

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2019.02.013

Bloch 表示中单量子比特的量子相干性

彭柯铭, 王国友, 陈 健, 谭金桃, 邓志宏, 陈光伟

(湖南工业大学 理学院, 湖南 株洲 412007)

摘 要: 研究了 Bloch 表示中单量子比特的 l_1 norm 相干性和量子相对熵相干性, 分别得到了相位阻尼通道、退极化通道和振幅阻尼通道下的两种相干性的解析表达式。作为它们的具体应用, 解析研究了振幅阻尼通道下的一个单量子比特的量子相干性动力学演化, 并数值分析了马尔科夫和非马尔科夫环境对系统的相干性演化的影响。

关键词: Bloch 表示; l_1 norm 相干性; 量子相对熵相干性; 退相干通道

中图分类号: O431.2

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2019)02-0075-05

引文格式: 彭柯铭, 王国友, 陈 健, 等. Bloch 表示中单量子比特的量子相干性 [J]. 湖南工业大学学报, 2019, 33(2): 75-79.

Quantum Coherence of Single Quantum Bit in Bloch Representation

PENG Keming, WANG Guoyou, CHEN Jian, TAN Jintao, DENG Zhihong, CHEN Guangwei

(College of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: A research has been conducted on the l_1 norm coherence and quantum relative entropy coherence of single quantum bit in Bloch representation, thus obtaining two analytical expressions of coherence for phase damping channel, depolarization channel and amplitude damping channel respectively. As a specific application, an analytical study has been made on the dynamic evolution of quantum coherence of a single quantum bit in an amplitude-damped channel, followed by a numerical analysis of the influences of Markovian as well as non-Markovian environments on the coherence evolution of the system.

Keywords: Bloch representation; l_1 norm of coherence; relative entropy of coherence; decoherence channel

1 研究背景

量子相干性在量子力学中充当着不可缺少的角色。它在量子计算、量子度量学、量子隐形传态和量子信息处理等方面有着广泛应用。因此, 量子相干性

的理论研究一直是学者们研究的热点。

一方面, 量子相干性作为量子源理论得到广泛研究^[1-9]。许多不同函数被尝试用来量化量子相干性, 如基于相对熵^[1]、保真度^[2]、迹距离^[3]、量子关联^[4-5]以及偏斜信息^[6-7]等相干性度量。T. Baumgratz 等^[1]

收稿日期: 2018-05-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11275064, 11747104), 湖南省自然科学基金资助项目 (2016JJ2045), 湖南省教育厅科研基金资助项目 (16C0469)

作者简介: 彭柯铭 (1979-), 男, 湖南祁东人, 湖南工业大学教师, 主要从事大学物理实验方面的教学与研究, E-mail: 254838770@qq.com

通信作者: 王国友 (1974-), 男, 湖南隆回人, 湖南工业大学讲师, 博士, 主要从事量子光学和量子信息方面的教学与研究, E-mail: gywang04@163.com

认为,作为一个量子态的量子相干性的有效度量必须同时满足:1)相干性具有非负性;2)在非相干完全正定和保迹操作下相干性具有非增性(或单调性);3)相干性具有凸性。他们还提出了满足这些条件的两种度量: l_1 norm 相干性和量子相对熵相干性。

另一方面,抑制量子退相干的方法也得到普遍关注。由于系统总会与周围环境接触并发生相互作用,引起量子相干性衰减,导致许多抑制退相干的方法被提出,如动力学退耦、免退相干子空间、库工程等。这些方法在量子信息处理和量子计算任务中起到了重要的作用。

当噪声环境存在时,采用了不同的方法研究相干性的动力学行为,如主方程方法和噪声通道方法^[10-12]。特别是当系统和环境之间的耦合不很强时,采用量子通道方法来研究比较方便。当一个量子系统和它的环境相互作用而发生退相干时,一个量子噪声的动力学过程一般可用 Kraus 表示来描述这个映射,从而使问题得到解决。Zhong W. 等^[11]研究了退相干通道下的量子 Fisher 信息,发现在噪声通道下量子比特采用 Bloch 表示时可以方便地求解 Fisher 信息。受此文的启发,本文探讨采用 Bloch 表示研究单量子比特的相干性,得出了3种典型的量子通道(相位阻尼、退极化和振幅阻尼)下单量子比特的两种相干性(l_1 norm 相干性和量子相对熵相干性)的具体表达式。为了进一步表明 Bloch 表示的量子相干性求解的优越性,具体研究了一个二能级系统与一个具有洛伦兹谱函数的热库相互作用的振幅阻尼模型。

