

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2015.04.016

基于几何推理的创意平板折叠桌参数设计

包贤敬, 钟云飞, 钟颖慧, 黄志文

(湖南工业大学 包装与材料工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘要: 以创意平板折叠桌的折叠结构基本参数为切入点, 运用几何推理及多目标约束求解方法, 建立目标函数和约束条件, 得到平板折叠桌的最优加工参数, 并采用力矩平衡原理, 实验验证了该最优加工参数下的折叠桌稳定性能。实验结果表明: 当折叠桌的最外侧桌腿与中间桌腿构成的异面三角形为正三角形时, 平板折叠桌的稳定性能最好。

关键词: 折叠结构; 几何推理; 参数设计; 稳定性能

中图分类号: TB472

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2015)04-0076-04

Design of Creative Flat Folding Table Parameters Based on Geometric Reasoning

Bao Xianjing, Zhong Yunfei, Zhong Yinghui, Huang Zhiwen

(School of Packaging and Material Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: Taking basic parameters of flat folding table structure as the breakthrough point, uses geometry reasoning and multi-objective constraint solving method to establish the objective function and constraint conditions, obtains the optimal processing parameters of flat folding table, and by the moment balance principle, the test verifies the stability performance of folding table with the optimal processing parameters. The result indicates that the stability performance of flat folding table is best when IOS surface of the most lateral table leg and the middle table leg is regular triangle.

Keywords: folding structure; geometric reasoning; parameter design; stability

0 引言

折叠家具具有高效利用空间、满足消费者的个性需求以及提高消费者的使用舒适度等优点, 故具有较好的市场发展前景。在传统折叠家具的设计中, 一般采用固定尺寸定义相关的几何信息, 每一条线都有固定的位置, 这使得在更新过程中难以实现产品系列化生产, 导致生产效率较低^[1]。

张一等^[2]提出一种基于 Rhinoceros 环境的图解法

折叠桌设计, 该方法极大地提高了传统图解法的设计精度, 但对折叠结构的稳定性能与设计参数之间的关系未作深入研究。林佳欣等^[3]提出一种以发明问题解决理论为核心的折叠家具设计方法, 该方法利用分离与发明原理, 解决了折叠家具在设计过程中的稳定性问题, 但是在描述稳定性冲突时未考虑家具本身的美观度。贾文等^[4]利用空间解析几何和立体几何知识, 研究得到折叠桌的动态变化过程以及桌角边缘线的参数方程, 并采用 MATLAB 软件编

收稿日期: 2015-05-04

基金项目: 湖南省自然科学基金省市联合基金资助项目(12JJ9043), 湖南工业大学大学生研究性学习和创新性实验计划基金资助项目(湖工大教字[2015]5-45), 湖南省高校产学研合作示范基地基金资助项目(湘教通[2014]239-6)

作者简介: 包贤敬(1994-), 男, 广东英德人, 湖南工业大学学生, 主要研究方向为图像处理,
E-mail: 15673340274@163.com

通信作者: 钟云飞(1975-), 男(白族), 湖南慈利人, 湖南工业大学副教授, 主要从事图像处理和版权保护方面的教学与研究,
E-mail: maczone@163.com

程得到折叠后桌腿的空间位置及桌腿边缘的形态图,在此基础上,求解得到每根桌腿开槽的位置与长度。该方法在对各因素求解时所用符号较为繁琐,降低了运算速度。赵谨等^[5]运用简单的几何推理,研究了创意平板折叠桌的开槽长度,该方法得到的开槽长度较长,降低了产品的经济效应。王海飞等^[6]研究了创意平板折叠桌的优化问题,根据桌体高度、桌面边缘线的形状及大小和桌腿边缘线的大致形状等不同要求,采用多目标规划和多元线性回归方法,建立了优化模型,得到最优解决方案。该方法较全面地分析了影响平板折叠桌的各种因素,但是在运用MATLAB进行仿真实验时,未能较好地控制约束条件以得到最优参数。

本文基于Robert Van Embricqs设计的Rinsing Side Table产品(见图1),对其加工参数、桌面形状以及美观度进行创新和优化设计。本研究以创意平板折叠桌的折叠结构基本参数为切入点,基于几何推理,采用约束求解的参数化设计方法,建立目标函数和约束条件,得到平板折叠桌的最优加工参数,并实验验证了该加工参数下的折叠桌稳定性能。

