

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2019.01.013

基于属性测度的有差异区间型多准则 双边匹配决策方法研究

汪新凡, 贾翔, 孔令政

(湖南工业大学 理学院, 湖南 株洲 412007)

摘要: 针对具有主体期望水平的有差异区间型多准则双边匹配决策问题, 提出了一种基于属性测度的双边匹配决策方法。首先, 针对有差异区间型准则, 依据属性测度计算各准则值相对于各期望水平的匹配度, 并建立双方在各准则下的匹配度矩阵; 然后根据简单加权法原则, 建立双方综合匹配度矩阵; 进一步, 根据双方综合匹配度矩阵, 以双方主体的匹配度总和最大为目标, 构建多目标优化模型, 并根据线性加权法将多目标优化模型转换为单目标优化模型, 进而通过模型求解得到双边匹配结果; 最后, 通过实例验证了所提出的双边匹配决策方法的可行性和有效性。

关键词: 双边匹配决策; 有差异区间型准则; 属性测度; 匹配度; 优化模型

中图分类号: C934

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2019)01-0079-08

引文格式: 汪新凡, 贾翔, 孔令政. 基于属性测度的有差异区间型多准则双边匹配决策方法[J]. 湖南工业大学学报, 2019, 33(1): 79-86.

Research on Discrepant Interval-Based Multi-Criteria Bilateral Matching Decision-Making Method Based on Attribute Measure

WANG Xinfan, JIA Xiang, KONG Lingzheng

(College of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In view of the discrepant interval multi-criteria bilateral matching decision-making problem with subject expectation level, a proposed method has been applied to of the bilateral matching decision-making based on attribute measure. Firstly, the matching degrees of each criterion relative to each expected level can be calculated according to attribute measures with respect to the discrepant interval criteria, thus establishing the matching degree matrix of each criterion. Then, according to the principle of simple weighting method, the comprehensive matching degree matrices of both sides can be established. Furthermore, a multi-objective optimization model is constructed based on the comprehensive matching matrices of both parties and the maximum sum of matching degrees of both parties. By adopting the linear weighted method, the multi-objective optimization model is transformed into a single-objective optimization model, thus obtaining the bilateral matching results by solving the model. Finally, an example is provided to verify the feasibility and effectiveness of the proposed matching decision method.

收稿日期: 2018-07-26

基金项目: 湖南省哲学社会科学基金资助重点项目(18ZDB009), 湖南省自然科学基金资助项目(2018JJ3132, 2016JJ2043), 湖南省普通高等学校教学改革基金资助项目(2017-283)

作者简介: 汪新凡(1966-), 男, 湖南安化人, 湖南工业大学教授, 博士, 主要从事模糊决策, 随机决策, 信息融合等方面的研究, E-mail: zwxfydm@126.com

Keywords: bilateral matching decision-making; discrepant interval criterion; attribute measure; matching degree; optimization model

1 研究背景

双边匹配决策问题研究始于 D. Gale 等对稳定指派的概念、存在性、Pareto 最优条件及求解算法等方面的探索^[1], 其在社会经济生活中具大量的实际应用背景, 如男女婚姻匹配问题^[2]、大学招生录取中学校与学生的匹配问题^[3-4]、二手房中买方与卖方的匹配问题^[5]、人力资源管理中员工与岗位的匹配问题^[6-7]、首席执行官与企业的匹配问题^[8]、律师与律师事务所的匹配问题^[9]等。双边匹配决策问题中涉及两个不同有限集合中的主体, 每个主体都对另一方主体给出自身的偏好信息, 如何根据双方主体给出的偏好信息对双方主体进行匹配, 并最大限度地使每个主体都能匹配到满意的另一方主体, 是其需要解决的问题。

在双边匹配决策中, 由于实际问题的差异性和复杂性, 双方主体给出的偏好信息可能为完全偏好序形式^[10-14]、不确定偏好序形式^[15]、不完全偏好序形式^[16-17]、精确值形式^[18]、模糊数形式^[19-20]、语言数形式^[21-22]或多种类型信息并存的形式^[23-26]。文献[25-26]针对双方主体给出的偏好信息为精确值而期望水平为区间数的情形, 分别提出了解决带有主体期望水平的相同无差异区间型多准则双边匹配决策方法。但是, 文献仅考虑了其中的区间型准则是无差异的情形, 且针对无差异区间型准则, 两种方法均使用 0-1 匹配度来进行测度, 即若某准则值在某个期望水平内, 则该准则值相对于这个期望水平的匹配度为 1, 若不在这个期望水平内, 则匹配度为 0。事实上, 在很多现实的多准则双边匹配决策问题中, 区间型准则是存在差异的, 故这种“非此即彼”地计算匹配度存在一定的局限性。

鉴于此, 本文拟对双方主体给出的偏好信息为精确值而期望水平为区间数的情形, 考虑其中的区间型准则具有差异的情形(本文称为带有主体期望水平的有差异区间型多准则双边匹配决策问题), 利用程乾生教授提出的属性测度理论^[27-28]来度量各准则值相对于主体期望水平的匹配度, 进而提出相应的多准则双边匹配决策方法, 并进行实例分析。

2 基本概念

2.1 双边匹配

设甲方主体集合为 $A=\{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ ($m \geq 2$),

