

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2018.03.017

胶料硬度对超弹本构模型参数及橡胶弹簧刚度的影响

曾家兴^{1,2}, 丁智平¹, 林 胜², 黄友剑², 黄达勇¹

(1. 湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007; 2. 株洲时代新材料科技股份有限公司, 湖南 株洲 412007)

摘要: 采用 Mooney-Rivlin 超弹本构模型, 研究不同胶料硬度对超弹本构模型参数及胶料弹簧刚度的影响。对锥形橡胶弹簧进行垂向刚度仿真, 并将仿真结果与弹簧刚度试验结果对比, 发现不同胶料硬度对橡胶弹簧刚度有显著的影响。利用最小二乘法对现有的离散化数据进行拟合, 得出超弹本构模型参数与胶料硬度的函数关系。基于正交试验方法, 通过锥形橡胶弹簧刚度仿真试验, 求得与实际胶料硬度对应的最佳超弹本构模型参数值 $C_{10}=0.312$, $C_{01}=0.087$; 锥形橡胶弹簧仿真刚度值与试验刚度值的相对误差仅为 0.3%, 具有较高的精度。

关键词: 胶料硬度; 本构模型参数; 锥形橡胶弹簧; 刚度; 正交试验

中图分类号: TQ336.4⁺2

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2018)03-0092-05

Influence of Rubber Hardness on the Parameters of the Hyperelastic Constitutive Model and the Stiffness of Rubber Spring

ZENG Jiaying^{1,2}, DING Zhiping¹, LIN Sheng², HUANG Youjian², HUANG Dayong¹

(1. College of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China;

2. Zhuzhou Times New Material Technology Co., Ltd., Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: A research has been carried out on the effects of different rubber hardness on the parameters of the hyperelastic constitutive model and the stiffness of rubber spring by using the Mooney-Rivlin superelastic constitutive model. A simulation experiment has been conducted on the vertical stiffness of conical rubber spring, followed by a comparison made between the simulation results and the test results of spring stiffness, which shows that the stiffness of rubber exerts a significant influence on the stiffness of rubber spring. The least square method has been adopted to fit the existing discretization data, thus obtaining the function relation between the parameters of the hyperelastic constitutive model and the hardness of the rubber compound. By adopting the orthogonal test method, a simulation test of the stiffness of the conical rubber spring has been carried out, obtaining the value of the best hyperelastic constitutive model corresponding to the hardness of the rubber compound, namely $C_{10}=0.312$, $C_{01}=0.087$. The relative error of the simulation stiffness value of the conical spring and the test stiffness turns out to be as low as 0.3%, verifying its high precision.

Keywords: rubber hardness; parameter of the constitutive model; conical rubber spring; stiffness; orthogonal test

收稿日期: 2017-06-17

作者简介: 曾家兴(1994-), 男, 江西赣州人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为现代机械强度理论及应用,
E-mail: 1435729318@qq.com

通信作者: 丁智平(1956-), 男, 湖南桃江人, 湖南工业大学教授, 博士, 主要从事机械强度方面的教学与研究,
E-mail: dzp0733@sohu.com

1 研究背景

随着轨道交通的迅猛发展, 人们对车辆的安全性、舒适性和可靠性的要求越来越高。橡胶弹性减振元件因其具有良好的减振和隔振性能, 被越来越广泛地应用于车辆减振系统中, 起牵引、悬挂、隔振和缓冲作用。由于车辆的运行工况复杂, 橡胶弹性减振元件在工作中需承受交变应力作用, 因而会影响其使用寿命, 而减振元件的使用寿命直接关系到整车的安全性和可靠性^[1]。

橡胶元件的动、静刚度是重要的设计指标, 也是其在使用过程中确保系统具有良好动力学性能的关键参数^[2]。

目前已有不少学者对橡胶弹性元件的承载特性进行了研究。如方建辉等^[3]对橡胶减振支座进行了动态性能仿真研究, 分析了不同橡胶材料本构模型对橡胶弹性元件仿真精度的影响。李志超等^[4]对轨道车辆空气弹簧的刚度和疲劳进行了刚度和疲劳仿真, 并通过试验验证了疲劳仿真的可行性。丁智平等^[5]采用正交试验法, 对风力发电机橡胶弹性支座进行了动态性能实验, 研究了载荷频率、载荷幅值和预载荷诸因素对弹性支座动态性能的影响规律。穆龙海等^[6]对橡胶弹性元件进行了低温刚度特性研究, 提出了一种橡胶弹性元件低温刚度预测方法。王康等^[7]对卡箍连接的橡胶管开裂失效原因进行了分析, 发现卡箍类型和橡胶硬度对胶管开裂失效问题及失效程度有着重要影响。

