

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2019.01.001

# 单边碰振轨道非线性能量阱减振性能数值研究

王菁菁, 李浩博, 刘志彬, 沈燕华

(湖南工业大学 土木工程学院, 湖南 株洲 412007)

**摘要:** 针对轨道非线性能量阱(轨道 NES)能量鲁棒性较差和调谐质量阻尼器(TMD)频率鲁棒性较差的问题, 提出了单边碰振轨道非线性能量阱(SSVI轨道 NES)。对 SSVI 轨道 NES 进行了理论分析, 并在脉冲型荷载作用下对 SSVI 轨道 NES 进行了性能优化和数值模拟。研究表明, SSVI 轨道 NES 减振性能优越, 同时具有较强的能量鲁棒性和频率鲁棒性。

**关键词:** 单边碰振轨道非线性能量阱; 减振性能; 脉冲激励; 顶层位移响应

**中图分类号:** TU352.1

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2019)01-0001-05

**引文格式:** 王菁菁, 李浩博, 刘志彬, 等. 单边碰振轨道非线性能量阱减振性能数值研究 [J]. 湖南工业大学学报, 2019, 33(1): 1-5.

## A Numerical Study on the Vibration Absorption Performance of Single-Sided Vibro-Impact Track Nonlinear Energy Sinks

WANG Jingjing, LI Haobo, LIU Zhibin, SHEN Yanhua

(College of Civil Engineering, Hunan University of Technology, Hunan Zhuzhou 412007, China)

**Abstract:** In view of the poor energy robustness of track nonlinear energy sinks (track NESs) and poor frequency robustness of tuned mass dampers (TMDs), a proposal has thus been made of single-sided vibro-impact track nonlinear energy sinks (SSVI track NESs). Firstly, a theoretical analysis has been carried out of SSVI track NES, followed by the performance optimization and numerical simulation of SSVI track NES under impulse excitation. The research results show that the SSVI track NES exhibits a superior performance in vibration reduction under impulsive excitation, demonstrating a high robustness against the change of input energy and frequency.

**Keywords:** single-sided vibro-impact track nonlinear energy sink; vibration reduction performance; impulsive excitation; top displacement response

### 1 研究背景

非线性能量阱 (nonlinear energy sink, NES) 是一类可有效减小主体结构响应的被动能量耗散装

置, 它不同于传统的质量阻尼器 (如调谐质量阻尼器 (tuned mass damper, TMD))。NES 能够提供本质非线性的回复力, 这种非线性使能量从低阶模态传递到高阶模态, 且被快速消耗。本质非线性指回复力与

收稿日期: 2018-10-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51608190), 湖南省自然科学基金资助项目 (2018JJ3123), 湖南省研究生科研创新基金资助项目 (CX2017B701)

作者简介: 王菁菁 (1986-), 女, 湖南株洲人, 湖南工业大学讲师, 主要从事结构振动控制方面的教学与研究, E-mail: wangjj@hut.edu.cn

通信作者: 沈燕华 (1976-), 女, 湖南株洲人, 湖南工业大学讲师, 主要从事建筑结构及施工方面的教学与研究, E-mail: 14020487@qq.com

装置位移不成线性比例,且该回复力-位移关系不可作线性简化。

在过去几十年中,不同学科领域的学者对非线性能量阱进行了研究,并在试验中以不同的形式实现了非线性能量阱。在声学系统中,B. Cochelin 和 R. Bellet 等<sup>[1-2]</sup>使用黏弹性薄膜设计了 NES 装置,并研究了声音传播介质和 NES 的相互作用。在航空动力学中, Lee Y. 等<sup>[3-4]</sup>研究了刚性机翼附加 NES 时的稳定性,使用没有初始张力的金属丝设计了 NES 装置,并进行了试验研究。在机械和结构工程中,相关试验研究也使用了金属丝的设计方法。D. M. McFarland 等<sup>[5-6]</sup>研究了不同质量比的金属丝 NES 对其所连接的单质量的减振效果。D. D. Quinn 等<sup>[7]</sup>研究了附加于某两自由度小型主体结构金属丝 NES。N. E. Wierschem 等<sup>[8-9]</sup>使用同样的试验模型,继续对两自由度 NES 进行了研究。除使用金属丝外,还可使用聚酯橡胶块设计 NES,通过该方式设计的两自由度 NES,曾用于某 6 层大型主体结构的试验,研究其在爆炸作用下的减振性能。然而,由于上述装置占用空间较大、材料耐久性较差,只能应用于试验规模的模型中。为了解决这些问题,Wang J. J. 等<sup>[10-12]</sup>提出了一种新型被动质量阻尼器——轨道非线性能量阱,该装置由沿轨道运动的质量块组成,可通过设计轨道形状提供所需非线性回复力。该轨道非线性能量阱在一小尺度的振动台试验中可以实现,具有应用于原型结构的潜能。