其中 A_i 表示第 i 个甲方主体, $i=1, 2, \dots, m$; 乙方主体集合为 $B=\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ ($n \geq 2$), 其中 B_j 表示第 j 个乙方主体, $j=1, 2, \dots, n$ 。

定义 1^[1, 25, 29] 设 $\mu: A \cup B \rightarrow A \cup B$ 为一一映射, 若 $\forall A_i \in A, \forall B_j \in B$, 且满足以下 3 个条件:

- 1) $\mu(A_i) \in B$;
- 2) $\mu(B_j) \in A \cup \{B_j\}$;
- 3) $\mu(A_i)=B_j$, 当且仅当 $\mu(B_j)=A_i$;

则称 μ 为双边匹配。其中 $\mu(A_i)=B_j$ 表示 A_i 与 B_j 在 μ 下匹配, $\mu(B_j)=B_j$ 表示 B_j 在 μ 下与自身匹配。

定义 2^[1, 25, 29] 若 $\mu(A_i)=B_j$, 则称 (A_i, B_j) 为 μ -匹配主体对, 此时 A_i 与 B_j 都称为匹配主体。

2.2 属性测度

定义 3^[27-28] 设 X 为研究对象空间, F 为 X 上的某一类属性空间, I_1, I_2, \dots, I_s 为属性空间 F 的 s 个属性集(或评价类), 如果 $\{I_1, I_2, \dots, I_s\}$ 满足 $F = \bigcup_{q=1}^s I_q$, $I_q \cap I_l = \emptyset, q \neq l$, 那么称 $\{I_1, I_2, \dots, I_s\}$ 为属性空间 F 的分割。如果 $I_1 \prec I_2 \prec \dots \prec I_s$ 或 $I_1 \prec I_2 \prec \dots \prec I_s$, 则称 $\{I_1, I_2, \dots, I_s\}$ 为属性空间 F 的有序分割。

对分割 $\{I_1, I_2, \dots, I_s\}$, 令

$$\Omega = \left\{ V : V = \bigcup_{q=1}^p Q_q, Q_q \in \{\emptyset, I_1, I_2, \dots, I_s\}, 1 \leq p \leq s \right\},$$

容易验证, Ω 是属性 σ 代数, 即满足如下 3 个条件:

- 1) 如果 $V \in \Omega$, 则 $\bar{V} \in \Omega$;
- 2) 如果 $V_q \in \Omega, V_l \in \Omega, q \neq l$, 则 $V_q \cup V_l \in \Omega$;
- 3) 如果 $V_q \in \Omega, q=1, 2, \dots$, 则 $\bigcup_q V_q \in \Omega$ 。此时,

称 (F, Ω) 为属性可测空间。

设 x 为 X 中的元素, I 为一个属性集, 用“ $x \in I$ ”表示“ x 具有属性 I ”, 则“ $x \in I$ ”仅仅是一种定性的描述, 可有时需要用一个具体的数字来定量刻画“ x 具有属性 I ”的程度, 这个数记为 $\psi(x \in I)$ 或 $\psi_x(I)$, 称为 $x \in I$ 的属性测度, 并给出如下的定义 4。

定义 4^[27-28] 设 (F, Ω) 为属性可测空间, 称 ψ_x 为 (F, Ω) 上的属性测度, 如果其满足:

- 1) $\psi_x(V) \geq 0, \forall V \in \Omega$;
- 2) $\psi_x(F)=1$;
- 3) 若 $V_q \in \Omega, V_q \cap V_l = \emptyset, q \neq l$, 则有

$$\psi_x \left(\bigcup_q V \right) = \sum_q \psi_x(V_q),$$

即具有可加性。

显然, ψ_x 的取值在 $[0, 1]$ 之间。此时, 称 (F, Ω, ψ_x) 为属性测度空间。

3 基于属性测度的有差异区间型双边匹配决策方法

3.1 问题描述

考虑某个带有主体期望水平的有差异区间型多准则双边匹配决策问题。为方便起见, 记 $M=\{1, 2, \dots, m\}$, $N=\{1, 2, \dots, n\}$, $H=\{1, 2, \dots, h\}$, 且 $m \leq n$ 。设双边主体都考虑由 h 个准则构成的准则集合 $C=\{C_1, C_2, \dots, C_h\}$, 其中 C_k 表示第 k 个准则, $k \in H$, 且都是加性独立的。不妨设准则权重向量已通过 AHP (analytic hierarchy process)、ANP (analytic network process) 或者专家评判法, 则可得到 $w=(w_1, w_2, \dots, w_h)^T$, 其中 w_k 表示准则 C_k 的重要程度, 且满足 $\sum_{k=1}^h w_k=1, 0 \leq w_k \leq 1$ 。设 $R=[\bar{r}_{ik}]_{m \times h}$ 表示甲方主体准则值矩阵, 其中 \bar{r}_{ik} 表示甲方主体 A_i 关于准则 C_k 的准则值; 设 $E_A=[\bar{e}_{ik}^A]_{m \times h}$ 表示甲方主体期望水平矩阵, 其中 \bar{e}_{ik}^A 表示甲方主体 A_i 对准则 C_k 的期望水平。设 $T=[\bar{t}_{jk}]_{n \times h}$ 表示乙方主体准则值矩阵, 其中 \bar{t}_{jk} 表示乙方主体 B_j 关于准则 C_k 的准则值; 设 $E_B=[\bar{e}_{jk}^B]_{n \times h}$ 表示乙方主体期望水平矩阵, 其中 \bar{e}_{jk}^B 表示乙方主体 B_j 对准则 C_k 的期望水平。