2 两种量子相干性度量

首先简单介绍将要使用的两种量子相干性度量。T. Baumgratz 等^[1]给出了一个合理的量子相干性度量需要满足的条件,并从可计算性的角度提出了 l_1 norm 相干性度量和量子相对熵相干性度量。

l_1 norm 相干性度量 $C_{l_1}(\rho)$ 定义为量子系统的密度矩阵的所有非对角元的绝对值之和,即

$$C_{l_1}(\rho) = \sum_{i \neq j} |\rho_{ij}|, \quad (1)$$

式中 ρ_{ij} 为量子态 ρ 的非对角元。

量子相对熵相干性度量 $C_r(\rho)$ 定义为

$$C_r(\rho) = S(\rho_{\text{diag}}) - S(\rho), \quad (2)$$

式中: ρ_{diag} 为去掉系统密度算符 ρ 中所有的非对角元后生成的对角矩阵;

$S(\rho) = -\text{tr} \rho \log_2 \rho$ 为 von Neumann 熵。

对一个单量子比特的量子态

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{12}^* & 1 - \rho_{11} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

可分别求得其 l_1 norm 相干性和量子相对熵相干性为

$$C_{l_1}(\rho) = 2|\rho_{12}|; \quad (4)$$

$$C_r(\rho) = \lambda_1 \log_2 \lambda_1 + \lambda_2 \log_2 \lambda_2 - \rho_{11} \log_2 \rho_{11} - (1 - \rho_{11}) \log_2 (1 - \rho_{11}), \quad (5)$$

其中 $\lambda_i = \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + 4(\rho_{11}^2 + |\rho_{12}|^2 - \rho_{11})} \right)$ ($i=1, 2$) 为密度算符 ρ 的本征值。

3 Bloch 表示中单量子比特的量子相干性

在 Bloch 球形表示中,一个任意的量子比特(量子态)可以表示为^[10]

$$\rho = \frac{1}{2}(\mathbf{I} + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad (6)$$

式中: \mathbf{I} 为二维恒等矩阵;

$\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)^T$ 为3维实 Bloch 矢量,一般 $|\mathbf{r}| \leq 1$, 当 ρ 为纯态时取等号。

$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ 为 Pauli 矩阵。

显然,密度算符的本征值是 $\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}(1 \pm r)$,

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}。$$

假设初始态的 Bloch 矢量为 $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)^T$, 则初始态可以表示为

$$\rho = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + r_z & r_x - ir_y \\ r_x + ir_y & 1 - r_z \end{pmatrix}。 \quad (7)$$

一个量子动力学噪声过程一般可以用 Kraus 算符表示的一个映射 ω 来描述^[10]:

$$\varepsilon(\rho) = \sum_{\mu} K_{\mu} \rho K_{\mu}^{\dagger}, \quad (8)$$

式中 K 是满足 $\sum_{\mu} K_{\mu}^{\dagger} K_{\mu} = \mathbf{I}$ 的 Kraus 算符,其中 K_{μ}

为第 μ 个 Kraus 算符, K_{μ}^{\dagger} 为 K_{μ} 的厄米共轭算符。

一个单量子比特,可以通过对 Bloch 矢量的仿射变换得到演化后的 Bloch 矢量,即

$$\mathbf{r}' = (r'_x, r'_y, r'_z)^T = \varepsilon(\mathbf{r}) = \mathbf{A}\mathbf{r} + \mathbf{c},$$

式中: \mathbf{A} 为 3×3 的实矩阵; \mathbf{c} 为3维实矢量^[10]。

对初始量子态式(7),一个通道作用后对应的量子态表示为

$$\rho_t = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + r'_z & r'_x - ir'_y \\ r'_x + ir'_y & 1 - r'_z \end{pmatrix}。 \quad (9)$$

根据方程(1)和(2)容易得到其 l_1 norm 相干

性和量子相对熵相干性分别为

$$C_h(\rho_t) = \sqrt{r_x'^2 + r_y'^2}; \quad (10)$$

$$C_r(\rho_t) = -\frac{1+r_z'}{2} \log_2 \frac{1+r_z'}{2} - \frac{1-r_z'}{2} \log_2 \frac{1-r_z'}{2} + \frac{1+r'}{2} \log_2 \frac{1+r'}{2} + \frac{1-r'}{2} \log_2 \frac{1-r'}{2}, \quad (11)$$