本课题组在轨道 NES 的基础上提出了一种不对称的非线性能量消耗装置——单边碰撞轨道非线性能量阱(single-sided vibro-impact track nonlinear energy sink, SSVI 轨道 NES)<sup>[13]</sup>,该装置既包括力-位移关系的连续非线性,又包括因碰撞产生的非连续非线性。先对附加于一三自由度主体结构的单边碰撞轨道 NES 进行理论分析和数值优化,再在脉冲激励作用下对单边碰撞轨道 NES 进行数值模拟,并将其与轨道 NES 和锁住系统(当主体结构附加质量固定于主体结构顶层且不考虑相互作用时)进行对比。最后,对单边碰撞轨道 NES 的鲁棒性进行分析,研究其在输入能量和主体结构刚度变化时的减振性能。

## 2 理论推导

### 2.1 单边碰撞轨道非线性能量阱

单边碰撞轨道 NES 是一类非线性能量消耗装置,通过连续的非线性力-位移关系和不连续的碰撞回复力实现非线性。连续非线性的力-位移关系与轨道形状有关,轨道提供了 NES 质量块的运动路径,

连续回复力的大小取决于轨道的斜率,因此,通过设计轨道形状,可实现不同的力-位移关系,其中包括本质非线性的力-位移关系。单边碰撞轨道非线性能量阱的不连续回复力通过在 NES 质量块运动方向的一侧设置碰撞装置实现。

M. A. Al-Shudeifat 等<sup>[14]</sup>的研究表明,高度不对称的碰撞 NES(又称单边碰撞非线性能量阱),其减振性能优于双边碰撞非线性能量阱。仅在一侧进行碰撞,可使质量块在连续运动一侧积累较大动量,增加碰撞耗能效率,从而有效减少主体结构振动。单边碰撞轨道 NES 的连续非线性力-位移关系和非连续碰撞使能量从主体结构低阶频率转移至高阶频率,增加了耗能速度,同时单边碰撞轨道 NES 还可通过装置阻尼耗能。

### 2.2 主体结构

本研究所用的主体结构为湖南工业大学结构技术实验室中三层剪切框架模型,楼板尺寸为 440 mm × 440 mm × 15 mm,各楼板由六根弹簧钢柱连接。每根柱子的横截面尺寸为 80 mm × 1.5 mm,每一层楼板之间的距离为 203.2 mm。结构的柱子是由高屈服强度的弹性钢制成。第一层,第二层和第三层楼板的集中质量均为 29.67 kg,且楼板仅发生单向运动;通过试验确定模型的第一层,第二层和第三层楼板的刚度分别是 18 555, 22 220, 28 807 N/m。第一至第三阶模态阻尼比分别为 0.9%, 0.4%, 0.3%。前三阶自振频率分别是 1.86, 5.59, 8.26 Hz。该剪切框架模型如图 1 所示。



图 1 三自由度剪切框架模型

Fig. 1 TDF shear frame model

### 2.3 运动方程

在无碰撞发生时,单边碰撞轨道 NES 与轨道 NES 的运动方程相同;当碰撞发生时, NES 质量块和顶层楼板的速度发生改变。

单边碰撞轨道 NES 系统的概念模型如图 2 所

示, 单边碰撞轨道 NES 置于主体结构顶层。图中:  $m_1, m_2, m_3, m_N$  分别表示主体结构第一至第三层楼板和 NES 质量块的质量;  $k_1, k_2, k_3$  分别表示主体结构第一至第三层的刚度;  $c_1, c_2, c_3, c_N$  分别表示主体结构第一至第三层和 NES 质量块的阻尼;  $x_1, x_2, x_3, x_g$  分别表示第一至第三层相对于地面的位移和地面运动的位移;  $u_N$  表示 NES 质量块的相对位移;  $h(u_N)$  表示轨道形状函数。

