doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2019.02.014

简易 3D 扫描系统的构成模型分析

余 波,张国华,麻贵海,彭 成

(湖南工业大学理学院,湖南株洲 412007)

摘 要:专业级的 3D 扫描系统需用到很多高端设备,造价昂贵。因而给出一种由 2 台普通摄像机、1 台平水仪、1 台计算机和 1 台可以平移和旋转的电控轨道组成的简易 3D 扫描系统设计方案,同时构建了其 成像模型,详细分析了真实世界坐标系与计算机图像像素坐标系之间的关系,并以实例验证了模型的可行性, 有效地缩减了 3D 扫描系统的成本。

关键词: 3D 扫描系统; 小孔成像原理; 径向畸变; 摄像机标定数学模型

中图分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1673-9833(2019)02-0080-05 引文格式: 余 波,张国华,麻贵海,等.简易 3D 扫描系统的构成模型分析 [J]. 湖南工业大学学报, 2019, 33(2): 80-84.

An Analysis of the Constitutive Model of Simple 3D Scanning System

YU Bo, ZHANG Guohua, MA Guihai, PENG Cheng

(College of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In view of the flaws found in professional 3D scanning systems which require a lot of advanced and expensive equipment, a proposal has thus been made of a simple 3D scanning system, which consists of two ordinary cameras, a level gauge, a computer and an electrically controlled track capable of translation and rotation. Meanwhile, an imaging model has been constructed for a detailed analysis of the relationship between the real world coordinate system and the computer image pixel coordinate system. The feasibility of the model can be verified by exemplification, thus effectively reducing the cost of the 3D scanning system.

Keywords: 3D scanning system; pinhole imaging principle; radial distortion; camera calibration mathematical model

0 引言

随着 3D 技术的普及, 3D 扫描仪作为行业中 十分重要的产品如雨后春笋般地出现在我们的视 野中¹¹。3D 扫描仪主要被用于采集现实物体的形状、 外观等数据,在 3D 打印、工业设计、动画制作等方 面有着广泛的用途。3D 扫描仪有多种类型,其扫描 方式、测距原理、重构算法各不相同,分辨率、分辨 速度、造价、便携性等方面的差异也较大。最常见的 是非接触主动式扫描仪,其基本原理是先将某种光投 射到物体表面,然后根据采集到的反射信息重构物体 表面的三维信息。

收稿日期: 2018-07-04

- **基金项目:**湖南省自然科学基金资助项目(2017JJ2071,2017JJ2070),湖南省教育厅优秀青年基金资助项目(17B071), 湖南省教育厅基金资助项目(16C0477,17C0466)
- **作者简介:** 余 波(1979-),男,湖南株洲人,湖南工业大学副教授,博士,主要从事科学计算方面的教学与研究, E-mail: wenyubwenyub@aliyun.com
- 通信作者:张国华(1970-),男,湖南茶陵人,湖南工业大学副教授,硕士生导师,主要从事信息与计算方面的教学与研究, E-mail: 9884188@qq.com

商用专业 3D 扫描仪通常需要专用硬件设备,价 格较高,可见能否利用普通平水仪和普通数码摄像机 等常见设备构建简易的 3D 扫描系统是一个值得关注 的问题。因此,本研究拟对湖南省首届研究生数学建 模中 A 题"3D 扫描系统"的设备构成^[2]、工作方式 和算法重构等进行分析,给出一个由 2 台普通摄像机、 1 台平水仪、1 台计算机和 1 台可以平移和旋转的电 控轨道组成的简易 3D 扫描系统,分析了真实物体坐 标系与计算机图像像素坐标系之间的关系,并给出了 系统参数标定的方法。

1 简易 3D 扫描系统模型原理

本研究设计的简易 3D 扫描系统,在扫描端固定 了两台普通摄像机,其间布置平水仪;被扫描的物体 置于一台可以平移和旋转的电控轨道上,由一台计算 机连接的控制设备进行控制。平水仪将光线投射到 物体表面,光线与物体表面相交成一光条带,两旁的 摄像机从不同的角度拍摄光带图像以减少摄像盲区, 摄像机将输出数字信号到计算机。另外,电控轨道上 固定一个可以旋转的平台,在扫描过程中,计算机将 通过控制设备来控制平台的平移和旋转,完成物体的 3D 扫描。设计的简易 3D 扫描系统模型如图1所示, 其系统原理见图 2。