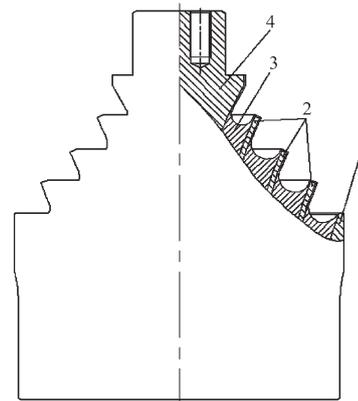
有关橡胶材料的静态力学性能研究已经趋于成熟^[8-10]。胡小玲等^[11]对3类基本试验不齐全情况下, 超弹本构模型的预测能力和模型选取策略进行了研究。兰清群等^[12]选用 Mooney-Rivlin 橡胶本构模型, 用有限元数值方法对机车车辆用橡胶弹簧的静动态性能进行了分析。但是本构模型参数的选取是否合适, 对橡胶弹性元件有限元仿真的精度影响较大, 同时也是工程实际需要解决的问题。

本文以锥形橡胶弹簧为研究对象, 在缺少橡胶材料本构模型参数的情况下, 基于正交试验方法, 利用有限的实验数据, 研究获取准确可靠的超弹本构模型参数的方法, 以期能为橡胶弹簧的刚度和疲劳仿真提供可靠的模型参数。

2 锥形橡胶弹簧结构及工作特性

锥形橡胶弹簧在实际工作中主要承受垂向载荷, 同时还能承受一定的横向载荷, 起弹性支撑和定位作用, 其主要由芯轴、橡胶、隔板和外套组成, 如图1

所示。锥形橡胶弹簧的承载特性为压、剪复合作用, 一方面通过橡胶的剪切效应提供大的变形效果; 另一方面, 通过橡胶的压缩效应, 提供一定的非线性承载能力, 从而使得变形与承载达到较好的匹配。为提高锥形橡胶弹簧结构的可靠性及承载能力, 通常将其设计为多层橡胶压剪的复合结构, 这种多层结构具有良好的承载特性^[2]。锥形橡胶弹簧的承载性能参数如表1所示。



1—外套; 2—隔板; 3—橡胶; 4—芯轴

图1 锥形橡胶弹簧结构图

Fig. 1 Diagram of the conical rubber spring

表1 锥形橡胶弹簧承载性能

Table 1 Bearing properties of the conical rubber spring

工况载荷 /kN	垂向刚度技术要求 /($\text{kN}\cdot\text{mm}^{-1}$)
22~30	$0.7 \times (1 \pm 12\%)$

3 锥形橡胶弹簧仿真分析及本构模型

3.1 有限元模型的建立

图1所示的锥形橡胶弹簧为轴对称结构, 因此进行有限元仿真时采用轴对称模型, 如图2所示。

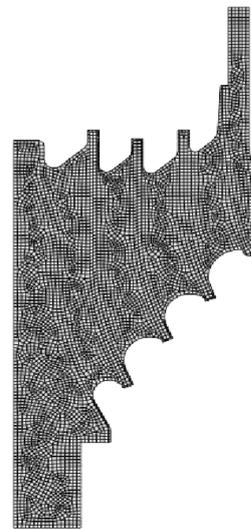


图2 有限元分析模型

Fig. 2 Finite element analysis model

根据所建立的有限元模型,考虑锥形簧实际载荷工况与边界条件,在芯轴一端施加固定约束,在外套沿垂直方向施加 50.6 kN 的载荷。

3.2 本构模型参数的选取

橡胶是典型的超弹性材料,具有明显的非线性特征。为了准确表征其应力-应变关系,通常采用应变能密度函数来描述。本文选用 Mooney-Rivlin 模型,模型函数表达式为

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J - 1)^2, \quad (1)$$

式中: U 为应变能密度;

C_{10} 、 C_{01} 分别为模型参数,其取值可通过材料试验数据拟合得到;

\bar{I}_1 、 \bar{I}_2 均为应变不变张量;

D_1 为橡胶材料参数,其取值取决于橡胶材料是否可压缩;

J 为橡胶材料变形后与变形前的体积比。

根据锥形橡胶弹簧的橡胶胶料硬度和已有的实验数据,分别选用邵氏硬度为 55 度和 60 度胶料硬度的 Mooney-Rivlin 橡胶超弹本构模型参数^[2],对锥形橡胶弹簧进行有限元仿真。本构模型参数如表 2 所示,锥形橡胶弹簧的刚度仿真结果如表 3 所示。