1 设计思想

几何模型主要由拓扑结构信息和几何信息两部分组成,前者反映几何元素之间的邻接关系,后者反映几何元素本身的实体信息^[7]。几何模型在设计中并不包含几何约束,无法实现参数化的功能,因此,实现产品加工参数化的关键是如何将几何信息有效表示,并建立对应的几何约束条件。

1.1 几何约束

几何约束即几何元素之间必须满足某种关系。一般情况下,几何约束可以分为尺寸约束和结构约束:尺寸约束反映几何元素的位置和度量值,结构约束则是指几何元素之间的拓扑约束关系。理想的几何约束应做到表达、维护以及求解的统一性^[8]。

1.2 参数设定

根据现有的120 cm × 50 cm × 3 cm创意平板折叠桌(每根木条宽2.5 cm),研究其平板尺寸、钢筋位置以及开槽长度3个基本设计参数。以圆桌面的圆心为坐标原点,以过原点且垂直于桌面的方向为z轴,以过原点且平行于桌边缘的方向为x轴,以过原点且垂直于桌边缘的方向为y轴,建立空间直角坐标系O-xyz,折叠桌空间直角坐标系及立体分析图如图1所示。为更好地达到研究目的,引入约束非线性规划进行求解。选择以用材最少为目标函数,以稳定

性能良好和加工方便为约束条件,利用受力分析其力矩平衡,运用几何推理,将平板折叠桌平板尺寸、钢筋位置以及开槽长度用未知参数来表示。相关未知参数设置如表1所示。

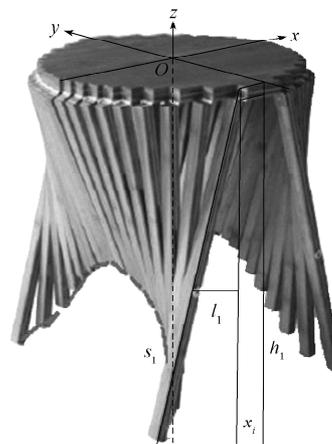


图1 折叠桌空间直角坐标系及立体分析图
Fig. 1 Space rectangular coordinate and dimensional analysis of folding table

表1 未知参数及其含义

Table 1 Unknown parameters and meaning

符号	含义
α	最外侧钢筋位置到桌腿底端的距离与最外侧桌腿长之比
e	圆桌高度
d_i	最外侧桌腿中的钢筋条到所平行的圆桌直径对应其钢条高度的距离
z_i	折叠桌为平面时每根桌腿钢筋条所在位置与圆桌边缘的距离
p_i	折叠桌为立体时第 <i>i</i> 根桌腿钢筋条所在位置与圆桌边缘的距离
Q_i	每根桌腿的开槽长度
g	最短桌腿长的序号
k	为解决问题而引用的参数

1.3 几何推理

求解平板折叠桌基本设计参数的几何推理流程如图2所示。

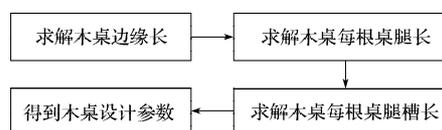


图2 几何推理流程图

Fig. 2 Geometric reasoning flowchart

假设3个未知参数 a, b, c 分别表示平板折叠桌的长、宽、厚度。平板折叠桌的3个基本设计参数相互联系,相互影响,共同制约着产品性能。运用几何推理,将平板折叠桌每条桌腿长、桌腿开槽长度分别用 s_i, Q_i 表示,从而得到一个目标函数和约束条件。具体推理过程如下:

1) 每根桌腿长度 s_i 的确定

通过所建立的空间直角坐标系, 得到 y_i 的取值范围为: $y_i \in (-b/2, b/2)$, y_i 以等差数列递增。式中: y_i 表示第 i 根木条的长度, i 表示木条序号。