图 1 简易 3D 扫描系统模型







上述简易 3D 扫描系统主要采用小孔成像原理^[3-4] 和摄像机的径向畸变模型^[5-7]建立其数学标定模型。

假设被扫描物体为简单几何图形中的方形, 平水 仪构造出的线平面结构光源光束照在被扫描物体上。 为了便于算法计算,建立三维空间坐标系 op-xpypzp, 且选取被扫描物体上一点 $P_p(x_p, y_p, z_p)$,如图 2 所示。 此外设 oca 点是像焦点,并以此点建立三维空间坐标 系 oca-xcaycaZca, 同时, 这个摄像机平面也是一个小孔 成像模型, o_{c2}^z 为摄像机平面的物镜光轴, 并与摄 像机平面垂直, 交点为 O。以 O 点为坐标原点构建 摄像机平面直角坐标系 O-XY, OX 轴、OY 轴分别沿 分辨率方向展开, ocaxca 轴平行于 OX 轴, ocaVca 轴平 行于 OY 轴, f为 og 到摄像机平面的距离,即为焦距。 此外,假设被扫描物体的点 $P_{p}(x_{p}, y_{p}, z_{p})$ 在摄像机平 面的 O-XY 坐标系中的成像点坐标为 P_d(x_d, y_d), 其理 论上的成像点坐标为 $P_{u}(x_{u}, y_{u})$ 。最后,假设计算机平 面坐标系为oco-xcoycoZco。由此构造的计算机平面上点 $P_{f}(x_{f}, y_{f})$ 和真实世界被扫描物体坐标 $P_{p}(x_{p}, y_{p}, z_{p}),$ 一般可按以下4个步骤进行转换。

步骤一 从真实物体坐标 (*x*_p, *y*_p, *z*_p) 到摄像机三 维坐标 (*x*_c, *y*_c, *z*_c) 的变换。

在空间坐标系 $o_p-x_py_pz_p$ 的线结构投影机投影平面 里,其中平面 $o_p-x_py_p$ 与投影平面重合, o_pz_p 轴垂直 于投影平面,如果已知轴 o_px_p 、轴 o_py_p 和轴 o_pz_p 各自 在摄像机坐标系 $o_{ca}-x_{ca}y_{ca}z_{ca}$ 中的方向矢量分别为 $(r_1, r_4, r_7)^{T}$ 、 $(r_2, r_5, r_8)^{T}$ 和 $(r_3, r_6, r_9)^{T}$,原点 o_p 在其中的 平移向量 **T**= $(t_x, t_y, t_2)^{T}$,则

$$\begin{bmatrix} x_{c} \\ y_{c} \\ z_{c} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{\theta} & \boldsymbol{T} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{p} \\ y_{p} \\ z_{p} \\ 1 \end{bmatrix} ,$$

其中矩阵 $\mathbf{R}_{\theta} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}$ 为真实物体坐标与摄像机

坐标旋转变换矩阵。

注意:在上述模型中,平移矢量T和旋转矩阵 R_{θ} 为待标定量。

步骤二 从摄像机三维坐标 (*x*_c, *y*_c, *z*_c) 到未畸变的平面图像坐标 (*x*_u, *y*_u) 变换。

这一坐标关系表达式为

$$\begin{cases} x_{u} = f(x_{c}/z_{c}), \\ y_{u} = f(y_{c}/z_{c}) \circ \end{cases}$$
(1)

步骤三 未畸变平面图像坐标 (*x*_u, *y*_u) 到实际平 面图像坐标 (*x*_d, *y*_d) 的变换。

$$\begin{cases} x_{u} = x_{d} \left(1 + k \left(x_{d}^{2} + y_{d}^{2} \right) \right), \\ y_{u} = y_{d} \left(1 + k \left(x_{d}^{2} + y_{d}^{2} \right) \right) \circ \end{cases}$$
(2)

式中 k 为径向畸变系数。

步骤四 将图像平面坐标 (*x*_d, *y*_d) 转换到计算机 平面像素坐标 (*x*_f, *y*_f)。

在计算机平面中,对应的像素位置 $P_{f}(x_{f}, y_{f})$ 与实际成像点 $P_{d}(x_{d}, y_{d})$ 的关系为

$$\begin{cases} x_{f} = s_{x} \cdot x_{d} / \delta_{x} + c_{x}, \\ y_{f} = y_{d} / \delta_{y} + c_{y} \circ \end{cases}$$
(3)

式中: *s*_x是由于图像采集扫描或抽样时延误差而引起的水平方向不确定比例因子;

 $c_x 和 c_y$ 分别为计算机帧存储器中心的行数和 列数;

 δ_x 和 δ_y 分别为摄像机感光阵列的水平和垂直像素间距。

若摄像机感光阵列尺寸为*a*×b,采集分辨率为 *c*×*d*,则像素间距为

$$\begin{cases} \delta_x = a/c, \\ \delta_y = b/d \circ \end{cases}$$
(4)

通过上面的 4 个步骤,即将简易扫描系统中的实际物体坐标 (*x*_p, *y*_p, *z*_p) 与计算机像素位置 (*x*_f, *y*_f) 建立了联系。

2 平移向量 T 和旋转矩阵 R_{θ}

在模型建立过程中,步骤一的关键是要确定平移 向量 T 和旋转矩阵 R_{θ} ,可以采用如图 1 所示的被动 扫描模型。在此模型中,物体由电动移动轨道带动, 使得物体对固定的摄像机、平水仪具有相对运动。这 种扫描系统的外部参数仅有一组,因为摄像机和光平 面的相对位置仅有一个,这在实验中标定起来较为方 便,利用导轨的运动可以约束和确定各光平面的直接 关联,标定过程较为简单,并且对标定误差造成的干 扰较小^[6.8-10]。

2.1 平移向量 T 的建立

将被测对象放置于电轨平台上,并且使其平移。 当平水仪的光束投影到被测对象上时,由于被测对象 是平动的,故相对于平水仪而言是以一个相反的方向 扫描物体。

先建立与光平面重合的面 x_po_py_p 与光平面垂直

o_pz_p轴的坐标系 o_p-x_py_pz_p。同时,坐标系 o_p-x_py_pz_p是整个测量系统中被测对象的空间坐标系。现规定图 1 导轨上的最左端作为起始零位置,坐标为 0;在步进 运动扫描过程中的第一个位置为 m;从 0 到向右边移 动的距离 z_m 就是导轨位置的右边方向长度 z_m。

设移动方向与光平面始终是垂直的,也就是说 z_p 轴是始终平行于平台移动方向的。所以被测对象向右 移动 z_n 的距离,光平面与被测对象相交成的光条中 第 *i* 个光点 (*i*=1, 2, …, *n*) 在 o_p-x_py_pz_p 坐标系下的坐标 是 (x_{mi}, y_{mi}, 0)。因此光条上的点在初始位置作为固定 坐标系下的坐标为 (x_{mi}, x_{mi}, -z_m)。从而有如下公式:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{ki} \\ y_{ki} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{ki} \\ y_{ki} \\ -z_k \\ 1 \end{bmatrix} \circ$$
(5)

2.2 旋转矩阵 R_{θ} 的建立

如图 3 所示,可在转轴上任取一点 $o_{ro}(x_{ro}, y_{ro}, z_{ro})$ 作为坐标系 (0, 0, 0)。转轴沿铅垂方向为 $o_{ro}y_{ro}$ 轴,用 右手坐标系建立方法建立坐标系 $o_{ro}-x_{ro}y_{ro}z_{ro}$,使得面 $z_{ro}o_{ro}x_{ro}$ 与轴 $o_{ro}y_{ro}$ 相互垂直。于是可按如下步骤确定 旋转矩阵 $\mathbf{R}_{\theta o}$

步骤1 由坐标 (*x_i*, *y_i*, 0) 到平移扫描后的坐标为 *P*₀(*x_i*, *y_i*, *-z_m*)。

步骤 2 将 $P_0(x_i, y_i, -z_m)$ 转化成转轴坐标系的坐标 $P_{ro0}(x_{roi}, y_{roi}, z_{roi})$ 。设转化矩阵为 R_{pro} ,那么转化矩阵在 $o_{ro}-x_{ro}y_{ro}z_{ro}$ 坐标系下的坐标为:

$$P_{\rm ro0} = \boldsymbol{R}_{\rm pro} P_0 \ \circ \tag{6}$$

步骤3 将转轴坐标系的坐标 *P*_{ro0}(*x*_{roi}, *y*_{roi}, *z*_{roi})转 化到坐标 *P*_{ro0}。

根据坐标旋转变换原则,若被测对象从上至下顺 时针方向旋转 θ,相当于平水仪或者光条从上至下逆 时针方向旋转 θ,那么坐标变换矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{y\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

经过转换,被测对象在 oro-xrayroZro 坐标系下的坐标为

$$P_{ro\theta} = \mathbf{R}_{y\theta} P_{ro0} \circ \tag{7}$$

步骤4 将坐标 $P_{ro\theta}$ 从 $o_{ro}-x_{ro}y_{ro}z_{ro}$ 坐标系转化到 $o_{p}-x_{p}y_{p}z_{p}$ 坐标系。设转换矩阵为 $R_{p\theta}$,则 $P_{p\theta}=R_{p\theta}P_{ro\theta}$ 。

综合以上4步骤可得

从而有

$$\boldsymbol{R}_{\theta} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{p}\theta} \boldsymbol{R}_{\mathrm{v}\theta} \boldsymbol{R}_{\mathrm{pro}}$$

 $P_{\mathrm{p}\theta} = (\boldsymbol{R}_{\mathrm{p}\theta}\boldsymbol{R}_{\mathrm{v}\theta}\boldsymbol{R}_{\mathrm{pro}})P_0 = \boldsymbol{R}_{\theta}P_0,$



图 3 旋转矩阵 R_{θ} 的确定 Fig. 3 Determination of rotation matrix R_{θ}

3 3D 扫描系统参数的标定

通过前面的论述,得到了一个简易 3D 扫描系统的数学模型,但在该模型中,仍存在有待标定的未知 参数 k、 s_x 、f、 c_x 、 c_y 、 δ_x 、 δ_y 。参数标定通常决定着 系统测量的精度和效果。在进行标定工作时,先分析 标定参数对测量精度的影响有多大,然后取适当的 标定算法以满足标定要求,同时还要考虑标定速度、 操作方便性和成本等问题^[11-12]。

接下来的论述中,通过记录一组非共面的控制点 对 (*u_i*, *v_i*)-(*x_{pi}*, *y_{pi}*, *z_{pi}*)的数据来进行未知参数的标定。 在遮光平板上分布规则的透光孔,并且孔的位置分布 均匀。此外,取孔中心距 (Δ*X*, Δ*Y*),把中央孔半径 做为原点标记。做出如图 4 所示的 *o_p*-*x_py_pz_p 坐标系, 其中 <i>z_p* 轴垂直于靶标平面。然后,把靶标固定在转 台上面,使得平板平面与平动方向垂直、摄像机的镜 头与平板正对。应尽可能地确保原点标记成像在视 场中心,且尽可能保证摄像机光轴平行于平动方向。 适当移动平板,得到几个测量的位置,每个位置间的 距离为 Δ*Z*。每次移动采集一次平板图像,然后进行 信号搜集和处理。



Fig. 4 Unknown parameter calibration model
 记录获得各孔中心计算机中像素坐标 (x_{ii}, y_{ii}),并
 记录对应空间坐标系下的坐标 (x_{pi}, y_{pi}, z_{pi}),则有

 $x_{pi} = \Delta X \cdot k_{xi}, y_{pi} = \Delta Y \cdot k_{yi}, z_{pi} = n \cdot \Delta Z_{\circ}$ 其中, $k_{xi} \cdot k_{yi}$ 分别为各个标记孔的横向距离和纵向距离。 通过上述过程,可以得到一组非共面的控制点对 (*u_i*, *v_i*)-(*x_{pi}*, *y_{pi}*, *z_{pi}*)。现考虑第*i*个标定点(*i*=1, 2, …, *n*), 可以得到方程

 $\begin{array}{l} [y'_{di} x_{pi}, y'_{di} y_{pi}, y'_{di} z_{pi}, y'_{di}, -x'_{di} x_{pi}, -x'_{di} y_{pi}, -x'_{di} z_{pi}] \cdot \\ [T_{y}^{-1}s_{x}r_{1}, T_{y}^{-1}s_{x}r_{2}, T_{y}^{-1}s_{x}r_{3}, T_{y}^{-1}s_{x}T_{x}, T_{y}^{-1}r_{4}, T_{y}^{-1}r_{5}, T_{y}^{-1}r_{6}]^{\mathrm{T}} = x_{di^{\mathrm{o}}} \\ \textcircled{I} \oplus : x'_{di} = s_{x}x_{di} = s_{x}\delta_{x}x_{di}(x_{fi} - c_{x}); \\ y'_{di} = y_{di} = \delta_{x}x_{di}(y_{fi} - c_{y}); \\ n \ge 7_{\mathrm{o}} \end{array}$

R. Y. Tsai 证明了上述方程组的系数矩阵为列满 秩(或列向量线性无关),因此存在唯一的解^[5]。 通过 Matlab 可以求解这一方程,从而可以求出参数 c_x, c_y, s_x, k, f ,进一步可求出 $t_x, t_y, t_z, r_1 \sim r_9$ 。

这样,采用两步法就实现了摄像机的非共面标 定。结合控制系统标记圆自动定位和平板移动到被测 位置所采集的平板图像信息,即可以实现其全自动标 定^[13-16]。

4 实例

用激光打印机制作了一个 20×20 的圆孔标定模板,并采集了 100 个标定板上点的坐标数据。采用 Canon 彩色摄像机, Canon 50 mm 的定焦镜头,分辨 率为 800 万像素,用上述标定模型,可求得标定的摄 像机参数值如下:

f=25.1; *k*=0.003; *s*_x=0.98; *c*_x=42.56, *c*_y=48.72; *t*_x=4.82, *t*_y=7.25, *t*_z=21.34; *r*₁=0.999, *r*₂=0.018, *r*₃=-0.014, *r*₄=-0.017, *r*₅=0.999, *r*₆=-0.002, *r*₇=0.015, *r*₈=0.003, *r*₉=0.999₀

5 结语

本文给出了一个使用普通摄像机、平水仪、电控 平台和计算机组合的简易 3D 扫描系统,并讨论了系 统校准的方法。所提系统校准方法能高效计算相对于 物体参考坐标系的相机外部位置和方向,以及有效焦 距、透镜畸变和图像扫描参数。由于平水仪的经济性、 灵活性和广泛的可用性,简易扫描仪系统中选择其实 施发射单元。此外,限于成本要求,选择了普通的摄 像机,但是摄像机必须支持高质量的颜色捕获,且应 满足图像的分辨率较高、由计算机驱动、可以通过计 算机访问和提供快门时间参数等要求。最后,以实例 验证了所构建系统的可行性,可有效地缩减 3D 扫描 系统的成本。

参考文献:

[1] 杨启森. 神奇的机器: 3D 打印机和 3D 扫描仪 [J]. 智

能制造, 2016(5): 21-23.

YANG Qisen. Amazing Mashine: 3D Printer and 3D Scanner[J]. Intelligent Manufacturing, 2016(5): 21–23.

- [2] [佚 名]. 湖南省首届研究生数学建模竞赛 [EB/OL].
 [2018-05-14]. http://xwb.hnedu.cn.
 [Anon]. Mathematical Modeling Competence for Graduates in Hunan Province[EB/OL]. [2018-05-14].
 http://xwb.hnedu.cn.
- [3] BEARDSLEY P, TORR P, ZISSERMAN A. 3D Model Acquisition from Extended Image Sequences[C]// Computer Vision—ECCV'96. Heidelberg: Springer, 1996: 683-695.
- [4] 陈 俊,吕培军,冯海兰,等.牙颌模型三维激光扫 描系统可靠性研究及与手工测量的比较 [J].现代口腔 医学杂志,2000,14(4):251-253.
 CHEN Jun,LÜ Peijun, FENG Hailan, et al. The Reliability Study of Three-Dimensional Dental Cast Laser Scanner and Comparison with Manual Measurement[J]. Journal of Modern Stomatology, 2000, 14(4): 251-253.
- [5] TSAI R Y. A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Offthe-Shelf TV Cameras and Lenses[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323–344.
- [6] 陶 立.彩色三维激光扫描成像系统的研究 [D]. 天津: 天津大学, 2004.
 TAO Li. Study on the Color 3D Laser Scanning Imaging System[D]. Tianjin: Tianjin University, 2004.
- [7] 胡汉平,李德华,金 刚,等.三维激光彩色扫描系统[J].高技术通讯,2001,11(2):25-30.
 HU Hanping, LI Dehua, JIN Gang, et al. Three Dimensional Laser Color Scanning System[J]. Chinese High Technology Letters, 2001, 11(2):25-30.
- [8] 黄 硕.CT 图像三维直接重建算法研究 [D]. 沈阳: 东北大学, 2006.
 HUANG Shuo. On Direct Image Reconstruction Algorithm for 3D-Scanning CT[D]. Shengyang: Northeastern University, 2006.
- [9] 张效栋.彩色 3D 激光扫描数据处理方法的研究 [D]. 天津:天津大学,2004.

ZHANG Xiaodong. Study on Processing Methods for Color 3D Laser Scanning Data[D]. Tianjin: Tianjin University, 2004.

- [10] 钟春华. 基于 3D 扫描的质量检测与应用 [D]. 南昌: 南昌大学, 2006.
 ZHONG Chunhua. The Inspection of Quality and Application Based on 3D Scanning[D]. Nanchang: Nanchang University, 2006.
- [11] ROCCHINI C, CIGNONI P, MONTANI C, et al. A Low Cost 3D Scanner Based on Structured Light[J]. Computer Graphics Forum, 2001, 20(3): 299–308.
- [12] BERNARDINI F, RUSHMEIER H, MARTIN I M, et al. Building a Digital Model of Michelangelo's Florentine Pietà[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 2002, 22(1): 59-67.
- [13] 陆子渊. 基于结构光 3D 扫描的数据反求及处理研究
 [D]. 南京:南京师范大学, 2014.
 LU Ziyuan. Research on Data Reverse Processing and Processing Based on Structured Light 3D Scanner[D].
 Nanjing: Nanjing Normal University, 2014.
- [14] 田原嫄,李驷洋,潘敏凯.基于 Tsai 法的摄像机标定 反推修正模型 [J].东北电力大学学报,2013,33(3): 19-22.
 TIAN Yuanyuan, LI Siyang, PAN Minkai. Revised Model of Camera Calibration Based on Tsai's Method[J]. Journal of Northeast Dianli University, 2013, 33(3): 19-22.
- [15] 敬远兵,陈秀万.车载激光扫描数据的三维可视化重 建[J].激光杂志,2018,39(6):108-111.
 JING Yuanbing, CHEN Xiuwan. Three-Dimensional Visualization of Vehicle Laser Scanning Data[J]. Laser Journal, 2018, 39(6): 108-111.
- [16] 张花信.基于 FPGA 的三维激光扫描控制系统的设计研究 [D]. 西安:西安电子科技大学,2017.
 ZHANG Huaxin. Design and Research on the Control System of Three-Dimensional Laser Scanning Based on FPGA[D]. Xi'an: Xidian University, 2017.

(责任编辑:廖友媛)