表 2 Mooney-Rivlin 模型参数

Table 2 Parameters of Mooney-Rivlin

橡胶邵氏硬度 / 度	C_{10}/MPa	C_{01}/MPa
55	0.301	0.065
60	0.381	0.102

表 3 锥形橡胶弹簧刚度仿真结果

Table 3 Simulation results of conical spring stiffness

橡胶邵氏硬度 / 度	C_{10}/MPa	C_{01}/MPa	垂向刚度 / $(\text{kN}\cdot\text{mm}^{-1})$
55	0.301	0.065	0.622
60	0.381	0.102	0.778

如表 3 所示有限元分析结果表明:用上述 2 种胶料硬度的本构模型参数进行有限元仿真,得到的锥形橡胶弹簧刚度值相差较大。

4 锥形橡胶弹簧刚度测试

4.1 试验

试验所用锥形橡胶弹簧产品试样以 45 号钢为金属构架材料,以邵氏硬度为 58 度的橡胶为填充材料。为了消除试样在加载过程中产生的内应力,试样产品必须在 $(23 \pm 2)^\circ\text{C}$ 环境温度下停放 24 h 后再进行试验。试验条件设置如下:室温 $(23 \pm 2)^\circ\text{C}$,施加垂向载荷 50.6 kN。且在 WDW-50H 微机控制电子万能

试验机上进行试验。

4.2 试验结果

所得锥形橡胶弹簧产品的垂向刚度试验结果,如表 4 所示。

表 4 锥形橡胶弹簧刚度试验结果

Table 4 Test results of conical spring stiffness

试验工况载荷 / kN	刚度技术要求 / $(\text{kN}\cdot\text{mm}^{-1})$	垂向刚度 / $(\text{kN}\cdot\text{mm}^{-1})$
22~30	$0.7 \times (1 \pm 12\%)$	0.668

由表 3 和表 4 可知,采用 55 度和 60 度胶料硬度模型参数仿真得到的刚度值与产品试验刚度值之间存在较大误差,误差分别为 6.9% 和 16.5%,这说明本构模型参数对橡胶弹簧刚度的仿真结果影响较大。在橡胶试验数据和本构模型参数欠缺的情况下,有必要寻求一种选择适当本构模型参数的方法来提高橡胶弹簧刚度仿真的精度。

5 基于正交试验的本构模型参数优选

为了获取适合锥形橡胶弹簧硬度的超弹本构模型参数,本文采用正交试验的方法,对锥形橡胶弹簧进行垂向静态刚度仿真试验。与常用的试验方法相比,正交试验法^[13]不仅实用方便、布点均衡、试验次数较少,减少了试验工作量,而且能够保证主要因素的各种可能性不会遗漏。相比常规的插值法,正交试验法所得结果也更加精确。

5.1 试验影响因素及水平

由于橡胶材料的不可压缩性,式(1)中的 $D_1=0$,此时本构模型为

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3)。 \quad (2)$$

式(2)所示的本构模型中有 2 个参数,分别是 C_{10} 和 C_{01} ,故将这 2 个参数作为试验影响因素。已有的 Mooney-Rivlin 橡胶超弹本构模型参数^[2]如表 5 所示。应用最小二乘法对表 5 中的 2 组数据分别进行拟合,得出模型参数与胶料硬度的关系曲线,如图 3 和 4 所示。

表 5 Mooney-Rivlin 超弹本构模型参数

Table 5 Parameters of Mooney-Rivlin hyperelastic constitutive model

胶料硬度 / 度	C_{10}/MPa	C_{01}/MPa
50	0.201	0.041
55	0.301	0.065
60	0.381	0.102
65	0.501	0.123
70	0.622	0.152
75	0.805	0.194