根据空间直角坐标系, 每根木条宽度的中点在圆上, 得到

$$y_i = -b/2 + 1.25 + (i-1) \cdot 2.5 \quad (1)$$

根据桌面圆方程 $x_i^2 + y_i^2 = (b/2)^2$, 得到每根桌腿的长度为

$$s_i = a/2 - x_i \quad (2)$$

设定折叠桌的厚度为 c , 根据三角形相似定理及勾股定理, 得:

$$p_i^2 = ((1-\alpha) \cdot h)^2 + l_i^2 \quad (3)$$

$$l_i = d_1 - x_i \quad (4)$$

$$z_i = (1-\alpha) \cdot s_i + x_i - x_i \quad (5)$$

$$p_i^2 = ((1-\alpha) \cdot h)^2 + l_i^2 \quad (6)$$

$$Q_i = p_i - z_i \quad (7)$$

2) 目标函数的确定

所确定的目标函数为 $V_{\min} = a \cdot b \cdot c$ 。

3) 约束条件的确定

根据三角形的稳定性原理, 当折叠桌的最外侧桌腿与其中间桌腿构成异面正三角形时, 折叠桌的稳定性能最好。此时, 钢筋处到最短腿长的距离等于桌腿长。由图3 折叠桌稳定性分析图可得:

$$k = (1-\alpha) \cdot \sqrt{s_1^2 - h^2} \quad (8)$$

$$x_1 + 2 \cdot k = b/2 \quad (9)$$

$$\frac{b - 2 \cdot x_1}{4 \cdot \sqrt{s_1^2 - h^2}} \leq \frac{a}{2} - x_{g_0} \quad (10)$$

综上所述, 根据几何推理, 平板折叠桌每根桌腿长用式(2)表示, 开槽长度用式(7)表示, 目标函数为 $V_{\min} = a \cdot b \cdot c$, 约束条件用式(10)表示。

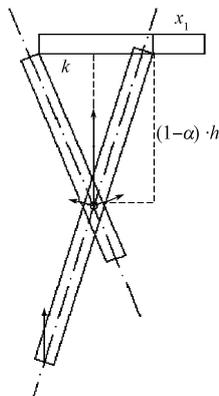


图3 折叠桌稳定性分析图

Fig. 3 Flat table stability analysis diagram

2 模型求解

由平板折叠桌高度 $e=70$ cm, 桌宽 $b=80$ cm, 木板厚度 $c=3$ cm, 求出折叠平板桌的3个基本加工参数。已知桌腿宽度为2.5 cm, 折叠桌共有32跟桌腿, 根据对称性研究1/2部分, 即研究16跟桌腿, 求解出平板折叠桌的桌腿长度(如表2所示); 同理, 根据对称性研究1/2部分, 并利用式(7), 计算求得桌腿的开槽长度 Q_i (如表3所示)。

表2 16根桌腿长度
Table 2 Length of 16 table leg

木条编号	1	2	3	4
桌腿长度/cm	80.33	73.34	68.78	65.28
木条编号	5	6	7	8
桌腿长度/cm	62.44	60.07	58.06	56.36
木条编号	9	10	11	12
桌腿长度/cm	54.92	53.70	52.69	51.87
木条编号	13	14	15	16
桌腿长度/cm	51.22	50.74	50.43	50.27

表3 16根桌腿的开槽长度
Table 3 Slot Length of 16 table leg

木条编号	1	2	3	4
开槽长度/cm	0	1.49	2.83	4.15
木条编号	5	6	7	8
开槽长度/cm	5.45	6.74	7.98	9.17
木条编号	9	10	11	12
开槽长度/cm	10.28	11.28	12.18	12.94
木条编号	13	14	15	16
开槽长度/cm	13.58	14.03	14.35	14.51

由表2和表3的数据, 并结合上述几何推理, 求得平板折叠桌木板长度 $a=163.47$ cm, 最外侧钢筋位置到桌腿底端的距离与最外侧桌腿长之比 $\alpha=0.42$, 平板折叠桌最小体积 $V_{\min}=39\ 232.80$ cm³。

在MATLAB2013的开发环境下, 利用MATLAB进行编码^[9-10], 得到平板折叠桌的三维效果图(如图4所示), 其中, θ_{Az} 为水平旋转的角度, θ_{E1} 为垂直旋转的角度。