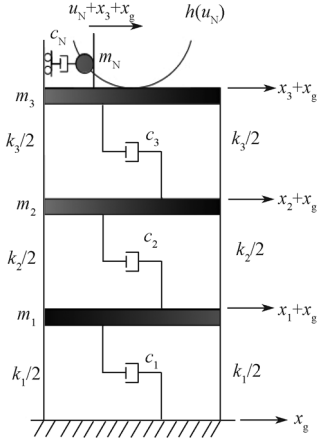


图 2 单边碰撞轨道 NES 系统的概念模型

Fig. 2 Conceptual model of SSVI track NES system

按照拉格朗日方法推导运动方程, 并且遵循以下假定:

1) NES 质量块不发生转动, 且一直与轨道保持接触;

2) 在轨道 NES 中, 用黏滞阻尼模拟可能存在各种阻尼, 包括摩擦阻尼和材料阻尼等。

根据文献 [15] 可得主体结构的第一至第三层以及 NES 的运动方程如下:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) = -m_1 \ddot{x}_g, \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_3 (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k_2 (x_2 - x_1) + k_3 (x_2 - x_3) = -m_2 \ddot{x}_g, \quad (2)$$

$$m_3 \ddot{x}_3 + c_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_3 (x_3 - x_2) + m_N (\ddot{x}_3 + \ddot{u}_N + \ddot{x}_g) = -m_3 \ddot{x}_g, \quad (3)$$

$$m_N \ddot{u}_N + c_N \dot{u}_N + \left[ (h'(u_N))^2 \ddot{u}_N + h''(u_N) h'(u_N) \dot{u}_N^2 + h'(u_N) g \right] m_N = -m_N (\ddot{x}_3 + \ddot{x}_g). \quad (4)$$

图 3 为轨道 NES 的自由体图, 其中  $u_N$  和  $v_N$  分别为质量块相对于轨道的水平位移和竖向位移,  $v_N$  即为轨道形状  $h(u_N)$ , 公式中都用  $h(u_N)$  表示;  $\theta$  为轨道切线角度,  $F_{\text{normal}}$  为轨道 NES 的回复力,  $g$  为重力加速度。

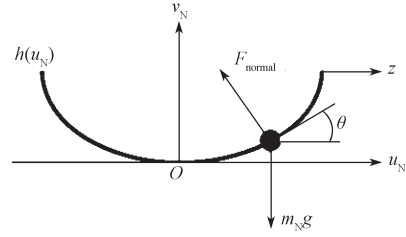


图 3 轨道 NES 自由体图

Fig. 3 Free body diagram of track NES

## 2.4 动量守恒

碰撞装置位于主体结构顶层, 当 NES 质量块与制动装置发生碰撞时, NES 质量块和顶层的速度发生改变; 当两者分离时, 系统以新的运动状态继续振动, 碰撞后的速度可通过动量守恒确定。碰撞时遵循非弹性碰撞的动量方程, 这时需要引入碰撞恢复系数  $r_c$ , 其动量方程和碰撞恢复系数为:

$$m_3 (\dot{x}_3^- + \dot{x}_g^-) + m_N (\dot{u}_N^- + \dot{x}_3^- + \dot{x}_g^-) = m_3 (\dot{x}_3^+ + \dot{x}_g^+) + m_N (\dot{u}_N^+ + \dot{x}_3^+ + \dot{x}_g^+), \quad (5)$$

$$r_c = -\frac{(\dot{u}_N^+ + \dot{x}_3^+ + \dot{x}_g^+) - (\dot{x}_3^+ + \dot{x}_g^+)}{(\dot{u}_N^- + \dot{x}_3^- + \dot{x}_g^-) - (\dot{x}_3^- + \dot{x}_g^-)}. \quad (6)$$