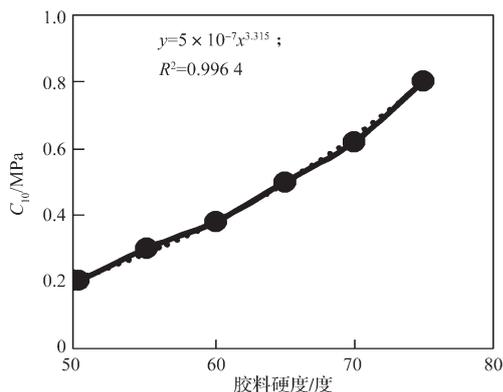


图3 C_{10} -胶料硬度曲线

Fig. 3 Hardness curve of C_{10} -rubber

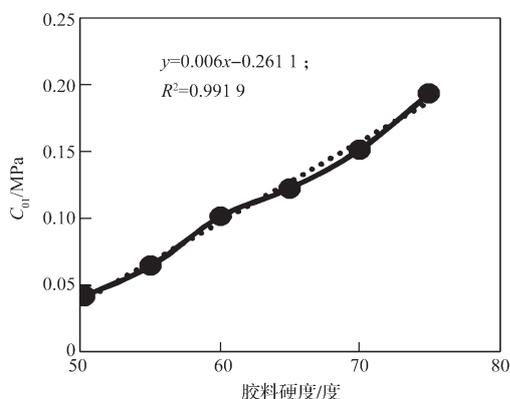


图4 C_{01} -胶料硬度曲线

Fig. 4 Hardness curve of C_{01} -rubber

根据图3~4中模型参数 C_{10} 和 C_{01} 与胶料硬度之间的拟合曲线对应的函数关系, 确定 C_{10} 和 C_{01} 均选取4个水平, 通过正交试验对锥形橡胶弹簧进行垂向刚度仿真。试验因素及水平如表6所示。

表6 试验因素及水平

Table 6 Factors and levels of simulation tests

水平	因素	
	C_{10}	C_{01}
1	0.312	0.075
2	0.331	0.081
3	0.351	0.087
4	0.371	0.093

5.2 正交试验

由表6可知设计的正交试验为2因素4水平, 故选择 $L_{16}(4^5)$ 正交表确定了16组试验, 进行锥形橡胶弹簧垂向静态刚度仿真试验, 试验结果如表7所示, 其中有3列未安排试验因素, 为空列。

从表7的正交试验结果可知, 第3组试验得到的垂向刚度为0.670 kN/mm, 与锥形橡胶弹簧产品试验刚度值0.668 kN/mm最为接近, 误差仅为0.3%, 故锥形橡胶材料的Mooney-Rivlin模型的模型参数可取为 $C_{10}=0.312$ 、 $C_{01}=0.087$ 。

表7 垂向刚度正交试验表

Table 7 Table of vertical stiffness orthogonal tests

试验序号	C_{10}	C_{01}	空列1	空列2	空列3	刚度 / (kN·mm ⁻¹)	刚度误差 / %
1	1	1	1	1	1	0.652	2.40
2	1	2	2	2	2	0.661	1.05
3	1	3	3	3	3	0.670	0.30
4	1	4	4	4	4	0.679	1.57
5	2	1	2	3	4	0.679	1.57
6	2	2	1	4	3	0.687	2.84
7	2	3	4	1	2	0.695	4.04
8	2	4	3	2	1	0.704	5.39
9	3	1	3	4	2	0.704	5.39
10	3	2	4	3	1	0.713	6.74
11	3	3	1	2	4	0.721	7.87
12	3	4	2	1	3	0.729	9.13
13	4	1	4	2	3	0.731	9.37
14	4	2	3	1	4	0.739	10.55
15	4	3	2	4	1	0.746	11.68
16	4	4	1	3	2	0.754	12.87

6 结论

综上所述, 可得如下结论:

1) 基于Mooney-Rivlin橡胶超弹本构模型, 建立锥形橡胶弹簧有限元模型, 分别采用邵氏硬度为55度和60度的胶料硬度本构模型参数, 对其垂向刚度进行有限元数值模拟, 并与锥形橡胶弹簧垂向刚度试验值对比, 其误差分别为6.9%和16.5%, 表明本构模型参数对橡胶弹簧有限元仿真结果影响较大。

2) 应用最小二乘法拟合已有的Mooney-Rivlin橡胶超弹本构模型参数, 得出模型参数与胶料硬度之间的函数曲线。根据拟合得出的函数曲线, 基于正交试验的方法, 选取本构模型参数 C_{10} 和 C_{01} 为影响因素, 进行橡胶弹簧刚度仿真的正交试验, 可优化本构模型参数。

3) 选择 $L_{16}(4^5)$ 正交表确定了16组试验, 对锥形橡胶弹簧进行刚度仿真, 获得了与刚度试验值最为接近的Mooney-Rivlin本构模型参数 $C_{10}=0.312$ 、 $C_{01}=0.087$ 。刚度仿真结果与试验结果对比, 误差为0.3%, 这表明本文提出的方法可有效提高橡胶弹性元件的有限元仿真精度。

参考文献:

[1] 王进, 彭立群, 侯海彪, 等. 轨道交通用橡胶关节的结构与特性[J]. 世界橡胶工业, 2006, 33(8): 22-25.
WANG Jin, PENG Liqun, HOU Haibiao, et al. The Structure and Character of Bushing Used for Railways[J].