式中 $r' = |\mathbf{r}'| = \sqrt{r_x'^2 + r_y'^2 + r_z'^2}$ 。

4 退相干通道中单量子比特的相干性

4.1 相位阻尼通道

首先考虑一个二能级系统与一个相位阻尼通道相互作用模型。相位阻尼通道的动力学映射可表示为

$$\varepsilon_p(\rho) = s\rho + (1-s)(\rho_{00}|0\rangle\langle 0| + \rho_{11}|1\rangle\langle 1|), \quad (12)$$

其相应的 Kraus 算符为

$$K_p(\rho) = \{\sqrt{s}I, \sqrt{1-s}|0\rangle\langle 0|, \sqrt{1-s}|1\rangle\langle 1|\},$$

式中 $s = e^{-\gamma t}$ ($0 \leq s \leq 1$), γ 为零温耗散率, 是相位阻尼系数。

式 (12) 表示量子比特和热库以概率 $1-s$ 交换一个量子。在这个相位阻尼通道中, Bloch 矢量 $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)^T$ 被映射为

$$\mathbf{r}' = (r'_x, r'_y, r'_z)^T = \varepsilon(\mathbf{r}) = (sr_x, sr_y, sr_z)^T。$$

因此在相位阻尼通道中, 初始态式 (7) 演变成

$$\rho_t^p = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+r_z & s(r_x - ir_y) \\ s(r_x + ir_y) & 1-r_z \end{pmatrix}。$$

容易求出 t 时刻的 l_1 norm 相干性和量子相对熵相干性分别为

$$C_h^p(\rho_t^p) = \sqrt{r_x'^2 + r_y'^2} = s\sqrt{r_x^2 + r_y^2}; \quad (13)$$

$$C_r^p(\rho_t^p) = -\frac{1+r_z}{2} \log_2 \frac{1+r_z}{2} - \frac{1-r_z}{2} \log_2 \frac{1-r_z}{2} + \frac{1+r'}{2} \log_2 \frac{1+r'}{2} + \frac{1-r'}{2} \log_2 \frac{1-r'}{2}, \quad (14)$$

式中 $r' = |\mathbf{r}'| = \sqrt{s^2(r_x^2 + r_y^2) + r_z^2}$ 。

4.2 退极化通道

接着考虑一个二能级系统与一个退极化通道相互作用模型。退极化通道的定义为

$$\varepsilon_D(\rho) = s\rho + (1-s)I/2, \quad (15)$$

其 Kraus 算符为

$$K_D = \left\{ \frac{\sqrt{1+3s}}{2} I, \frac{\sqrt{1-s}}{2} \sigma_x, \frac{\sqrt{1-s}}{2} \sigma_y, \frac{\sqrt{1-s}}{2} \sigma_z \right\},$$

即量子态以概率 s ($0 \leq s \leq 1$) 保持不变, 以 $(1-s)$ 的

概率退极化为完全混合态 $I/2$ 。在这个退极化通道中, Bloch 矢量 $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)^T$ 被映射为

$$\mathbf{r}' = (r'_x, r'_y, r'_z)^T = \varepsilon(\mathbf{r}) = (sr_x, sr_y, sr_z)^T。$$

因此在退极化通道中, 初始态式 (7) 演化成

$$\rho_t^D = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+sr_z & s(r_x - ir_y) \\ s(r_x + ir_y) & 1-sr_z \end{pmatrix}。$$

容易求出 t 时刻其 l_1 norm 相干性和量子相对熵相干性分别为

$$C_h^D(\rho_t^D) = \sqrt{r_x'^2 + r_y'^2} = s\sqrt{r_x^2 + r_y^2}; \quad (16)$$

$$C_r^D(\rho_t^D) = -\frac{1+r_z'}{2} \log_2 \frac{1+r_z'}{2} - \frac{1-r_z'}{2} \log_2 \frac{1-r_z'}{2} + \frac{1+r'}{2} \log_2 \frac{1+r'}{2} + \frac{1-r'}{2} \log_2 \frac{1-r'}{2}, \quad (17)$$

式中: $r' = |\mathbf{r}'| = s\sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$; $r'_z = sr_z$ 。

4.3 振幅阻尼通道

考虑一个二能级系统和一个零温波色库相互作用的振幅耗散模型。振幅阻尼通道是描述零温环境下的能量耗散作用^[10]。此通道的形式是

$$\varepsilon_A(\rho) = \sum_v K_v \rho K_v^\dagger, \quad (18)$$

其相应的 Kraus 算符表示为

$$K_A(\rho) = \{\sqrt{s}|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|, \sqrt{1-s}|1\rangle\langle 0|\},$$

式中 $s = e^{-\gamma t}$ ($0 \leq s \leq 1$), γ 是阻尼系数。

在这个振幅阻尼通道中, Bloch 矢量 $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)^T$ 被映射为

$$\mathbf{r}' = (r'_x, r'_y, r'_z)^T = \varepsilon(\mathbf{r}) = (\sqrt{s}r_x, \sqrt{s}r_y, sr_z + 1-s)^T。$$

因此在振幅阻尼通道中, 初始态式 (7) 演化成

$$\rho_t^A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2-s(1-r_z) & \sqrt{s}(r_x - ir_y) \\ \sqrt{s}(r_x + ir_y) & s(1-r_z) \end{pmatrix}。$$

从而可得到 t 时刻的 l_1 norm 相干性和量子相对熵相干性分别为

$$C_h^A(\rho_t^A) = \sqrt{r_x'^2 + r_y'^2} = \sqrt{s} \cdot \sqrt{r_x^2 + r_y^2}; \quad (19)$$

$$C_r^A(\rho_t^A) = -\frac{1+r_z'}{2} \log_2 \frac{1+r_z'}{2} - \frac{1-r_z'}{2} \log_2 \frac{1-r_z'}{2} + \frac{1+r'}{2} \log_2 \frac{1+r'}{2} + \frac{1-r'}{2} \log_2 \frac{1-r'}{2}, \quad (20)$$

式中: $r' = |\mathbf{r}'| = \sqrt{sr_x^2 + sr_y^2 + (sr_z + 1-s)^2}$; $r'_z = sr_z + 1-s$ 。

5 实例

考虑一个二能级系统与一个零温波色库相互作用的振幅耗散模型的量子相干性的动力学, 它对应振

幅阻尼通道模型。总系统的哈密顿量为

$$H = \omega_0 \sigma_+ \sigma_- + \sum_k \omega_k b_k^\dagger b_k + \sum_k g_k (\sigma_+ b_k + \sigma_- b_k^\dagger), \quad (21)$$

式中: ω_0 为二能级系统的跃迁频率;

b_k^\dagger 、 b_k 分别为频率为 ω_k 的库模的产生算符和湮灭算符;

g_k 为系统和库间的耦合常数;

σ_+ 、 σ_- 分别为量子比特的升、降算符。

假设零温环境中的谱密度满足洛伦兹分布

$$J(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_0 \lambda^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \lambda^2}, \quad (22)$$

式中: γ_0 为量子比特和库之间的耦合强度;

λ 为耦合谱宽, 它与库的关联时间有关 $\tau_c = \lambda^{-1}$ 。

利用这个谱, 在解 Schrodinger 方程的过程中可以得到一个重要的特征函数 $C(t)$,

$$C(t) = e^{-\lambda t/2} \left(\cosh \frac{Dt}{2} + \frac{\lambda}{D} \sinh \frac{Dt}{2} \right), \quad (23)$$

式中 $D = \sqrt{\lambda^2 - 2\gamma_0 \lambda}$ 。

系统的时间演化可以按如下定义的 Kraus 算符的一个振幅阻尼通道来等价地描述^[11]:

$$K_A = \left\{ C(t)|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|, \sqrt{1-C^2(t)}|1\rangle\langle 0| \right\}. \quad (24)$$

把动力学映射利用仿射的形式表示, 这个仿射映射的 Bloch 矢量在这个通道中可以表示为

$$\mathbf{r}' = (r'_x, r'_y, r'_z)^T = \varepsilon(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} C(t)r_x \\ C(t)r_y \\ C^2(t)r_z + 1 - C^2(t) \end{pmatrix}^T.$$

因此在振幅阻尼通道中, 初始态式(7)演化成

$$\rho_t = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 - (1-r_z)C^2(t) & C(t)(r_x - ir_y) \\ C(t)(r_x + ir_y) & (1-r_z)C^2(t) \end{pmatrix}. \quad (25)$$

为简单起见, 假设初始态为一个任意单比特纯态

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle, \quad (26)$$

式中: θ 为振幅参数, 且 $\theta \in (0, \pi)$;

ϕ 为相位参数, 且 $\phi \in (0, \pi)$ 。

容易求得它的 Bloch 矢量元

$$r_x = \text{tr}(\rho \sigma_x) = \sin \theta \cos \phi, \quad r_y = \text{tr}(\rho \sigma_y) = \sin \theta \sin \phi,$$

$$r_z = \text{tr}(\rho \sigma_z) = \cos \theta;$$

以及相应的演化态

$$\mathbf{r}' = (r'_x, r'_y, r'_z)^T = \begin{pmatrix} C(t) \sin \theta \cos \phi \\ C(t) \sin \theta \sin \phi \\ C^2(t) (\cos \theta - 1) + 1 \end{pmatrix}^T.$$

易知其 l_1 norm 相干性的初始值为

$$C_{l_1}(\rho_0) = \sin \theta;$$

t 时刻为

$$C_{l_1}(\rho_t) = \sqrt{r_x'^2 + r_y'^2} = C(t) \sin \theta. \quad (27)$$

量子相对熵相干性的初始值为

$$C_r(\rho_0) = -\frac{1 + \cos \theta}{2} \log_2 \frac{1 + \cos \theta}{2} - \frac{1 - \cos \theta}{2} \log_2 \frac{1 - \cos \theta}{2};$$

t 时刻为

$$C_r(\rho_t) = -\frac{1+r'_z}{2} \log_2 \frac{1+r'_z}{2} - \frac{1-r'_z}{2} \log_2 \frac{1-r'_z}{2} + \frac{1+r'}{2} \log_2 \frac{1+r'}{2} + \frac{1-r'}{2} \log_2 \frac{1-r'}{2}, \quad (28)$$

式中: $r' = \sqrt{C^2(t) \sin^2 \theta + [C^2(t) \cos \theta + 1 - C^2(t)]^2}$;

$$r'_z = C^2(t) (\cos \theta - 1) + 1.$$

特别地, 如果系统从激发态开始演化, 即

$$r_x = r_y = 0, \quad r_z = -1.$$

其相干性

$$C_{l_1}(\rho_t) = C_{l_1}(\rho_0) = 0,$$

$$C_r(\rho_t) = C_r(\rho_0) = 0.$$

如果从一般的混合态开始演化, 即 Bloch 矢量的分量满足

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} < 1.$$

开始演化时的系统相干性一般不为零, 但随着 $t \rightarrow \infty$, 其相干性最终消失。

图1为初始态为纯态式(26)时, 在马尔科夫环境中, 两种相干性随时间的演化特性(参数 $\theta = \pi/3$, $\lambda/\gamma = 10$), 其中插图是初始态为混态 $r_x = r_y = 0.5$, $r_z = -0.5$ 的情形。图2为非马尔科夫环境中, 两种相干性随时间的演化特性(参数 $\lambda/\gamma = 0.1$, 其余参数与图1中都相同)。

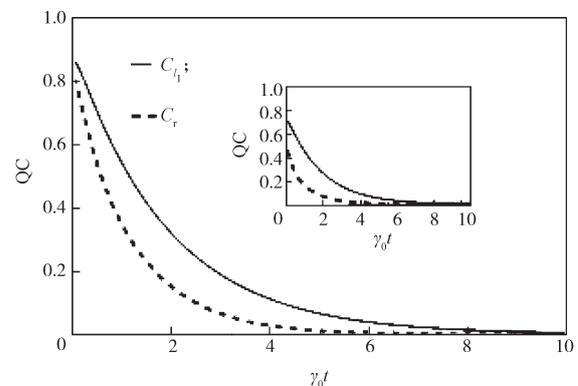


图1 l_1 norm 相干性和量子相对熵相干性在马尔科夫环境中的演化

Fig. 1 Evolution of the l_1 norm of coherence and quantum relative entropy coherence in Markovian environment

