_1^{\mathrm{T}}-\tilde{\boldsymbol{e}}_2^{\mathrm{T}}+6\tilde{\boldsymbol{e}}_3^{\mathrm{T}}-12\tilde{\boldsymbol{e}}_4^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\tilde{\boldsymbol{M}}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{M},3\boldsymbol{M},5\boldsymbol{M}\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{e}}_j=\left[\boldsymbol{0}_{n\times(j-1)},\ \boldsymbol{I}_n,\ \boldsymbol{0}_{n\times(4-j)n}\right],\ j=1,2,\cdots,4。$$

引理 2[18] 对于一个给定的三次函 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{y})=\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{y}^3+\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{y}^2+\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{y}+\boldsymbol{a}_0$，$\boldsymbol{a}_3$、$\boldsymbol{a}_2$、$\boldsymbol{a}_1$、$\boldsymbol{a}_0\in\mathbf{S}^p$，如果存在矩阵 $\boldsymbol{D}_1$、$\boldsymbol{D}_2\in\mathbf{R}^{p\times p}$ 使得下列不等式成立：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_1\left(\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{D}_1+\boldsymbol{D}_1^{\mathrm{T}}\right)+\boldsymbol{a}_0, & \dfrac{\boldsymbol{y}_1}{2}\boldsymbol{a}_2-\boldsymbol{D}_1+\boldsymbol{y}_1\boldsymbol{D}_2^{\mathrm{T}}\\ * & ,\ \boldsymbol{y}_1\boldsymbol{a}_3-\boldsymbol{D}_2-\boldsymbol{D}_2^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}<0;$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_2\left(\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{D}_1+\boldsymbol{D}_1^{\mathrm{T}}\right)+\boldsymbol{a}_0, & \dfrac{\boldsymbol{y}_2}{2}\boldsymbol{a}_2-\boldsymbol{D}_1+\boldsymbol{y}_2\boldsymbol{D}_2^{\mathrm{T}}\\ * & ,\ \boldsymbol{y}_2\boldsymbol{a}_3-\boldsymbol{D}_2-\boldsymbol{D}_2^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}<0,$$

则有 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{y})<0$ 对于任意的 $\boldsymbol{y}\in[\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2]$ 都成立。

3 主要结论

为了简化推导过程，定义以下符号。

$$\chi(t)=1-\dot{h}(t);$$

$$\boldsymbol{\varpi}_0(t)=\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t)),\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\bar{h})\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{\kappa}_1(t)=\int_{t-h(t)}^{t}\boldsymbol{x}(\delta)\mathrm{d}\delta;\ \boldsymbol{\kappa}_2(t)=\int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}(\delta)\mathrm{d}\delta;$$

$$\boldsymbol{\kappa}_3(t)=\frac{1}{h(t)}\int_{t-h(t)}^{t}\int_{s}^{t}\boldsymbol{x}(\delta)\mathrm{d}\delta\mathrm{d}s;$$

$$\boldsymbol{\kappa}_4(t)=\frac{1}{\bar{h}-h(t)}\int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)}\int_{s}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}(\delta)\mathrm{d}\delta\mathrm{d}s;$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varpi}_1(t)=\Big[&\boldsymbol{\varpi}_0^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{\kappa}_1^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{\kappa}_2^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{\kappa}_3^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{\kappa}_4^{\mathrm{T}}(t),\\&h(t)\boldsymbol{\kappa}_3^{\mathrm{T}}(t),\ (\bar{h}-h(t))\boldsymbol{\kappa}_4^{\mathrm{T}}(t)\Big]^{\mathrm{T}};\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\varpi}_2(s)=\left[\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s),\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\begin{aligned}\xi(t)=\Big[&\boldsymbol{\varpi}_0^{\mathrm{T}}(t),\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t-h(t)),\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t-\bar{h}),\frac{1}{h(t)}\boldsymbol{\kappa}_1^{\mathrm{T}}(t),\\&\frac{1}{\bar{h}-h(t)}\boldsymbol{\kappa}_2^{\mathrm{T}}(t),\frac{1}{h(t)}\boldsymbol{\kappa}_3^{\mathrm{T}}(t),\ \frac{1}{\bar{h}-h(t)}\boldsymbol{\kappa}_4^{\mathrm{T}}(t)\Big]^{\mathrm{T}};\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{e}_i=\left[\boldsymbol{0}_{n\times(i-1)n},\ \boldsymbol{I}_n,\ \boldsymbol{0}_{n\times(9-i)n}\right],\quad i=1,2,\cdots,9。$$

基于本文所构造的李雅普诺夫泛函可以得到了以下稳定性判据：

定理 1 对于给定的 $\bar{h}$、μ_1 和 μ_2，如果存在正定矩阵 $\boldsymbol{R}_i\in\mathbf{S}^n$，$\boldsymbol{W}\in\mathbf{S}^{9n}$，$\boldsymbol{P}_1$、$\boldsymbol{P}_2\in\mathbf{S}^{2n}$，$\boldsymbol{Q}_1$、$\boldsymbol{Q}_2\in\mathbf{S}^n$ 和矩阵 $\boldsymbol{N}_1$、$\boldsymbol{N}_2\in\mathbf{R}^{3n\times 9n}$，$\boldsymbol{F}_{k1}^i$、$\boldsymbol{F}_{k2}^i\in\mathbf{R}^{9n\times 9n}$，使得 $0\leqslant h(t)\leqslant\bar{h}$ 和 $\mu_1\leqslant\dot{h}(t)\leqslant\mu_2$ 时，对于所有的 $i=\{1,2,\cdots,r\}$ 和 $k=\{1,2\}$ 有下列不等式成立：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Psi}_0^i(\mu_k), & \sqrt{\bar{h}}\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}, & -\boldsymbol{F}_{k1}^j\\ * & -\hat{\boldsymbol{Q}}_2, & \boldsymbol{0}\\ * & * & -\boldsymbol{F}_{k2}^j-\boldsymbol{F}_{k2}^{j\mathrm{T}}\end{bmatrix}<0,\tag{4}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Delta}^i(\mu_k), & \sqrt{\bar{h}}\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}, & \bar{h}\boldsymbol{\Psi}_2^i(\mu_k)-\boldsymbol{F}_{k1}^i+\bar{h}\boldsymbol{F}_{k2}^{i\mathrm{T}}\\ * & -\hat{\boldsymbol{Q}}_1, & \boldsymbol{0}\\ * & * & \bar{h}\boldsymbol{\Psi}_3^i(\mu_k)-\boldsymbol{F}_{k2}^i-\boldsymbol{F}_{k2}^{i\mathrm{T}}\end{bmatrix}<0,\tag{5}$$

则模糊系统（3）在时滞条件（2）下是渐近稳定的。

式中：$\boldsymbol{\Delta}^i(\mu_k)=\bar{h}\left(\boldsymbol{\Psi}_1^i(\mu_k)+\boldsymbol{F}_{k_1}^i+\boldsymbol{F}_{k_1}^{i\mathrm{T}}\right)+\boldsymbol{\Psi}_0^i(\mu_k)$；

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Psi}_1^i(\dot{h}(t))=&\mathrm{Sym}\left\{\boldsymbol{E}_{1a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Gamma}_{1b}^i+\boldsymbol{E}_{1b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Gamma}_{1a}^i\right\}-\\&\bar{h}\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}_2-\boldsymbol{Q}_1\right)\boldsymbol{e}_4;\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_2^i(\dot{h}(t))=\mathrm{Sym}\left\{\boldsymbol{E}_{1b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Gamma}_{1b}^i+\boldsymbol{E}_{1c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Gamma}_{1a}^i\right\};$$

$$\boldsymbol{\Psi}_3^i(\dot{h}(t))=\mathrm{Sym}\left\{\boldsymbol{E}_{1c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Gamma}_{1b}^i\right\};$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Psi}_0^i(\dot{h}(t))=&\mathrm{Sym}\left\{\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{e}_{si}+\boldsymbol{E}_{1a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Gamma}_{1a}^i+\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}_1+\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}_2\right\}+\\&\dot{\chi}(t)\boldsymbol{E}_3^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{P}_2-\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{E}_3+\boldsymbol{E}_2^{i\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{E}_2^i-\boldsymbol{E}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{E}_4+\\&\bar{h}\boldsymbol{e}_{si}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{e}_{si}+\bar{h}\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}_2-\boldsymbol{Q}_1\right)\boldsymbol{e}_4;\end{aligned}$$

其中：

$$\boldsymbol{E}_{1a}=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}},\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}},\boldsymbol{0},\bar{h}\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}},\boldsymbol{0},\bar{h}\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}},\boldsymbol{0},\bar{h}^2\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{E}_{1b}=\left[\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}},-\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}},\boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}},-\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}},\boldsymbol{0},-2\bar{h}\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{E}_{1c}=\left[\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}},\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{E}_2^i=\left[\boldsymbol{e}_{si}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{E}_3^{\mathrm{T}}=\left[\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}},\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{E}_4^{\mathrm{T}}=\left[\boldsymbol{e}_5^{\mathrm{T}},\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Gamma}_{1a}^i=\Big[&\boldsymbol{e}_{si}^{\mathrm{T}},\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}},\boldsymbol{e}_5^{\mathrm{T}},\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}},-\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}},\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}},-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}},\\&\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}-\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}},\ \dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}+\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}},\\&\boldsymbol{0},\ \bar{h}\left(\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}\right)\Big]^{\mathrm{T}};\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{1b}^i=\left[\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}},\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}-\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_1=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-2\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}+6\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}-12\boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_2=\left[\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}-2\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}+6\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}-12\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\hat{\boldsymbol{Q}}_k=\mathrm{diag}\left\{\boldsymbol{Q}_k,3\boldsymbol{Q}_k,5\boldsymbol{Q}_k\right\};\ \boldsymbol{e}_{si}=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{e}_2。$$

证明 首先，构造如下李雅普诺夫泛函：

$$V(t)=V_a(t)+V_b(t)+V_c(t)+V_d(t)。$$

其中：

$$V_a(t)=2\int_{\Gamma(0,x)}f(\boldsymbol{\varphi})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{\varphi};$$

$$V_b(t)=\boldsymbol{\varpi}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{W}\boldsymbol{\varpi}_1(t);$$

$$V_c(t)=\int_{t-h(t)}^{t}\boldsymbol{\varpi}_2^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{\varpi}_2(s)\mathrm{d}s+\int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)}\boldsymbol{\varpi}_2^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{\varpi}_2(s)\mathrm{d}s;$$

$$V_d(t)=\int_{t-h(t)}^{t}(\bar{h}-t+s)\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}_1\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s+\int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)}(\bar{h}-t+s)\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s。$$

式中：$\boldsymbol{\Gamma}(0, x)$ 为从原点到当前状态的路径；(・) 为向量内积；$\boldsymbol{\varphi}$ 为积分向量；$\mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}$ 为无穷小位移向量；被积函数 $f(x(t))=\boldsymbol{R}_i x(t)$。

更多关于线积分 $V_a(t)$ 的细节见文献 [19]。

对泛函 $V(t)$ 求导可得：

$$\dot{V}_a(t)=2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}_i\dot{\boldsymbol{x}}(t);\ \dot{V}_b(t)=2\boldsymbol{\varpi}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\varpi}}_1(t);$$

$$\dot{V}_c(t)=\boldsymbol{\varpi}_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{\varpi}_2(t)-\boldsymbol{\varpi}_2^{\mathrm{T}}(t-\bar{h})\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{\varpi}_2(t-\bar{h})+(1-\dot{h}(t))\boldsymbol{\varpi}_2^{\mathrm{T}}(t-h(t))(\boldsymbol{P}_2-\boldsymbol{P}_1)\boldsymbol{\varpi}_2(t-h(t));$$

$$\dot{V}_d(t)=\bar{h}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}_1\dot{\boldsymbol{x}}(t)+(1-\dot{h}(t))(h-h(t))\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\times(\boldsymbol{Q}_2-\boldsymbol{Q}_1)\dot{\boldsymbol{x}}(t-h(t))-\int_{t-h(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}_1\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s-\int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s。$$

对于 $V(t)$ 中的积分项，使用引理 1 可得

$$-\int_{t-h(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}_1\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s-\int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\leqslant \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\left\{\mathrm{Sym}\left\{\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}_1+\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}_2\right\}+h(t)\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{Q}}_1^{-1}\boldsymbol{N}_1+(\bar{h}-h(t))\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{Q}}_2^{-1}\boldsymbol{N}_2\right\}\boldsymbol{\xi}(t)。\tag{6}$$

应用不等式（6），$\dot{V}(t)$可以进一步处理为

$$\dot{V}(t)\leqslant\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\left\{h^{\sigma}(t)\boldsymbol{\Psi}_{\sigma}^{(i)}(\dot{h}(t))+\bar{h}\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{Q}}_2^{-1}\boldsymbol{N}_2+h(t)\left(\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{Q}}_1^{-1}\boldsymbol{N}_1-\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{Q}}_2^{-1}\boldsymbol{N}_2\right)\right\}\boldsymbol{\xi}(t),$$

其中$\boldsymbol{\Psi}_{\sigma}^{(i)}(\dot{h}(t))$、$\sigma=\{0, 1, 2, 3\}$ 定义在定理 1 中。

应用引理 2 和 Schur 补引理可得，若线性矩阵不等式（4）~（5）成立，则有$\dot{V}(t)\leqslant 0$。因此时滞 T-S 模糊系统（3）在时滞条件（2）下是渐近稳定的，证明完毕。

注释　定理 1 是基于一个新颖的李雅普诺夫泛函 $V(t)$ 获得的。$V(t)$ 中的线积分李雅普诺夫函数 $V_a(t)$ 和增广李雅普诺夫函数 $V_b(t)$，对降低稳定性判据保守性起到了一定的作用。这是因为 $V_a(t)$ 在不同的模糊规则下考虑了不同的李雅普诺夫矩阵 $\boldsymbol{R}_i$，$V_b(t)$ 的增广向量中不仅考虑了双重积分 $\boldsymbol{\kappa}_3(t)$、$\boldsymbol{\kappa}_4(t)$，还考虑了双重积分项 $h(t)\boldsymbol{\kappa}_3(t)$、$(\bar{h}-h(t))\boldsymbol{\kappa}_4(t)$，这使得更多的交叉项时滞信息被考虑进李雅普诺夫泛函。

为了说明线积分李雅普诺夫函数 $V_a(t)$ 和增广李雅普诺夫函数 $V_b(t)$ 的优势，将 $V_a(t)$ 和$\boldsymbol{\varpi}_1(t)$ 中的 $h(t)\boldsymbol{\kappa}_3(t)$、$((\bar{h}-h(t))\boldsymbol{\kappa}_4(t)$ 去除，可得到如下推论。

推论 1　对于给定的$\bar{h}$、μ_1 和 μ_2，如果存在矩阵 $\boldsymbol{W}\in\mathbf{S}^{7n}$，$\boldsymbol{P}_1$、$\boldsymbol{P}_2\in\mathbf{S}^{2n}$，$\boldsymbol{Q}_1$、$\boldsymbol{Q}_2\in\mathbf{S}^{n}$ 和 $\boldsymbol{N}_1$、$\boldsymbol{N}_2\in\mathbf{R}^{3n\times 9n}$，使得 $0\leqslant h(t)\leqslant\bar{h}$ 和 $\mu_1\leqslant\dot{h}(t)\leqslant\mu_2$ 时，对于所有的 $i=\{1, 2, \cdots, r\}$ 和 $k=\{1, 2\}$ 有下列不等式成立：

$$\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{\Psi}}_0^{i}(\mu_k), & \sqrt{\bar{h}}\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\\ * & , -\hat{\boldsymbol{Q}}_2\end{bmatrix}<0;\tag{7}$$

$$\begin{bmatrix}\bar{h}\bar{\boldsymbol{\Psi}}_1^{i}(\mu_k)+\bar{\boldsymbol{\Psi}}_0^{i}(\mu_k), & \sqrt{\bar{h}}\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\\ * & , -\hat{\boldsymbol{Q}}_1\end{bmatrix}<0,\tag{8}$$

则模糊系统（3）在时滞条件（2）下是渐近稳定的。

其中：

$$\bar{\boldsymbol{\Psi}}_0^{i}(\dot{h}(t))=\mathrm{Sym}\left\{\bar{\boldsymbol{E}}_{1a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Gamma}_1^{i}+\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}_1+\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}_2\right\}+\boldsymbol{E}_2^{i\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{E}_2^{i}+\bar{h}\boldsymbol{e}_{si}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{e}_{si}+\dot{\chi}(t)\boldsymbol{E}_3^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_2-\boldsymbol{P}_1)\boldsymbol{E}_3-\boldsymbol{E}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{E}_4+\bar{h}\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}_2-\boldsymbol{Q}_1)\boldsymbol{e}_4;$$

$$\bar{\boldsymbol{\Psi}}_1^{i}(\dot{h}(t))=\mathrm{Sym}\left\{\bar{\boldsymbol{E}}_{1b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Gamma}_1^{i}\right\}-\bar{h}\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}_2-\boldsymbol{Q}_1)\boldsymbol{e}_4;$$

$$\bar{\boldsymbol{E}}_{1a}=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{0}, \bar{h}\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{0}, \bar{h}\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\bar{\boldsymbol{E}}_{1b}=\left[\boldsymbol{0}, \boldsymbol{0}, \boldsymbol{0}, \boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}, -\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}}, -\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_1^{i}=\left[\boldsymbol{e}_{sj}^{\mathrm{T}}, \dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{e}_5^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}, \dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}-\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}}, \dot{\chi}(t)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}+\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}。$$

4　数值实例

本节中，将提供两个数值实例来验证所使用方法的优越性和有效性。

例 1　考虑带有以下系统矩阵的系统（3）：

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}-3.2, & 0.6\\ 0 & , -2.1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}1, & 0.9\\ 0, & 2\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}-1, & 0\\ 1 & , -3\end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}_2=\begin{bmatrix}0.9, & 0\\ 1 & , 1.6\end{bmatrix}。$$

对于不同的时滞导数上界 $\mu=\mu_1=-\mu_2$，表 1 列出了基于定理 1、推论 1 和其他现有稳定性判据所得到的最大允许时滞上界 $\bar{h}$，其结果如表 1 所示。

表 1　例 1 中不同 μ 下得到的最大时滞允许上界

Table 1　Maximum allowable upper bound of delays with different μ values in example 1

方法	μ		
	0	0.1	0.50
文献 [20]	4.353 9	3.551 8	2.320 4
文献 [21]	4.37	3.41	1.95
文献 [22]	4.42	3.42	2.02
文献 [14]	5.582 6	4.204 4	2.068 5
文献 [23]	5.639 8	4.351 5	2.747 6
定理 1	5.689 7	4.518 4	2.925 3
推论 1	4.420 3	3.624 6	2.370 8

从表 1 可以看出，定理 1 计算出的最大时滞允许

上界最大，这说明本文提出的稳定性判据具有较小的保守性。通过比较定理 1 和推论 1 的数值结果可与看出，基于定理 1 所得到的最大允许时滞上界更大，这说明了本文引入的线积分李雅普诺夫函数 $V_a(t)$ 和增广李雅普诺夫函数 $V_b(t)$ 有利于降低稳定性判据的保守性。

例 2　考虑带有下列系统矩阵的系统（3）：

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}2.0, & 0\\ 0, & -0.9\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}-1.0, & 0\\ -1.0, & -1.0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}-1.5, & 1.0\\ 0, & -0.75\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}_2=\begin{bmatrix}-1.0, & 0\\ 1.0, & -0.85\end{bmatrix}。$$

表 2 列出了通过各种方法计算出的最大允许延迟上界。不难看出，对于不同的时滞上界导数 $\mu=\mu_1=-\mu_2$，基于定理 1 所得到的最大允许时滞上界高于其它的稳定性判据，这再次说明本文所提出的方法且具有一定的优越性。

表 2　例 2 中不同的 μ 下得到的最大时滞允许上界

Table 2　Maximum allowable upper bound of delays with different μ values in example 2

方法	μ		
	0.2	0.4	0.6
文献 [24]	1.640 9	1.458 8	1.390 5
文献 [20]	1.780 5	1.533 9	1.408 2
文献 [23]	1.872 8	1.651 7	1.520 5
定理 1	2.214 3	2.008 1	1.866 2
推论 1	1.818 5	1.574 5	1.451 3

5　结语

采用李雅普诺夫理论对含有时变时滞的 T-S 模糊系统进行稳定性分析。通过构造一个包含更多时滞有效信息的李雅普诺夫泛函，并结合估计精度更高的广义自由权矩阵积分不等式，得到了一个新的保守性更低的稳定性判据。再利用三阶矩阵不等式方法将其转化为线性矩阵不等式的形式。最后，通过两个实例验证了本文方法的优越性。

参考文献：

[1]　TAKAGI T，SUGENO M. Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control[J]. IEEE Transactions on Systems，Man，and Cybernetics，1985，SMC-15(1)：116–132.

[2]　陈　刚，王　信 . 分析时变时滞系统稳定性的新判据 [J]. 湖南工业大学学报，2017，31(1)：60–63.
CHEN Gang，WANG Xin. A New Criterion for the Stability Analysis of Time Varying Delay Systems[J]. Journal of Hunan University of Technology，2017，31(1)：60–63.

[3]　王　宁，孟宪尧 . 输入采用一般模糊划分的 T-S 模糊控制系统稳定性分析 [J]. 自动化学报，2008，34(11)：1441–1445.
WANG Ning，MENG Xianyao. Stability Analysis of T-S Fuzzy Control System with Inputs Using General Fuzzy Partition[J]. Acta Automatica Sinica，2008，34(11)：1441–1445.

[4]　肖伸平，曾红兵 . 中立型时变时滞系统时滞相关稳定性 [J]. 湖南工业大学学报，2009，23(4)：58–61，2.
XIAO Shenping，ZENG Hongbing. On Delay-Dependent Stability of Neutral Systems with Time-Varying Delay[J]. Journal of Hunan University of Technology，2009，23(4)：58–61，2.

[5]　尹宗明，姜偕富 . T-S 模糊时变时滞系统的稳定性分析 [J]. 控制工程，2015，22(3)：481–485.
YIN Zongming，JIANG Xiefu. Stability Analysis of T-S Fuzzy Systems with Time-Varying Delay[J]. Control Engineering of China，2015，22(3)：481–485.

[6]　陈　云，陈　刚 . 时变时滞 T-S 模糊系统稳定性分析 [J]. 湖南工业大学学报，2019，33(4)：31–35.
CHEN Yun，CHEN Gang. Stability Analysis of T-S Fuzzy System with Time-Varying Delays[J]. Journal of Hunan University of Technology，2019，33(4)：31–35.

[7]　ZHANG X M，HAN Q L，SEURET A，et al. An Improved Reciprocally Convex Inequality and an Augmented Lyapunov-Krasovskii Functional for Stability of Linear Systems with Time-Varying Delay[J]. Automatica，2017，84：221–226.

[8]　WANG S Q，JI W，JIANG Y L，et al. Relaxed Stability Criteria for Neural Networks with Time-Varying Delay Using Extended Secondary Delay Partitioning and Equivalent Reciprocal Convex Combination Techniques[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems，2020，31(10)：4157–4169.

[9]　ZHANG C K，HE Y，JIANG L，et al. Delay-Variation-Dependent Stability of Delayed Discrete-Time Systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2016，61(9)：2663–2669.

[10]　GU K. An Integral Inequality in the Stability Problem of Time-Delay Systems[C]//Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control. Sydney：IEEE，2002：2805–2810.

[11]　SEURET A，GOUAISBAUT F. Wirtinger-Based Integral Inequality：Application to Time-Delay Systems[J]. Automatica，2013，49(9)：2860–2866.

[12]　SEURET A，GOUAISBAUT F. Hierarchy of LMI Conditions for the Stability Analysis of Time-Delay Systems[J]. Systems & Control Letters，2015，81：1–7.

[13]　ZENG H B，HE Y，WU M，et al. Free-Matrix-Based

Integral Inequality for Stability Analysis of Systems with Time-Varying Delay[J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2015，60(10)：2768−2772.

[14] KWON O M，PARK M J，PARK J H，et al. Stability and Stabilization of T-S Fuzzy Systems with Time-Varying Delays via Augmented Lyapunov-Krasovskii Functionals[J]. Information Sciences，2016，372：1−15.

[15] LIAN Z，HE Y，WU M. Stability and Stabilization for Delayed Fuzzy Systems via Reciprocally Convex Matrix Inequality[J]. Fuzzy Sets and Systems，2021，402：124−141.

[16] QIU Y F，PARK J H，HUA C C，et al. Stability Analysis of Time-Varying Delay T-S Fuzzy Systems via Quadratic-Delay-Product Method[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems，2022，31(1)：129−137.

[17] ZENG H B，LIU X G，WANG W. A Generalized Free-Matrix-Based Integral Inequality for Stability Analysis of Time-Varying Delay Systems[J]. Applied Mathematics and Computation，2019，354：1−8.

[18] ZHANG X M，HAN Q L，Ge X H. Sufficient Conditions for a Class of Matrix-Valued Polynomial Inequalities on Closed Intervals and Application to H_∞ Filtering for Linear Systems with Time-Varying Delays[J]. Automatica，2021，125：109390.

[19] RHEE B J，WON S. A New Fuzzy Lyapunov Function Approach for a Takagi-Sugeno Fuzzy Control System Design[J]. Fuzzy Sets and Systems，2006，157(9)：1211−1228.

[20] LIAN Z，HE Y，ZHANG C K，et al. Stability Analysis for T-S Fuzzy Systems with Time-Varying Delay via Free-Matrix-Based Integral Inequality[J]. International Journal of Control，Automation and Systems，2016，14(1)：21−28.

[21] ZENG H B，PARK J H，XIA J W，et al. Improved Delay-Dependent Stability Criteria for T-S Fuzzy Systems with Time-Varying Delay[J]. Applied Mathematics and Computation，2014，235：492−501.

[22] LIAN Z，HE Y，ZHANG C K，et al. Further Robust Stability Analysis for Uncertain Takagi-Sugeno Fuzzy Systems with Time-Varying Delay via Relaxed Integral Inequality[J]. Information Sciences，2017，409/410：139−150.

[23] LI G，PENG C，XIE X，et al. On Stability and Stabilization of T-S Fuzzy Systems with Time-Varying Delays Via Quadratic Fuzzy Lyapunov Matrix[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems，2022，30(9)：3762−3774.

[24] DATTA R，DEY R，BHATTACHARYA B. Improved Delay-Range-Dependent Stability Condition for T-S Fuzzy Systems with Variable Delays Using New Extended Affine Wirtinger Inequality[J]. International Journal of Fuzzy Systems，2020，22(3)：985−998.

（责任编辑：申　剑）