- Journal of World Rubber Industry, 2006, 33(8): 22-25.
- [2] 卜继玲, 黄友剑. 轨道车辆橡胶弹性元件设计计算方法 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 2010: 41-63.
BU Jiling, HUANG Youjian. The Method to Design Rubber Elastic Elements for Rail Vehicles[M]. Beijing: Chinese Railways Press, 2010: 41-63.
- [3] 方建辉, 丁智平, 卜继玲, 等. 橡胶减振支座动态性能仿真分析研究 [J]. 湖南工业大学学报, 2014, 28(2): 16-22.
FANG Jianhui, DING Zhiping, BU Jiling, et al. Simulation Research on Dynamic Performance of Rubber Damping Brackets of Wind Turbine[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2014, 28(2): 16-22.
- [4] 李志超, 李雪冰, 刘万强, 等. 轨道车辆空气弹簧疲劳分析 [J]. 力学与实践, 2015, 37(3): 326-331.
LI Zhichao, LI Xuebing, LIU Wanqiang, et al. Fatigue Analysis of the Air Springs of the Rail Vehicles[J]. Mechanics in Engineering, 2015, 37(3): 326-331.
- [5] 丁智平, 方建辉, 卜继玲, 等. 橡胶弹性支座动态承载特性及其影响因素分析 [J]. 力学与实践, 2015, 37(4): 492-498.
DING Zhiping, FANG Jianhui, BU Jiling, et al. Analysis of Dynamic Load-Bearing Characteristics and Influence Factors for Rubber Elastic Brackets[J]. Mechanics in Engineering, 2015, 37(4): 492-498.
- [6] 穆龙海, 丁智平, 黄友剑, 等. 橡胶弹性元件低温刚度预测方法 [J]. 湖南工业大学学报, 2016, 30(1): 11-16.
MU Longhai, DING Zhiping, HUANG Youjian, et al. The Method of Stiffness Prediction of Rubber Elastic Elements in Low Temperature[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2016, 30(1): 11-16.
- [7] 王康, 马鹏, 叶敬安, 等. 卡箍连接的橡胶管开裂失效原因分析 [J]. 轻型汽车技术, 2016(8): 66-68.
WANG Kang, MA Peng, YE Jing'an, et al. Failure Reason Analysis of Rubber Tube Cracking by Clamp Connection[J]. Light Vehicles, 2016(8): 66-68.
- [8] MARS W V, FATEMI A. A Literature Survey on Fatigue Analysis Approach for Rubber[J]. International Journal of Fatigue, 2002, 24(9): 949-961.
- [9] SAINTIER N, CAILLETAUD G, PIQUES R. Multiaxial Fatigue Life Prediction for a Natural Rubber[J]. International Journal of Fatigue, 2006, 28(5/6): 530-539.
- [10] 上官文斌, 吕振华. 汽车动力总成橡胶隔振器弹性特性的有限元分析 [J]. 内燃机工程, 2003, 24(6): 50-55.
SHANGGUAN Wenbin, LÜ Zhenhua. Finite Element Analysis of Elastic Characteristics of Rubber Isolator for Automotive Powertrain Systems[J]. Chinese Internal Combustion Engine Engineering, 2003, 24(6): 50-55.
- [11] 胡小玲, 刘秀, 李明, 等. 炭黑填充橡胶超弹性本构模型的选取策略 [J]. 工程力学, 2014, 31(5): 34-42.
HU Xiaoling, LIU Xiu, LI Ming, et al. Selection Strategies of Hyper-Elastic Constitutive Model for Carbon Black Filled Rubber[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(5): 34-42.
- [12] 兰清群, 邬平波. 机车车辆用橡胶弹簧的静动态性能分析 [J]. 机械设计与制造, 2008(11): 43-45.
LAN Qingqun, WU Pingbo. Static and Dynamic Analysis of Rubber Spring for Rolling Stock[J]. Machinery Design & Manufacture, 2008(11): 43-45.
- [13] 赖宇阳, 姜欣, 方立桥, 等. Isight 参数优化理论与实例解 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2012: 88-95.
LAI Yuyang, JIANG Xin, FANG Liqiao, et al. Isight Parameter Optimization Theory and Examples[M]. Beijing: Beihang University Press, 2012: 88-95.

(责任编辑: 邓光辉)