从图 1 可以看出, 在马尔科夫机制中, 两种量子相干性都单调衰减, 最后变为零。这是由于马尔科夫环境不具有记忆效应, 信息从量子比特到环境的流动是单向的。

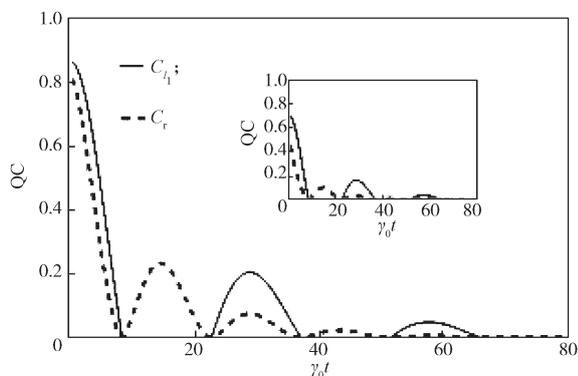


图 2 l_1 norm 相干性和量子相对熵相干性在非马尔科夫环境中的演化

Fig. 2 Evolution of the l_1 norm of coherence and the relative entropy of coherence in non-Markovian environment

从图 2 中可以看出, 在非马尔科夫环境中, 由于与热库的强耦合, 两种相干性的演化表现出随时间的振荡和复苏行为。这是因为非马尔科夫环境的记忆效应使得流向环境的信息回流到系统, 从而出现相干性的复苏。对所选取的初始态, 量子相对熵相干性有连续的振荡行为, 而 l_1 norm 相干性的振荡表现为不连续; 尽管初始态相同, 但两种相干性的初始值不相等; 在长时极限下, 两种量子相干性最终都消失。

6 结语

本文研究了 Bloch 表示下单量子比特的量子相干性, 得到了相位阻尼、退极化和振幅阻尼 3 种不同的退相干通道下的两种相干性 (l_1 norm 相干性和量子相对熵相干性) 的解析表达式。为了说明这些表达式的优越性, 通过实例研究了振幅阻尼通道下的一个单量子比特的耗散模型的量子相干性动力学演化。数值计算的结果表明, 无论初始态是纯态还是混合态, 两种相干性表现出相似的动力学特性: 当环境为马尔科夫时, 量子相干性单调衰减直至消失, 而当环境为非马尔科夫时, 量子相干性出现阻尼振荡现象直至全部消失。

参考文献:

- [1] BAUMGRATZ T, CRAMER M, PLENIO M B. Quantifying Coherence[J]. Phys. Rev. Lett., 2014, 113(14): 140401.
- [2] SHAO L H, XI Z J, FAN H, et al. Fidelity and Trace-Norm Distances for Quantifying Coherence[J]. Phys. Rev. A, 2015, 91(4): 042120.
- [3] RANA S, PARASHAR P, LEWENSTEIN M. Trace-Distance Measure of Coherence[J]. Phys. Rev. A, 2016, 93(1): 012110.
- [4] STRELTSOV A, SINGH U, DHAR H S, et al. Measuring Quantum Coherence with Entanglement[J]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115(2): 020403.
- [5] MA J J, YADIN B, GIROLAMI D, et al. Converting Coherence to Quantum Correlations[J]. Phys. Rev. Lett., 2016, 116(16): 160407.
- [6] DAVIDE G. Observable Measure of Quantum Coherence in Finite Dimensional Systems[J]. Phys. Rev. Lett., 2014, 113(17): 170401.
- [7] PIRES D P, CÉLERI L C, SOARES-PINTO D O. Geometric Lower Bound for a Quantum Coherence Measure[J]. Phys. Rev. A, 2015, 91(4): 042330.
- [8] WINTER A, YANG D. Operational Resource Theory of Coherence[J]. Phys. Rev. Lett., 2016, 116(12): 120404.
- [9] SINGH U, BERA M N, DHAR H S, et al. Maximally Coherent Mixed States: Complementarity between Maximal Coherence and Mixedness[J]. Phys. Rev. A, 2015, 91(5): 052115.
- [10] NIELSEN M A, CHUANG I L. Quantum Computation and Quantum Information[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2010: 374–385.
- [11] ZHONG W, SUN Z, MA J, et al. Fisher Information Under Decoherence in Bloch Representation[J]. Phys. Rev. A, 2013, 87(2): 022337.
- [12] 王国友, 夏湘芳, 彭柯铭, 等. 量子退相位通道中量子 Fisher 信息动力学[J]. 湖南工业大学学报, 2015, 29(1): 98–101.
WANG Guoyou, XIA Xiangfang, PENG Keming, et al. Dynamics of Quantum Fisher Information Under Pure Dephasing Channel[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2015, 29(1): 98–101.

(责任编辑: 邓光辉)