在式 (5) 和式 (6) 中, 上标 “-” 表示碰撞前的运动状态, 上标 “+” 表示碰撞后的运动状态。

## 3 性能优化

单边碰撞轨道 NES 置于主体结构顶层, 轨道 NES 所优化出的参数  $m_N=4.4507 \text{ kg}$ ,  $h(u_N)=2.850u_N^4$ ,  $c_N=3.2337 \text{ (N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$ 。轨道 NES 优化的参数用于单边碰撞轨道 NES 中, 除此之外, 还需对轨道中心至制动装置的距离进行优化。

本研究使用层间位移指标来评估单边碰撞轨道 NES 的性能。层间位移指标是层间位移均方根的比值, 即在轨道 NES 正常工作 (解锁状态) 和不附加轨道 NES 时, 分别求出两楼层位移均方根的最大值, 然后再用解锁状态下的结果除以无轨道 NES 状态下的结果。轨道中心至制动装置距离的优化采用脉冲激励, 即通过对主体结构所有楼层和附加质量块, 以  $0.2 \text{ m/s}$  的初始速度施加脉冲, 达到  $10 \text{ s}$  内层间位移指标最小的优化目标。优化结果表明, 当轨道中心至制动装置距离为  $0.039 \text{ m}$  时, 单边碰撞轨道 NES 系统的减振性能最优。

## 4 数值模拟

本章对单边碰撞轨道 NES 系统、轨道 NES 系统、

TMD系统和锁住系统,分别在初始速度为0.1, 0.2, 0.5 m/s 脉冲激励下的顶层位移响应,以及50%主体结构刚度、0.2 m/s 脉冲激励下的顶层位移响应进行对比分析。

#### 4.1 频率鲁棒性

图4为单边碰振轨道NES系统、轨道NES系统、TMD系统和锁住系统,在初始速度为0.2 m/s、100%主体结构刚度时的顶层位移反应曲线。由图4可知,与锁住系统相比,经过优化后的所有控制系统的减振性能明显。在2.5 s左右时能降低结构的反应约50%;在2.5 s之前,单边碰振轨道NES相比轨道NES减振性能更好。

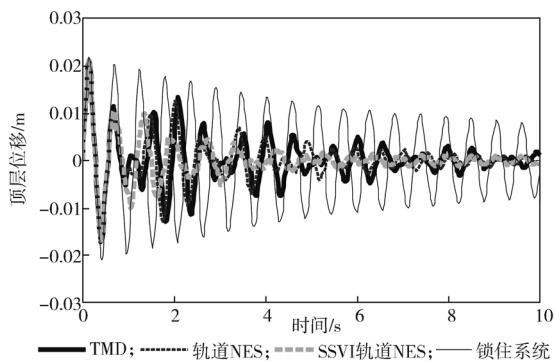


图4 0.2 m/s 初始速度、100% 刚度时结构顶层位移变化曲线

Fig. 4 Top displacement change curves of 100% stiffness structures under an initial velocity of 0.2 m/s

图5为主体结构刚度下降50%时单边碰振轨道NES、轨道NES系统、TMD系统以及锁住系统在0.2 m/s 初始速度作用下的顶层位移反应曲线。由图可知,单边碰振轨道NES系统和轨道NES系统仍具有较好的减振效果。在7 s左右时,单边碰振轨道NES系统减振比例高达约70%,轨道NES系统减振比例达约50%;而TMD系统相比原始刚度减振性能退化,其刚度鲁棒性较差。

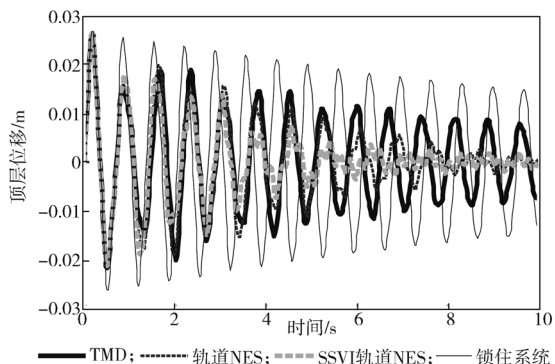
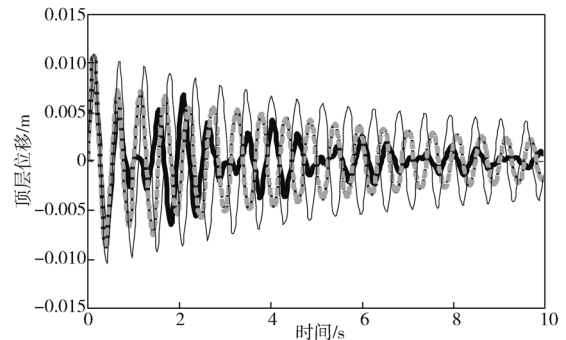


图5 0.2 m/s 初始速度、50% 刚度时结构顶层位移变化曲线

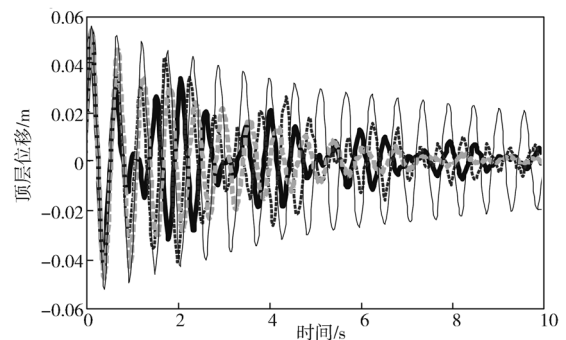
Fig. 5 Top displacement change curves of 50% stiffness structures under an initial velocity of 0.2 m/s

#### 4.2 能量鲁棒性

图6为保持结构原始刚度不变时,改变初始速度后的顶层位移反应曲线。由图6a可知,与0.2 m/s 初始速度时相比,0.1 m/s 初始速度时,单边碰振轨道NES系统和轨道NES系统减振性能发生了退化。这是由于单边碰振轨道NES和轨道NES的频率特性很大程度上受到了初始能量的影响,当初始能量远离优化后的初始能量时,单边碰振轨道NES和轨道NES所能提供的回复力过小或者过大;且由于初始能量较小,导致NES质量块没有和制动装置发生碰撞,所以单边碰振轨道NES系统和轨道NES系统的顶层位移反应一样。由图6b可知,0.5 m/s 初始速度时,单边碰振轨道NES系统的减振性能明显优于轨道NES系统,甚至优于TMD系统,约6 s左右结构顶层位移已降至极小,能有效保护主体结构。



a) 0.1 m/s 初始速度时



b) 0.5 m/s 初始速度时

图6 不同初始速度、100% 刚度时结构顶层位移变化曲线

Fig. 6 Top displacement change curves of 100% stiffness structures under different initial velocities

## 5 结语

本文提出了一种通过非线性力-位移关系和碰撞实现能量消耗的结构控制装置——单边碰振轨道非线性能量阱(SSVI轨道NES)。该装置以轨道NES为基础,在NES质量块运动方向的一侧设置制动装置,在脉冲激励作用下能有效减小结构反应,从而达到

到保护主体结构的目的。单边碰振轨道 NES 中, 连续的非线性力 - 位移关系通过 NES 质量块沿轨道运动产生, 非连续回复力通过 NES 质量块和制动装置碰撞产生, 两者的共同作用可在较宽的频率范围内有效转移并消耗能量。本文对单边碰振轨道 NES 进行了理论分析, 并在脉冲激励作用下对附加于一三自由度主体结构的单边碰振轨道 NES 进行了数值优化和数值模拟。数值模拟结果表明, 单边碰振轨道 NES 系统的减振性能优于轨道 NES 系统和 TMD 系统, 且单边碰振轨道 NES 系统具有较高的频率鲁棒性和能量鲁棒性。