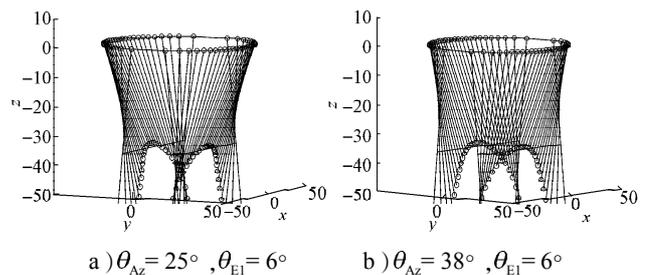


图4 平板折叠桌的三维效果图

Fig. 4 3D diagram of flat Folding Table

3 实验结果分析

根据几何推理,确定平板折叠桌在材料最省情况下的木板尺寸、钢筋位置以及开槽长度。利用力矩平衡原理,进一步分析平板折叠桌的稳定性能。

图5所示为最外侧桌腿受力分析。

折叠展开过程中,采用力矩平衡原理,验证折叠桌的最外侧桌腿与中间桌腿构成的异面三角形为正三角形时,平板折叠桌的稳定性能最好。

根据图5所示的受力分析, C 、 P 点的力矩平衡方程分别为:

$$G \cdot \frac{CD}{2} \cdot \cos\theta + F_2(CD - DE)\sin\theta = F_1 \cdot CD \cdot \cos\theta,$$

$$F_1 \cdot \frac{CD}{2} \cdot \cos\theta + F_y(CD - DE)\cos\theta = F_x \cdot (CD - DE) \cdot \sin\theta.$$

由力矩平衡原理,要使最外侧桌腿平衡,必需满足: $F_2 = F_x$, $F_1 = G + F_2$ 。

因此,可以证明 Q 点与 P 点是重合的,即当平板折叠桌的最外侧桌腿长与中间桌腿构成的异面三角形为正三角形时,折叠桌的稳定性能最好。

4 结语

以折叠结构的参数作为切入点,综合运用代数和几何推理法,设计并验证了折叠平板桌的最优加工参数。所确定的最优加工参数提高了产品的稳固性能,且加工方便,用材较少。但在本研究中,对下面2方面的问题未做深入研究,这将是下一步研究的重点:1)在桌腿和钢筋的稳定性能分析时,运用力矩平衡分析能否较好地解决平板折叠桌受力稳定的问题;2)在寻找钢筋位置时,能否用遗传算法进行撒网式搜寻,以找到一个确切的铰点。

参考文献:

- [1] 杨梅. 折叠结构在产品中的应用研究[J]. 包装工程, 2013, 34(8): 49-51, 61.
Yang Mei. Application Study of Folding Structure in Product Design[J]. Packaging Engineering, 2013, 34(8): 49-51, 61.
- [2] 张一, 俞英. Rhinoceros环境下的机构设计与产品设计[J]. 承德石油高等专科学校学报, 2008, 10(4): 37-

39, 44.

Zhang Yi, Yu Ying. Mechanism Design and Product Design in Rhinoceros[J]. Journal of Chengde Petroleum College, 2008, 10(4): 37-39, 44.

- [3] 林佳欣, 聂桂平. 基于TRIZ理论的折叠家具设计研究[J]. 东华大学学报: 自然科学版, 2011, 37(4): 518-521.
Lin Jiaxin, Nie Guiping. Folding Furniture Design Research Based on the Theory of TRIZ[J]. Journal of Donghua University: Natural Science, 2011, 37(4): 518-521.
- [4] 贾文, 王祎. 创意平板折叠桌中的数学问题[J]. 齐鲁工业大学学报: 自然科学版, 2015, 29(1): 79-83.
Jia Wen, Wang Yi. Mathematical Problem in Creative Flat Folding Table[J]. Journal Qilu University of Technology: Natural Science Edition, 2015, 29(1): 79-83.
- [5] 赵瑾, 杨书良, 陈文波, 等. 平板折叠桌的槽长研究[J]. 河南教育学院学报: 自然科学版, 2015, 24(1): 28-30.
Zhao Jin, Yang Shuliang, Chen Wenbo, et al. Study on Slot Length of Flat Folding Table[J]. Journal of Henan Institute of Education: Natural Science Edition, 2015, 24(1): 28-30.
- [6] 王海飞, 范海菊, 席君帅, 等. 基于多目标优化的创意平板折叠桌设计[J]. 数学学习与研究, 2015(5): 122.
Wang Haifei, Fan Haiju, Xi Junshuai, et al. Design of Creative Flat Folding Table Based on Multi-Objective Optimization[J]. Mathematics Study and Research, 2015(5): 122.
- [7] 张应中, 罗晓芳, 乔磊. AutoCAD与ParaSolid三维边界模型信息直接交换[J]. 工程图学学报, 2010(5): 169-174.
Zhang Yingzhong, Luo Xiaofang, Qiao Lei. Direct Exchange of Three-Dimensional Boundary Model Information Between AutoCAD and ParaSolid[J]. