

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2020.03.013

# 基于 VaR 和 ES 模型的中国公司债券 下行风险度量研究

龙雨晴

(深圳大学 经济学院, 广东 深圳 518052)

**摘要:** 针对中国公司债券具有行业、期限、类型等差异性, 收益率和交易量数据突发性和不连续性、不确定性等特点, 研究公司债券下行风险计算方法, 并分析其与收益的关系。通过对中国公司债券特点的研究分析, 确定债券筛选和数据处理原则, 应用历史模拟法建立条件风险价值 VaR 和 ES 模型, 采用失败频率法检验和比较模型的有效性, 根据分段组合投资的下行风险分析风险与收益的关系。研究表明, VaR 与 ES 模型在不同置信水平下, 总体符合有效度量下行风险的要求, ES 模型失败比例相对较低; 中国公司债券按 ES 分段投资组合结果表明, 每组平均收益与 ES 正相关。

**关键词:** 公司债券; VaR 模型; ES 模型; 下行风险; 组合收益

**中图分类号:** F830.91

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2020)03-0088-06

**引文格式:** 龙雨晴. 基于 VaR 和 ES 模型的中国公司债券下行风险度量研究 [J]. 湖南工业大学学报, 2020, 34(3): 88-93.

## Research on Downside Risk Measurement of Chinese Corporate Bonds Based on VaR and ES Model

LONG Yuqing

(School of Economics, Shenzhen University, Shenzhen Guangdong 518052, China)

**Abstract:** In view of such characteristics of Chinese corporate bonds as variance in industries' terms' types, unexpected fluctuation in rate of return and trading volume with its discontinuity and uncertainty, etc., an inquiry has been made into the method for calculating the downside risk of corporate bonds, followed by an analysis of the relationship between the risk and the returns. Based on the research and analysis of the characteristics of Chinese corporate bonds, the principles of bond screening and data processing can be determined, with the conditional VaR and ES models to be established by using the historical simulation method, the effectiveness of the models to be tested and compared by using the failure frequency method, and the relationship between risk and return to be analyzed according to the downside risk of the segmented portfolio investment. The Research results show that the VaR and ES models meet the requirements for an effective measurement of the downside risk under different confidence levels, with the ES model failure ratio being relatively low. Meanwhile, the results of the Chinese corporate bond segmentation portfolio show that the average return of each group is positively correlated with ES.

**Keywords:** corporate bond; VaR model; ES model; downside risk; portfolio returns

收稿日期: 2019-05-30

作者简介: 龙雨晴 (1995-), 女, 湖南株洲人, 深圳大学硕士生, 主要研究方向为债券金融, E-mail: 1026111064@qq.com

## 1 研究背景

随着我国公司债券市场的迅速发展, 债券收益波动随交易的频繁越来越大, 债券风险成为发行方、投资方以及金融监管部门关注的重点。针对债券在不同变化时存在显著的市场风险和特征, 对风险进行有效度量, 可为政府和投资者提供管理和决策依据。根据 J. Bai 等<sup>[1]</sup>对公司债券横截面收益的影响因素研究, 发现下行风险是未来债券收益的最强预测因子。下行风险是一种在市场普遍下行时个债所遭受的非对称风险, 度量下行风险的工具比较多, 但大多停留在理论层面, 实际操作存在很大难度, 因此, 公司债券下行风险的可行度量是急待解决的问题。

因为我国债券市场发展不完善, 针对债券下行风险的研究很少, 一般借用股票的分析方法。目前, 国内学者对股票下行风险的研究成果相对较多, 谢尚宇等<sup>[2]</sup>基于 ARCH-Expectile 方法对 VaR (Value-at-Risk) 和 ES (expected shortfall) 进行了度量。在下行风险与收益率间关系层面, 陈国进等<sup>[3]</sup>、胡志军<sup>[4]</sup>借鉴 B. Kelly 等<sup>[5]</sup>的研究方法, 基于极值理论和尾部幂指数分布统计量对下行风险进行衡量, 研究发现下行风险在股票横截面收益率中具有定价作用。王明哲<sup>[6]</sup>通过引入 Copula 函数改进传统的 VaR 方法, 建立新的风险度量工具 Copula-VaR 模型, 并得出新模型能够更好地衡量资产组合风险的结论。魏艳华等<sup>[7]</sup>研究了蒙特卡洛积分法及其改进方法, 提出了进一步改进的基本思路与原则。M. Lettau 等<sup>[8]</sup>发现下行风险资本资产定价模型 (capital asset pricing model, DR-CAPM) 可以对货币收益和其他一些资产收益的截面进行定价, 但没有发现任何证据表明下行  $\beta$  系数与公司债券收益正相关。A. Ang 等<sup>[9]</sup>所测量的下行  $\beta$ , 以风险价值衡量极端整体的下行风险, 而不是系统性下行风险。以上研究基本上是针对股票的, 虽然影响公司债券风险因素在某些方面和股票是共同的, 例如整体的政治环境、经济环境, 包括贸易战、金融危机甚至疫情等宏观因素, 但是公司债券相对于股票来说有自身的特点, 主要体现在公司股票的种类比较多, 而且公司债券是按项目发行, 种类不同、项目不同的债券之间差异性很大; 再者公司债券的发行规模小, 且为少数机构大量持有, 当这些机构交易时, 会引发交易量的突变, 而且总体经济环境的变化, 例如银行利率的变化, 对交易量也会产生较大影响, 从而引起交易的不确定性; 还有公司债券的日交易不频繁, 有时甚至几天无交易, 但在付息前后收益指数和价格变化大, 交易量相对增加。以上因素造成了

公司债券数据相对股票来说具有个债之间的差异性、数据突发性和交易不连续性、不确定性等特点, 因此如果能将债券数据处理成类似股票数据平滑的特点, 就可以借鉴股票的下行风险度量方法。所以要有效度量公司债券的下行风险, 探索一种对公司债券的数据处理方法是关键的。

本文首先根据公司债券数据的特性确定样本的筛选与数据处理方案, 应用金融领域传统的风险度量方法 VaR 和 ES 对中国公司债券进行度量, 并检验和比较模型的有效性, 分析投资组合的收益, 以期找到公司债券下行风险与收益的关系。

## 2 债券样本筛选

我国公司股票的种类较多, 按发行期限可分为短期债券、中长期债券和长期债券; 按发行方式可分为公募债券和私募债券; 按债券票面利率是否变动, 可分为固定利率债券、浮动利率债券和累进利率债券等。不同类型的债券, 数据特点也有差别。为对公司债券进行风险度量和模型有效性检验, 在筛选数据样本时采用以下原则:

1) 以 5~10 a 的公司债券为主要研究对象。因为长期债券交易少、价格波动小、数据变化小, 分析的意义不大。而短期的债券因为数据少, 不利于建模和检验模型的有效性。

2) 剔除未公开市场上市或交易的债券, 包括通过私募发行的债券。剔除结构性票据、抵押贷款支持债券或资产支持债券、机构支持债券或股票挂钩债券。

3) 去掉可转换债券, 因为这个选项会扭曲收益计算, 使得无法比较可转换债券和不可转换债券的收益。

4) 去除具有浮动息票率的债券, 这意味着样本仅包含具有固定息票或零息票的债券。考虑到跟踪浮动息票债券现金流的难度, 在考虑债券收益率计算准确性的基础上应用了该规则。

5) 删除到期时间少于 1 a 的债券。

6) 删除已取消的交易记录, 并调整随后更正或撤消的记录。

7) 剔除交易期内波动率极小的债券。

## 3 下行风险的计算及有效性检验

中国公司债券市场属于新兴资本市场, 资本结构尚不合理, 市场规模远不如股票市场, 发行公司债券的公司在支付息票和本金方面存在潜在的违约风险, 比国债风险高, 在法律环境、评级制度和流动性方面, 也远远落后于股票市场。

债券市场参与者主要是保险公司、养老基金和共同基金等机构投资者。许多债券持有人是长期投资者，他们通常遵循买入和持有策略。因此，与股票市场相比，公司债券市场的流动性较低，债券持有人对下行风险更为敏感。

因为公司债券多为大型机构的中长期投资，交易不活跃，导致日数据不连续，在债券付息前后价格波动比较大，国债调息、国际环境等市场波动因素对债券价格也存在影响；债券的收益率不服从经典的正态分布假设，具有厚尾性。

在研究债券下行风险度量及其有效性检验中，以及个债或债券组合的下行风险与其收益相关关系中，课题组采用自变量为下行风险，因变量为个债或债券组合收益。

### 3.1 基于 VaR 下行风险计算

传统的风险价值 VaR 主要考察金融资产收益的尾部特性，通过求 VaR 值来提供一些不经常发生、但又不应该忽略的极端事件信息，从而对可能遭受的重大损失采取防范措施。因此，运用 VaR 对下行风险进行度量，是目前公司债券下行风险测度的一个行之有效的有效的方法。

假设  $Z_T(W)$  为投资资产组合  $W$  在持有期  $T$  内的损益，有

$$\text{Prob}\{Z_T(W) \leq -\text{VaR}(Z)\} = 1 - \alpha.$$

式中： $\alpha$  为置信水平，且  $0 < \alpha < 1$ ； $\text{VaR}(Z)$  为资产组合  $W$  在持有期  $T$  内的损失上限，一般取正值。

如果已知  $F_R(r)$  是投资组合  $W$  在  $[0, T]$  内收益率  $R_T = Z_T/W$  的分布，则可得该投资组合收益率分布的  $\alpha$  分位数为

$$r_\alpha = \sup\{r | \text{Prob}(R \leq r) \leq \alpha\};$$

$$\text{VaR}(Z) = -r_\alpha W.$$

VaR 的优点是将风险量化，但该模型不满足一致性风险指标。一致性风险测度用来区分现代风险测量指标和一致性风险测量指标，一致性的 4 个性质为单调性、正齐次性、平移不变性和次可加性。

根据一致性风险测度的概念，P. Artzner 等学者们针对 VaR 的不足，提出预期损失模型 (expected shortfall) [10-11]，ES 风险度量是在 VaR 的基础上进一步考虑了当投资组合遭受极端情况时的平均损失程度。ES 是指小于预先给定的分位数对应收益的尾部损失的平均值。

假设某投资组合在未来一定时间内的收益率为  $R$ ， $f(R)$  为其概率密度函数，那么对于给定的置信区间  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ )，其期望损失 ES 为

$$ES = -E(R | R < q(\alpha)) = -\alpha^{-1} \int_{-\infty}^q r f(r) dr,$$

式中  $q(\alpha)$  为  $R$  的下侧分位数。

无论概率函数是否连续，ES 模型都可以保持一致性风险度量。而且对于收益率  $R$  的分布没有限制，较好地解决了 VaR 不能描述离散风险的缺陷。因为降低了低估值组合风险的可能，ES 模型被广泛用于金融领域的风险度量及风险控制。

### 3.2 模型有效性检验

检验模型有效性的方法主要有失败频率检验法、区间预测法、方差检验法、分布预测法、风险轨迹检验法和超额损失大小等检验方法。其中失败频率检验法比较直观、有效，因此，课题组将采用其作为模型准确性检验方法。

失败频率通过比较实际损失和模型估算值来检验模型对风险预估的有效性，若实际值超过估计值，即低估了风险，记为失败；反之，则高估了风险，记为成功。假设在置信水平为  $1 - \alpha$ ，样本区间天数为  $T$  情况下， $N$  为失败的天数，则失败率为  $P = N/T$ ，其检验可表达为

$$LR = -2 \ln[(1-p)^{T-P} P^N] + 2 \ln[1 - (N/T)^T - N(N/T)^T],$$

其中统计量  $LR$  服从卡方分布。这种方法的有效性依赖于样本容量。若模型正确，则样本容量越大， $P - \alpha$  将越小；如果样本容量增加，但是  $P - \alpha$  却越大，则模型可能存在缺陷。

在本研究中，将采用历史模拟法来计算 VaR 和 ES。鉴于不是所有的金融商品都能够获取其全部历史交易资料，所以根据金融商品的风险因子在过去某段时间内的风险收益频率分布，结合历史资料计算其收益率，然后组成目前持有资产的投资组合，重新构建出历史损益分配，继续重复这一步骤，分析期间的每个交易日，如果出现重复的历史变化，则能够重新构建该资产组合未来报酬的损益分配。

### 3.3 公司债券数据处理

因为公司债券日交易数据的不连续性，不便于直接计算 VaR 或 ES，故将债券价格从日收益转换为月收益来计算，这样可使得数据更平滑。具体思路如下：

1) 没有付息月，就取该月最后 5 个交易日的收益率数据；

2) 有付息月，则根据具体的付息时间，如果付息后，这个月还有多于 5 个交易日，那么就取最后 5 个交易日的收益率数据，收益直接计入该月；如果付息后，这个月不足 5 个交易日，就取付息前 5 个交易日，付息收益则计入下个月。

以  $P_t$  代表第  $t$  期债券指数， $R_t$  代表第  $t-1$  期至第  $t$  期的收益率。采取对数收益率定义  $R_t$ ，即令

$$R_t = \log P_t - \log P_{t-1}.$$

计算过程中，以包括  $t$  期的 200 个日数据对参

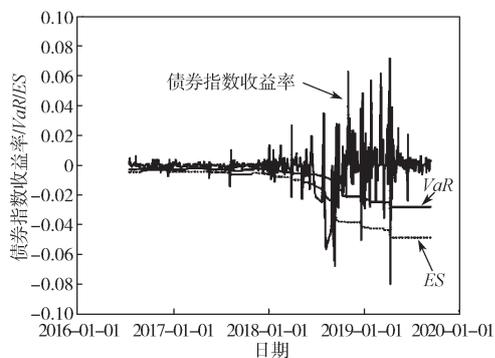
数进行估计, 得到参数的估计值, 再根据计算公式求出  $t+1$  期的 VaR 或 ES 值。固定估计样本窗口大小为 200, 进行滚动窗口估计, 由此得到 405 个模拟的 VaR 或 ES 值。

### 4 实证结果及分析

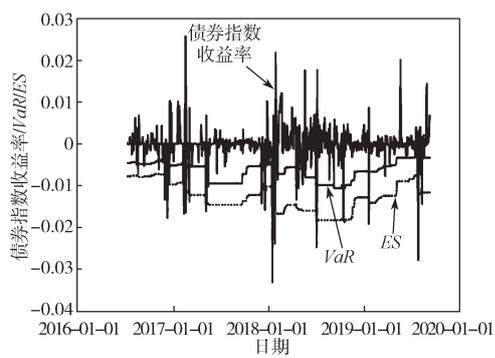
根据对我国债券市场波动性分析, 可知交易所债券对市场起主导作用。因此以沪深证券交易所上市的公司债券为研究对象, 样本区间为 2015-01-01—2019-06-30, 数据来源于国泰安数据库。采用 Matlab 编程计算下行风险的预测值。

#### 4.1 单支公司债券下行风险计算

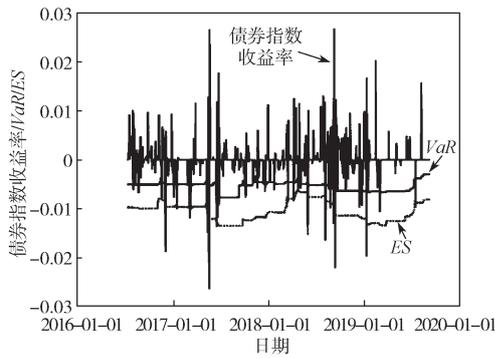
以 122071、112240、122168、122643 债券为例, 日期从 2015-09—2019-08, 按日计算 VaR 值和 ES 值, 其结果如图 1 所示。



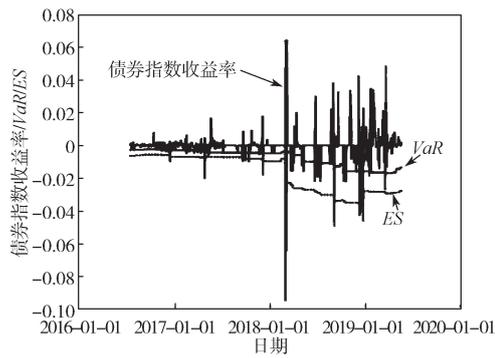
a) 112240



b) 122071



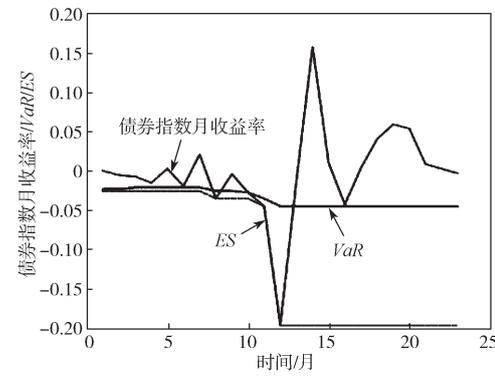
c) 122168



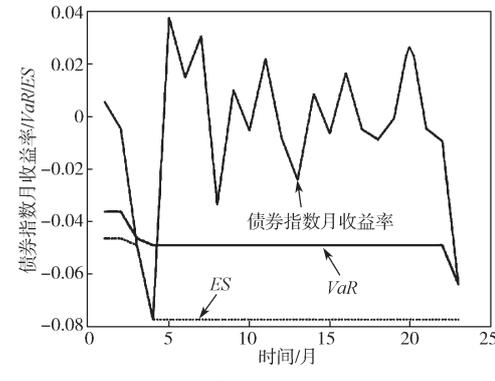
d) 122643

图 1 4 只债券按日计算的 VaR 值和 ES 值  
Fig.1 VaR and ES calculated by day for 4 bonds

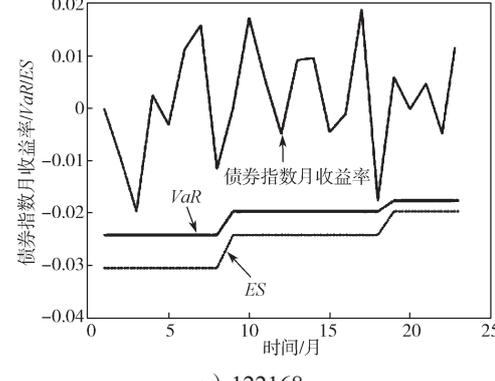
以上 4 只债券, 计算按月统计的 VaR 值和 ES 值及其分布情况, 其结果如图 2 所示。



a) 112240



b) 122071



c) 122168

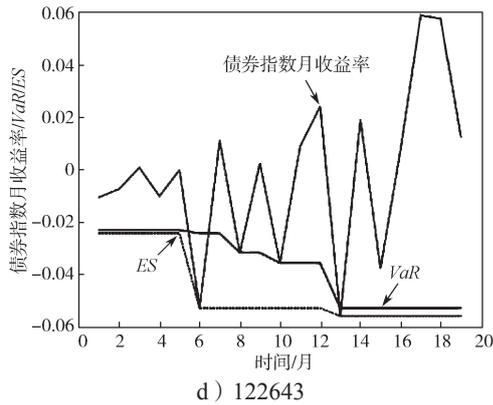


图2 4只债券按月计算的VaR值和ES值

Fig. 2 VaR and ES calculated by month for 4 bonds

按日计算VaR值、ES值,统计窗口内最近200个交易日结果,见表1。

以沪深证券交易所上市的2000个公司债券数据为例,进行一般规律说明。

根据以上的计算结果可以看出,公司债券主要可

以分为以下2类:

1) 以122071债券为例,波动率分布均匀,计算得到VaR预测性强。

2) 部分债券经计算后,前后波动并不一致,因此由前400个收益率计算得到VaR预测的准确性有待提高。

表1 200个交易日VaR、ES值统计结果

Table 1 Statistics of VaR and ES for 200 trading days

债券代码	VaR	ES	ES/VaR
112240	4.887	8.768	1.794
122071	0.978	2.306	2.358
122168	1.153	2.309	2.002
122643	2.962	6.234	2.105

#### 4.2 VaR与ES模型的返回检验

为检验VaR和ES模型度量的有效性,采用失败频率法对模型结果做返回检验。表2给出了VaR和ES的返回检验结果。

表2 VaR和ES的返回检验结果

Table 2 VaR and ES backtesting results

债券代码	风险因子	失败数量			预测交易日数	失败率/%		
		90%	95%	99%		90%	95%	99%
112240	VaR	92	53	15	624	14.7	8.5	2.4
	ES	39	23	11	624	6.3	3.7	1.8
122071	VaR	77	42	9	774	9.9	5.4	1.2
	ES	30	19	3	774	3.9	2.5	0.4
122168	VaR	72	38	8	774	9.3	4.9	1.0
	ES	26	15	5	774	3.4	1.9	0.6
122643	VaR	78	45	6	693	11.3	6.5	0.9
	ES	25	11	1	693	3.6	1.6	0.1

200个交易日的返回检验结果如表3所示。由表3可见, VaR、ES在不同置信水平下, 总体符合要求, ES失败比例相对低一些。

表3 200个交易日的返回检验结果

Table 3 200 trading days with their backtesting results

债券代码	风险因子	置信水平失败数量			置信水平失败比例/%		
		90%	95%	99%	90%	95%	99%
112240	VaR	23	12	4	11.5	6.0	2.0
	ES	8	5	3	4.0	2.5	1.5
122071	VaR	15	9	2	7.5	4.5	1.0
	ES	5	5	1	2.5	2.5	0.5
122168	VaR	7	5	1	3.5	2.5	0.5
	ES	5	2	0	2.5	1.0	0.0
122643	VaR	23	9	0	11.5	4.5	0.0
	ES	6	3	0	3.0	1.5	0.0

#### 4.3 投资组合分析

从沪深证券交易所上市的公司债券中, 选择符合上述债券选择原则的100只公司债券, 样本集ES均

值如图3所示。将得到的VaR和ES统计结果, 根据ES值从小到大排序, 每20只债券分为一组, 统计结果见表4。

表4 5组债券 VaR、ES 和收益统计结果

Table 4 Five groups of bonds statistics of VaR, ES and return statistics

分组	VaR 均值	VaR 方差	ES 均值	ES 方差	平均利息回报	收益方差	最小利息回报
第1组	-0.018 2	0.005 6	-0.034 7	0.004 9	5.833	1.183	4.170
第2组	-0.013 1	0.003 0	-0.020 6	0.002 2	5.341	1.268	3.249
第3组	-0.010 8	0.002 3	-0.016 4	0.000 8	4.741	1.209	3.090
第4组	-0.009 5	0.001 6	-0.013 4	0.000 7	4.459	0.837	2.913
第5组	-0.007 3	0.001 9	-0.010 4	0.001 6	4.142	0.873	2.923

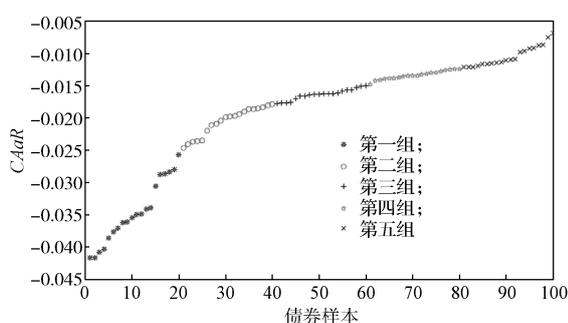


图3 样本集 ES 均值

Fig. 3 ES mean values of the sample sets

表4中公司债券ES统计结果表明,总体呈现由小到大分布,中间大、两头小,每组平均收益与ES值正相关,但个债间有差异。

## 5 结语

通过样本筛选,并将具有差异性、数据突发性和交易不连续性、不确定性等特点的中国公司债券的数据处理后,用VaR与ES模型对公司债券下行风险进行度量,计算VaR值与ES值,利用失败频率检验法检验模型的有效性,发现在不同置信水平下总体符合要求,ES模型的失败比例低一些;中国公司债券ES分组统计结果表明,总体呈现由小到大的分布,中间大、两头小,每组平均收益与ES正相关,但个债并不严格正相关。

### 参考文献:

- [1] BAI J, BALI T G, WEN Q. Common Risk Factors in the Cross-Section of Corporate Bond Returns[J]. Journal of Financial Economics, 2019, 131(3): 619-642.
- [2] 谢尚宇,姚宏伟,周勇.基于ARCH-Expectile方法的VaR和ES尾部风险测量[J].中国管理科学, 2014, 22(9): 1-9.  
XIE Shangyu, YAO Hongwei, ZHOU Yong. VaR and ES Measurements Based on ARCH-Expectile Model[J]. Chinese Journal of Management Science, 2014, 22(9): 1-9.

- [3] 陈国进,许秀,赵向琴.罕见灾难风险和股市收益:基于我国个股横截面尾部风险的实证分析[J].系统工程理论与实践, 2015, 35(9): 2186-2199.  
CHEN Guojin, XU Xiu, ZHAO Xiangqin. Rare Disaster Risk and Asset Return: Evidence from Tail Risk in Chinese Stock Market[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2015, 35(9): 2186-2199.
- [4] 胡志军.极端风险与横截面股票预期收益率:基于A股市场的实证研究[J].金融学季刊, 2016(3): 107-120.  
HU Zhijun. Disaster Risk and Cross-Sectional Expected Stock Return: An Empirical Study on A-Share Stock Market[J]. Quarterly Journal of Finance, 2016(3): 107-120.
- [5] KELLY B, JIANG H. Tail Risk and Asset Prices[J]. Review of Financial Studies, 2014, 27(10): 2841-2871.
- [6] 王明哲.基于Copula-VaR模型的资产组合风险研究[J].金融理论与实践, 2017(6): 7-11.  
WANG Mingzhe. Research on the Portfolio Risk Based on the Copula-VaR Model[J]. Financial Theory & Practice, 2017(6): 7-11.
- [7] 魏艳华,王丙参,邢永忠.蒙特卡洛积分方法及其改进[J].统计与决策, 2017(12): 10-15.  
WEI Yanhua, WANG Bingcan, XING Yongzhong. Monte Carlo Integral Method and Its Improvement[J]. Statistics & Decision, 2017(12): 10-15.
- [8] LETTAU M, MAGGIORI M, WEBER M. Conditional Risk Premia in Currency Markets and Other Asset Classes[J]. Journal of Financial Economics, 2014, 114(2): 197-225.
- [9] ANG A, CHEN J, XING Y H. Downside Risk[J]. Review of Financial Studies, 2006, 19(4): 1191-1239.
- [10] ARTZNER P, DELBAEN F, EBER J, et al. Thinking Coherently[J]. Risk, 1997, 10(11): 68-71.
- [11] ARTZNER P, DELBAEN F, EBER J, et al. Coherent Measures of Risk[J]. Mathematical Finance, 1999, 9(3): 203-228.

(责任编辑:申剑)