#### 参考文献:

- [1] COCHELIN B, HERZOG P, MATTEI P O. Experimental Evidence of Energy Pumping in Acoustics[J]. *Comptes Rendus Mécanique*, 2006, 334(11): 639-644.
- [2] BELLET R, COCHELIN B, HERZOG P, et al. Experimental Study of Targeted Energy Transfer from an Acoustic System to a Nonlinear Membrane Absorber[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329(14): 2768-2791.
- [3] LEE Y, VAKAKIS A F, BERGMAN L A, et al. Suppression Aeroelastic Instability Using Broadband Passive Targeted Energy Transfers, Part 1: Theory[J]. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 2007, 45(3): 693-711.
- [4] LEE Y, VAKAKIS A F, BERGMAN L A, et al. Suppression Aeroelastic Instability Using Broadband Passive Targeted Energy Transfers, Part 2: Theory[J]. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 2007, 45(10): 2391-2400.
- [5] MCFARLAND D M, KERSCHEN G, KOWTKO J J, et al. Experimental Investigation of Targeted Energy Transfers in Strongly and Nonlinearly Coupled Oscillators[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2005, 118(2): 791-799.
- [6] MCFARLAND D M, BERGMAN L A, VAKAKIS A F. Experimental Study of Non-Linear Energy Pumping Occurring at a Single Fast Frequency[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2005, 40(6): 891-899.
- [7] QUINN D D, HUBBARD S A, WIERSCHEM N E, et al. Equivalent Modal Damping, Stiffening and Energy Exchanges in Multi-Degree-of-Freedom Systems with Strongly Nonlinear Attachments[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal Multi-Body Dynamics*, 2012, 226(2): 122-146.
- [8] WIERSCHEM N E, QUINN D D, HUBBARD S A, et al. Passive Damping Enhancement of a Two-Degree-of-Freedom System Through a Strongly Nonlinear Two-Degree-of-Freedom Attachment[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331(25): 5393-5407.
- [9] WIERSCHEM N E, LUO J, AL-SHUDEIFAT M, et al. Simulation and Testing of a 6-Story Structure Incorporating a Coupled Two Mass Nonlinear Energy Sink[C]//ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Chicago: ASME, 2012: 1301-1308.
- [10] WANG J J, WIERSCHEM N E, SPENCER B F, et al. Track Nonlinear Energy Sink for Rapid Response Reduction in Building Structures[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2015, 141(1): 04014104.
- [11] WANG J J, LIU Z B, HAO W M, et al. Combined Linear and Nonlinear Structural Control Strategies for Seismic Response Mitigation[C]//The 13th International Workshop on Advanced Smart Materials and Intelligent Structures Technology. Tokyo: [s. n.], 2017: 22-23.
- [12] 王菁菁, 浩文明, 刘志彬. 采用不同轨道形状的轨道非线性能量阱减震性能研究 [J]. *防灾减灾学报*, 2018, 34(1): 39-45.  
WANG Jingjing, HAO Wenming, LIU Zhibin. The Track Nonlinear Energy Sink for Seismic Response Reduction Using Different Track Shapes[J]. *Journal of Disaster Prevention and Reduction*, 2018, 34(1): 39-45.
- [13] 王菁菁, 李浩博, 刘志彬. 单边碰振轨道非线性能量阱减震性能研究 [J]. *湖南工业大学学报*, 2018, 32(5): 12-18.  
WANG Jingjing, LI Haobo, LIU Zhibin. Seismic Performance Study on Nonlinear Energy Sinks of the Single-Sided Vibro-Impact Track[J]. *Journal of Hunan University of Technology*, 2018, 32(5): 12-18.
- [14] AL-SHUDEIFAT M A, WIERSCHEM N, QUINN D D, et al. Numerical and Experimental Investigation of a Highly Effective Single-Sided Vibro-Impact Nonlinear Energy Sink for Shock Mitigation[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2013, 52: 96-109.
- [15] 王菁菁, 浩文明, 吕西林. 轨道非线性能量阱阻尼对其减振性能的影响 [J]. *振动与冲击*, 2017, 36(24): 30-34, 50.  
WANG Jingjing, HAO Wenming, LÜ Xilin. Influence of Nonlinear Energy Sink Damping on the Vibration Reduction Performance[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36(24): 30-34, 50.

(责任编辑: 邓光辉)