本研究考虑准则值 \bar{r}_{ik} 和 \bar{t}_{jk} 为清晰数, 期望水平 \bar{e}_{ik}^A 为区间数 $\bar{e}_{ik}^A=[e_{ik}^{Al}, e_{ik}^{Au}]$, 期望水平 \bar{e}_{jk}^B 为区间数 $\bar{e}_{jk}^B=[e_{jk}^{Bl}, e_{jk}^{Bu}]$, 且 C_1, C_2, \dots, C_h 的类型都是有差异区间型准则 (即在某个固定区间内的准则值之间是有差异的)。本研究将要解决的问题是, 依据准则值矩阵 R 和 T 、期望水平矩阵 E_A 和 E_B 以及准则权重向量 w , 通过一个有效的多准则双边匹配决策方法得到匹配方案。

3.2 匹配决策方法

3.2.1 确定匹配度

针对上述多准则双边匹配决策问题, 使用属性测度的相关知识来定义匹配度, 即若给出的某个准则值在给出的某个期望水平内, 则该准则值相对于这个期望水平的匹配度为该准则值属于这个期望水平的属

性测度, 若该准则值不在这个期望水平内, 则匹配度为 0。

对于甲方主体 A_i , 计算得乙方主体 B_j 关于准则 C_k 的准则值 \bar{t}_{jk} 相对于区间数期望水平 \bar{e}_{ik}^A 的匹配度为 P_{ijk}^A ,

那么 P_{ijk}^A 可表示如下:

当准则 C_k 为效益型时,

$$P_{ijk}^A = \begin{cases} 1, & e_{ik}^{Al} = e_{ik}^{Au} = \bar{t}_{jk}; \\ \frac{\bar{t}_{jk} - e_{ik}^{Al}}{e_{ik}^{Au} - e_{ik}^{Al}}, & e_{ik}^{Al} \neq e_{ik}^{Au}, e_{ik}^{Al} \leq \bar{t}_{jk} \leq e_{ik}^{Au}; \\ 0, & e_{ik}^{Al} = e_{ik}^{Au} \neq \bar{t}_{jk}; \\ 0, & e_{ik}^{Al} \neq e_{ik}^{Au}, \bar{t}_{jk} < e_{ik}^{Al}; \\ 0, & e_{ik}^{Al} \neq e_{ik}^{Au}, \bar{t}_{jk} > e_{ik}^{Au}. \end{cases} \quad (1)$$

当准则 C_k 为成本型时,

$$P_{ijk}^A = \begin{cases} 1, & e_{ik}^{Al} = e_{ik}^{Au} = \bar{t}_{jk}; \\ \frac{e_{ik}^{Au} - \bar{t}_{jk}}{e_{ik}^{Au} - e_{ik}^{Al}}, & e_{ik}^{Al} \neq e_{ik}^{Au}, e_{ik}^{Al} \leq \bar{t}_{jk} \leq e_{ik}^{Au}; \\ 0, & e_{ik}^{Al} = e_{ik}^{Au} \neq \bar{t}_{jk}; \\ 0, & e_{ik}^{Al} \neq e_{ik}^{Au}, \bar{t}_{jk} < e_{ik}^{Al}; \\ 0, & e_{ik}^{Al} \neq e_{ik}^{Au}, \bar{t}_{jk} > e_{ik}^{Au}. \end{cases} \quad (2)$$

因此, 根据式 (1) 或式 (2), 可建立准则 C_k

下的甲方匹配度矩阵 $P_k^A=[p_{ijk}^A]_{m \times n}, k \in H$ 。

同理, 对于乙方主体 B_l , 计算甲方主体 A_i 关于准则 C_k 的准则值 \bar{r}_{ik} 相对于区间数期望水平 \bar{e}_{jk}^B 的匹配度为 P_{ijl}^B , 那么 P_{ijl}^B 可表示如下:

当准则 C_k 为效益型时,

$$P_{ijl}^B = \begin{cases} 1, & e_{jk}^{Bl} = e_{jk}^{Bu} = \bar{r}_{ik}; \\ \frac{\bar{r}_{ik} - e_{jk}^{Bl}}{e_{jk}^{Bu} - e_{jk}^{Bl}}, & e_{jk}^{Bl} \neq e_{jk}^{Bu}, e_{jk}^{Bl} \leq \bar{r}_{ik} \leq e_{jk}^{Bu}; \\ 0, & e_{jk}^{Bl} = e_{jk}^{Bu} \neq \bar{r}_{ik}; \\ 0, & e_{jk}^{Bl} \neq e_{jk}^{Bu}, \bar{r}_{ik} < e_{jk}^{Bl}; \\ 0, & e_{jk}^{Bl} \neq e_{jk}^{Bu}, \bar{r}_{ik} > e_{jk}^{Bu}; \end{cases} \quad (3)$$

当准则 C_k 为成本型时,

$$P_{ijl}^B = \begin{cases} 1, & e_{jk}^{Bl} = e_{jk}^{Bu} = \bar{r}_{ik}; \\ \frac{e_{jk}^{Bu} - \bar{r}_{ik}}{e_{jk}^{Bu} - e_{jk}^{Bl}}, & e_{jk}^{Bl} \neq e_{jk}^{Bu}, e_{jk}^{Bl} \leq \bar{r}_{ik} \leq e_{jk}^{Bu}; \\ 0, & e_{jk}^{Bl} = e_{jk}^{Bu} \neq \bar{r}_{ik}; \\ 0, & e_{jk}^{Bl} \neq e_{jk}^{Bu}, \bar{r}_{ik} < e_{jk}^{Bl}; \\ 0, & e_{jk}^{Bl} \neq e_{jk}^{Bu}, \bar{r}_{ik} > e_{jk}^{Bu}. \end{cases} \quad (4)$$

因此, 则根据式 (3) 或式 (4), 可建立准则

C_k 下的乙方匹配度矩阵 $\mathbf{P}_k^B = [p_{ijk}^B]_{m \times n}$, $k \in H$ 。

3.2.2 计算双方主体的综合匹配度

根据甲方匹配度矩阵 \mathbf{P}_k^A ($k \in H$) 和准则权重向量 \mathbf{w} , 可以建立甲方综合匹配度矩阵 $\mathbf{P}_A = [p_{ij}^A]_{m \times n}$, 其中

$$p_{ij}^A = \sum_{k=1}^h w_k p_{ijk}^A, \quad i \in M, j \in N. \quad (5)$$

根据乙方匹配度矩阵 \mathbf{P}_k^B ($k \in H$) 和准则权重向量 \mathbf{w} , 可以建立乙方综合匹配度矩阵 $\mathbf{P}_B = [p_{ij}^B]_{m \times n}$, 其中

$$p_{ij}^B = \sum_{k=1}^h w_k p_{ijk}^B, \quad i \in M, j \in N. \quad (6)$$

显然, 根据式 (1) ~ (6) 可知,

$$p_{ij}^A \in [0, 1], \quad p_{ij}^B \in [0, 1].$$

3.2.3 构建优化匹配模型

根据甲方综合匹配度矩阵 $\mathbf{P}_A = [p_{ij}^A]_{m \times n}$ 和乙方综合匹配度矩阵 $\mathbf{P}_B = [p_{ij}^B]_{m \times n}$, 尽可能使双方匹配主体满意度最大化, 由此可构建优化匹配模型。引入 0-1 变量 x_{ij} , 其中, $x_{ij}=1$ 表示 $\mu(A_i)=B_j$, 即 A_i 与 B_j 匹配; $x_{ij}=0$ 表示 $\mu(A_i) \neq B_j$, 即 A_i 与 B_j 不匹配。

由于 A_i 仅仅能与一个乙方主体匹配, 所以

$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1$; 而 B_j 最多能与一个甲方主体匹配, 所以 $\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1$ 。因此, 以综合匹配度之和 $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij}^A x_{ij}$ 与 $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij}^B x_{ij}$ 为目标, 可建立如下多目标优化模型:

$$\max Z_A = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij}^A x_{ij}; \quad (7)$$

$$\max Z_B = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij}^B x_{ij}; \quad (8)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i \in M; \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad j \in N; \quad (10)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in M, j \in N. \quad (11)$$

在上述模型中, 式 (7) 和式 (8) 是目标函数, 式 (7) 的含义是尽可能使甲方匹配主体 A_i 对乙方匹配主体 B_j 的满意度最大, 式 (8) 的含义是尽可能使乙方匹配主体 B_j 对甲方匹配主体 A_i 的满意度最大; 式 (9) ~ (11) 是约束条件。

3.2.4 求解模型得出最优匹配方案

对由式 (7) ~ (11) 构成的多目标优化模型, 可通过使用线性加权的方法, 即将式 (7) 和式 (8) 进行线性加权, 从而转化为一个单目标优化模型进行求解。设 ω_A 和 ω_B 分别代表目标 Z_A 和 Z_B 的权重, 满足条件 $0 < \omega_A, \omega_B < 1, \omega_A + \omega_B = 1$ 。权重 ω_A 和 ω_B 反映了目标 Z_A 和 Z_B 分别在现实匹配问题中的重要程度。一般情况下, 取 $\omega_A = \omega_B = 0.5$, 表示双方主体在匹配过程中所处的地位相同。于是, 由式 (7) ~ (11) 构成的优化模型可以转化为下面的单目标优化模型:

$$\max Z = 0.5 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij}^A x_{ij} + 0.5 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij}^B x_{ij}; \quad (12)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i \in M; \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad j \in N; \quad (14)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in M, j \in N. \quad (15)$$

由式 (12) ~ (15) 构成的模型中, 目标函数和约束条件都是线性的, 故可利用线性规划的方法进行求解。例如, 可运用 LINGO 的优化软件包对该模型进行求解, 从而得到优化模型解 x_{ij} ($i \in M, j \in N$)。在得到的解中, 当 $x_{ij}=1$ 时, 表示甲方主体 A_i 与乙方主体 B_j 匹配; 当 $x_{ij}=0$ 时, 表示甲方主体 A_i 与乙方主体 B_j 不匹配。

由以上分析可知, 基于属性测度的有差异区间型多准则双边匹配决策方法的具体步骤如下:

步骤 1 利用式 (1) 或式 (2) 建立甲方匹配度矩阵 \mathbf{P}_k^A ; 利用式 (3) 或式 (4) 建立乙方匹配度矩阵 \mathbf{P}_k^B 。

步骤 2 利用式 (5) 和权重向量 \mathbf{w} , 建立甲方综合匹配度矩阵 \mathbf{P}_A ; 利用式 (6) 和权重向量 \mathbf{w} , 建立乙方综合匹配度矩阵 \mathbf{P}_B 。

步骤 3 根据甲方综合匹配度矩阵 \mathbf{P}_A 、乙方综合匹配度矩阵 \mathbf{P}_B 以及匹配约束条件, 构建多目标优化模型式 (7) ~ (11)。

步骤 4 利用线性加权法将多目标优化模型式 (7) ~ (11) 转化为单目标线性优化模型式 (12) ~ (15)。

步骤 5 利用 LINGO 软件包求解单目标线性优化模型式 (12) ~ (15), 并确定最优匹配方案。

4 算例

以婚姻匹配中男方和女方的双边匹配为例, 说明利用本文中提出的多准则双边匹配决策方法求解的过程和结果。

长沙某婚庆公司在一周内收到 10 位女士和 11 位男士的求偶需求。经过婚庆公司的初步筛查, 4 位女士 (A_1, A_2, A_3, A_4) 和 6 位男士 ($B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$) 进入约会匹配阶段。所考虑的准则有家境 C_1 (主要指家庭经济情况, 通过打分进行评价, 分数为 1~10, 10 表示非常好, 1 表示差)、年收入 C_2 (主要指个人的收入情况, 单位: 万元)、相貌 C_3 (通过打分进行评价, 分数为 1~10, 10 表示非常帅/非常漂亮, 1 表示丑)、身高 C_4 (单位: cm) 以及受教育程度 C_5 (通过打分进行评价, 1 表示初中及以下, 2 表示高中, 3 表示大学专科, 4 表示大学本科, 5 表示硕士, 6 表示博士。其中 C_1, C_3 的准则值主要由该婚庆公司进行评价确定。

因为男女双方主体在匹配过程中所处的生活环境和地位相同, 故假设准则权重向量都为 $w=(0.2, 0.3, 0.3, 0.1, 0.1)^T$ 。4 位女士给出的准则值矩阵 $R = [\bar{r}_{ik}]_{4 \times 5}$ 和期望水平矩阵 $E_A = [\bar{e}_{ik}^A]_{4 \times 5}$, 分别如表 1 和表 2 所示。6 位男士给出的准则值矩阵 $T = [\bar{t}_{jk}]_{6 \times 5}$ 和期望水平矩阵 $E_B = [\bar{e}_{jk}^B]_{6 \times 5}$, 分别如表 3 和表 4 所示。

表 1 女士的准则值矩阵 R

Table 1 Criterion value matrix R for female party

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A_1	7	6.0	6	163	4
A_2	6	5.3	5	165	3
A_3	8	4.8	7	158	5
A_4	7	5.8	5	167	2

表 2 女士的期望水平矩阵 E_A

Table 2 Expectation level matrix E_A for female party

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A_1	[5, 10]	[4.5, 7.0]	[4, 8]	[175, 180]	[2, 4]
A_2	[4, 8]	[4.0, 8.0]	[5, 10]	[170, 180]	[3, 4]
A_3	[5, 9]	[4.8, 9.0]	[7, 10]	[170, 185]	[3, 5]
A_4	[2, 10]	[5.5, 8.0]	[6, 9]	[175, 185]	[2, 5]

表 3 男士的准则值矩阵 T

Table 3 Criterion value matrix T for male party

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
B_1	5	6.5	6	175	4
B_2	6	7.0	5	182	5
B_3	7	5.5	8	176	3
B_4	8	6.8	5	180	2
B_5	4	7.5	4	173	4
B_6	5	6.5	6	176	3

表 4 男士的期望水平矩阵 E_B

Table 4 Expectation level matrix E_B for male party

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
B_1	[5, 8]	[5.0, 7.0]	[4, 8]	[160, 170]	[2, 4]
B_2	[2, 8]	[4.5, 7.5]	[2, 8]	[165, 170]	[2, 5]
B_3	[1, 10]	[4.0, 7.0]	[6, 10]	[162, 175]	[3, 4]
B_4	[5, 10]	[5.5, 8.5]	[5, 8]	[167, 175]	[2, 4]
B_5	[6, 8]	[6.0, 7.5]	[3, 8]	[155, 165]	[2, 5]
B_6	[4, 8]	[4.5, 8.5]	[2, 9]	[155, 165]	[3, 4]

下面利用本文提出的多准则双边匹配决策方法解决此问题, 具体步骤如下:

步骤 1 利用式 (1) 或式 (2) 建立女方匹配度矩阵 P_k^A , 如表 5 所示; 利用式 (3) 或式 (4) 建立男方匹配度矩阵 P_k^B , 如表 6 所示。

步骤 2 利用式 (5) 和权重向量 w , 建立女方综合匹配度矩阵 P_A , 如表 7 所示; 利用式 (6) 和权重向量 w , 建立男方综合匹配度矩阵 P_B , 如表 8 所示。

表 5 女方匹配度矩阵 P_k^A

Table 5 Matching degree matrix P_k^A for female party

	C_1					
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0	0.200 0	0.400 0	0.600 0	0	0
A_2	0.250 0	0.500 0	0.750 0	1.000 0	0	0.250 0
A_3	0	0.250 0	0.500 0	0.750 0	0	0
A_4	0.375 0	0.500 0	0.625 0	0.750 0	0.250 0	0.375 0
	C_2					
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.800 0	1.000 0	0.400 0	0.920 0	0	0.800 0
A_2	0.625 0	0.750 0	0.375 0	0.700 0	0.675 0	0.625 0
A_3	0.400 0	0.520 0	0.167 0	0.476 0	0.643 0	0.400 0
A_4	0.400 0	0.600 0	0	0.520 0	0.800 0	0.400 0
	C_3					
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.500 0	0.250 0	1.000 0	0.250 0	0	0.500 0
A_2	0.200 0	0	0.600 0	0	0	0.200 0
A_3	0	0	0.333 0	0	0	0
A_4	0	0	0.667 0	0	0	0
	C_4					
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0	0	0.200 0	1.000 0	0	0.200 0
A_2	0.500 0	0	0.600 0	1.000 0	0.300 0	0.600 0
A_3	0.333 0	0.800 0	0.400 0	0.667 0	0.200 0	0.400 0
A_4	0	0.700 0	0.100 0	0.500 0	0	0.100 0
	C_5					
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	1.000 0	0	0.500 0	0	1.000 0	0.500 0
A_2	1.000 0	0	0	0	1.000 0	0
A_3	0.500 0	1.000 0	0	0	0.500 0	0
A_4	0.667 0	1.000 0	0.333 0	0	0.667 0	0.333 0

表6 男方匹配度矩阵 P_k^B

Table 6 Matching degree matrix P_k^B for male party

C_1						
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.667 0	0.833 0	0.667 0	0.400 0	0.500 0	0.750 0
A_2	0.333 0	0.667 0	0.556 0	0.200 0	0	0.500 0
A_3	1.000 0	1.000 0	0.778 0	0.600 0	1.000 0	1.000 0
A_4	0.667 0	0.833 0	0.667 0	0.400 0	0.500 0	0.750 0
C_2						
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.500 0	0.500 0	0.667 0	0.167 0	0	0.375 0
A_2	0.150 0	0.267 0	0.433 0	0	0	0.200 0
A_3	0	0.100 0	0.267 0	0	0	0.075 0
A_4	0.400 0	0.433 0	0.600 0	0.100 0	0	0.325 0
C_3						
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.500 0	0.667 0	0	0.333 0	0.600 0	0.571 0
A_2	0.250 0	0.500 0	0	0	0.400 0	0.429 0
A_3	0.750 0	0.833 0	0.250 0	0.667 0	0.800 0	0.714 0
A_4	0.250 0	0.500 0	0	0	0.400 0	0.429 0
C_4						
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.300 0	0	0.077 0	0	0.800 0	0.800 0
A_2	0.500 0	0	0.231 0	0	1.000 0	1.000 0
A_3	0	0	0	0	0.300 0	0.300 0
A_4	0.700 0	0.400 0	0.385 0	0	0	0
C_5						
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	1.000 0	0.667 0	1.000 0	1.000 0	0.667 0	1.000 0
A_2	0.500 0	0.333 0	0	0.500 0	0.333 0	0
A_3	0	1.000 0	0	0	1.000 0	0
A_4	0	0	0	0	0	0

表7 女方综合匹配度矩阵 P_A

Table 7 Comprehensive matching degree matrix P_A for female party

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.400 0	0.415 0	0.570 0	0.571 0	0.100 0	0.460 0
A_2	0.447 5	0.325 0	0.502 5	0.510 0	0.332 5	0.357 5
A_3	0.203 3	0.386 0	0.290 0	0.359 5	0.262 9	0.160 0
A_4	0.261 7	0.450 0	0.358 4	0.356 0	0.356 7	0.238 3

表8 男方综合匹配度矩阵 P_B

Table 8 Comprehensive matching degree matrix P_B for male party

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.563 4	0.582 8	0.441 2	0.330 4	0.426 7	0.613 8
A_2	0.286 6	0.396 8	0.264 2	0.090 0	0.253 3	0.388 7
A_3	0.425 0	0.579 9	0.310 7	0.320 1	0.570 0	0.466 7
A_4	0.398 4	0.486 5	0.351 9	0.110 0	0.220 0	0.376 2

步骤3 根据女方综合匹配度矩阵 P_A 、男方综合匹配度矩阵 P_B 以及匹配约束条件, 构建多目标优化模型

$$\max Z_A = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^6 p_{ij}^A x_{ij}; \quad (16)$$

$$\max Z_B = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^6 p_{ij}^B x_{ij}; \quad (17)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^6 x_{ij} = 1, i=1, 2, 3, 4; \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} \leq 1, j=1, 2, \dots, 6; \quad (19)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i=1, 2, 3, 4, j=1, 2, \dots, 6. \quad (20)$$

步骤4 使用线性加权法将多目标优化模型式(16)~(20)转化为单目标线性优化模型

$$\max Z = 0.5 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^6 p_{ij}^A x_{ij} + 0.5 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^6 p_{ij}^B x_{ij}; \quad (21)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^6 x_{ij} = 1, i=1, 2, 3, 4; \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} \leq 1, j=1, 2, \dots, 6; \quad (23)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i=1, 2, 3, 4, j=1, 2, \dots, 6. \quad (24)$$

步骤5 利用LINGO软件包求解单目标线性优化模型式(21)~(24), 得

$$\begin{aligned} x_{11}=0; x_{12}=0; x_{13}=0; x_{14}=0; x_{15}=0; x_{16}=1; \\ x_{21}=0; x_{22}=0; x_{23}=1; x_{24}=0; x_{25}=0; x_{26}=0; \\ x_{31}=0; x_{32}=0; x_{33}=0; x_{34}=0; x_{35}=1; x_{36}=0; \\ x_{41}=0; x_{42}=1; x_{43}=0; x_{44}=0; x_{45}=0; x_{46}=0. \end{aligned}$$

根据以上最优解可知: 女士 A_1 和男士 B_6 匹配, 女士 A_2 和男士 B_3 匹配, 女士 A_3 和男士 B_5 匹配, 女士 A_4 和男士 B_2 匹配, 男士 B_1 和 B_4 未匹配。

5 结语

本文基于属性测度理论, 提出了一种具有主体期望水平的有差异区间型多准则双边匹配决策方法。该方法针对有差异区间型准则, 依据属性测度定义各准则值相对于各期望水平的匹配度, 并建立了双方匹配度矩阵; 然后根据简单加权法原则建立了双方综合匹配度矩阵; 在此基础上, 以双方主体的匹配度总和最大为目标, 构建了一个多目标优化模型, 并根据线性加权法将多目标优化模型转化为单目标优化模型, 进而利用LINGO软件包求解该模型得到双边匹配结果。由于在很多现实的多准则双边匹配决策问题中, 区间型准则存在差异, 故该方法考虑问题更加细致, 适应性更加广泛, 实例分析也表明了该方法的实用性和可行性。

参考文献:

- [1] GALE D, SHAPLEY L S. College Admissions and the Stability of Marriage[J]. American Mathematical Monthly, 1962, 69(1): 9-15.
- [2] GUSFIELD D, IRVING R W. The Stable Marriage Problem, Structure and Algorithms[M]. Cambridge: MIT Press, 1989: 56-102.
- [3] PAIS J. Random Matching in the College Admissions Problem[J]. Economic Theory, 2008, 35(1): 99-116.
- [4] 聂海峰. 高考录取机制的博弈分析[J]. 经济学(季刊), 2007, 6(3): 899-916.
NIE Haifeng. A Game Theoretical Analysis of China's College Admission Mechanism[J]. China Economic Quarterly, 2007, 6(3): 899-916.
- [5] 陈林, 朱卫平. 基于二手房市场与理性预期的房地产市场机制研究[J]. 管理科学学报, 2011, 14(2): 61-70.
CHEN Lin, ZHU Weiping. Research on Real Estate Market Mechanism in the Second-Hand Market and Rational Expectation[J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(2): 61-70.
- [6] GOODMAN SA, SVYANTEK D J. Person-Organization Fit and Contextual Performance: Do Shared Values Matter[J]. Journal of Vocational Behavior, 1999, 55(2): 254-275.
- [7] 陈希, 樊治平. 考虑多种形式信息的求职者与岗位双边匹配研究[J]. 运筹与管理, 2009, 18(6): 103-109.
CHEN Xi, FAN Zhiping. Research on Two-Sided Matching Problem Between Employees and Positions Based on Multiple Format Information[J]. Operations Research and Management Science, 2009, 18(6): 103-109.
- [8] GABAIX X, LANDIER A. Why Has CEO Pay Increased so Much[J]. Quarterly Journal of Economics, 2008, 123(1): 49-100.
- [9] GINSBURG T, WOLF J A. The Market for Elite Law Firm Associates[J]. The Florida State University Law Review, 2003, 31(1): 909-963.
- [10] 樊治平, 乐琦. 基于完全偏好序信息的严格双边匹配方法[J]. 管理科学学报, 2014, 17(1): 21-34.
FAN Zhiping, YUE Qi. Strict Two-Sided Matching Method Based on Complete Preference Ordinal Information[J]. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(1): 21-34.
- [11] 梁海明, 姜艳萍. 一种基于弱偏好序信息的双边匹配决策方法[J]. 系统工程学报, 2014, 29(2): 153-159.
LIANG Haiming, JIANG Yanping. Method for Two-Sided Matching Decision-Making Based on the Weak Preference Ordering Information[J]. Journal of Systems Engineering, 2014, 29(2): 153-159.
- [12] 李铭洋, 樊治平. 考虑双方主体心理行为的稳定双边匹配方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(10): 2591-2599.
LI Mingyang, FAN Zhiping. Method for Stable Two-Sided Matching Considering Psychological Behavior of Agents on Both Sides[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2014, 34(10): 2591-2599.
- [13] 乐琦, 樊治平. 基于累积前景理论的双边匹配决策方法[J]. 系统工程学报, 2013, 28(1): 38-46.
YUE Qi, FAN Zhiping. Decision Method for Two-Sided Matching Based on Cumulative Prospect Theory[J]. Journal of Systems Engineering, 2013, 28(1): 38-46.
- [14] 乐琦, 樊治平. 一种具有序值信息的双边匹配决策方法[J]. 系统工程学报, 2012, 27(2): 185-192.
YUE Qi, FAN Zhiping. Method for Two-Sided Matching Decision-Making with Ordinal Numbers[J]. Journal of Systems Engineering, 2012, 27(2): 185-192.
- [15] 乐琦. 基于累积前景理论的具有不确定偏好序信息的双边匹配决策方法[J]. 系统科学与数学, 2013, 33(9): 1061-1070.
YUE Qi. Decision Method for the Two-Sided Matching with Uncertain Preference Ordinal Information Based on Cumulative Prospect Theory[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2013, 33(9): 1061-1070.
- [16] 乐琦. 基于不完全序关系信息的双边匹配决策方法[J]. 浙江大学学报(理学版), 2014, 41(5): 523-527.
YUE Qi. Decision Method for Two-Sided Matching Based on Incomplete Order Relation Information[J]. Journal of Zhejiang University (Science Edition), 2014, 41(5): 523-527.
- [17] 乐琦. 基于累积前景理论的具有不完全序值信息的双边匹配决策方法[J]. 运筹与管理, 2013, 22(4): 26-32.
YUE Qi. Decision Method for Two-Sided Matching with Incomplete Ordinal Number Information Based on Cumulative Prospect Theory[J]. Operations Research and Management Science, 2013, 22(4): 26-32.
- [18] SIM K M, CHAN R. A Brokering Protocol for Agent-Based E-Commerce[J]. IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2000, 30(4): 474-484.
- [19] 蒋忠中, 樊治平, 汪定伟. 电子中介中具有模糊信息且需求不可分的多属性商品交易匹配问题[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(12): 2355-2366.
JIANG Zhongzhong, FAN Zhiping, WANG Dingwei. Trade Matching for Multi-Attribute Exchanges with Fuzzy Information and Indivisible Demand in E-Brokerage[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2011,

- 31(12): 2355-2366.
- [20] 蒋忠中, 樊治平, 汪定伟, 等. 具模糊信息的多数量多属性电子交易匹配问题 [J]. 管理科学学报, 2014, 17(5): 52-65.
JIANG Zhongzhong, FAN Zhiping, WANG Dingwei, et al. Matching Model and Algorithm for Multi-Unit Multi-Attribute Exchanges with Fuzzy Information in E-Brokerage[J]. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(5): 52-65.
- [21] HUYNH V N, NAKAMORI Y. A Satisfactory-Oriented Approach to Multiexpert Decision-Making with Linguistic Assessments[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2005, 35(2): 184-196.
- [22] 陈 希, 樊治平. 电子采购中具有语言评价信息的交易匹配问题研究 [J]. 运筹与管理, 2009, 18(3): 132-137.
CHEN Xi, FAN Zhiping. Research on Trade Matching Problem in Electronic Procurement with Linguistic Assessment Information[J]. Operations Research and Management Science, 2009, 18(3): 132-137.
- [23] 陈 希, 韩 菁, 张 晓. 考虑心理期望与感知的多属性匹配决策方法 [J]. 控制与决策, 2014, 29(11): 2027-2033.
CHEN Xi, HAN Jing, ZHANG Xiao. Method for Multiple Attribute Matching Decision Making Considering Matching Body's Psychological Aspiration and Perception[J]. Control and Decision, 2014, 29(11): 2027-2033.
- [24] 万树平, 李登峰. 具有不同类型信息的风险投资商与投资企业多指标双边匹配决策方法 [J]. 中国管理科学, 2014, 22(2): 40-47.
WAN Shuping, LI Dengfeng. Decision Making Method for Multi-Attribute Two-Side Matching Problem Between Venture Capitalists and Investment Enterprises with Different Kinds of Information[J]. Chinese Journal of Management Science, 2014, 22(2): 40-47.
- [25] 乐 琦. 基于前景理论的不同无差异区间型多指标匹配决策方法 [J]. 系统科学与数学, 2013, 33(12): 1447-1455.
YUE Qi. The Same Indifference Interval Multiple Criteria Matching Decision Method Based on Prospect Theory[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2013, 33(12): 1447-1455.
- [26] 乐 琦. 无差异区间型多指标匹配决策方法 [J]. 系统工程学报, 2014, 29(1): 41-47.
YUE Qi. Indifference Interval Multiple Criteria Matching Decision Method[J]. Journal of Systems Engineering, 2014, 29(1): 41-47.
- [27] 程乾生. 属性识别理论模型及其应用 [J]. 北京大学学报(自然科学版), 1997, 33(1): 12-20.
CHENG Qiansheng. Attribute Recognition Theoretical Model with Application[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 1997, 33(1): 12-20.
- [28] 程乾生. 属性数学: 属性测度和属性统计 [J]. 数学的实践与认识, 1998, 28(2): 97-107.
CHENG Qiansheng. Attribute Mathematics: Attribute Measure and Attribute Statistics[J]. Mathematics in Practice and Theory, 1998, 28(2): 97-107.
- [29] ROTH A E. Common and Conflicting Interests in Two-Sided Matching Markets[J]. European Economic Review, 1985, 27(1): 75-96.

(责任编辑: 邓光辉)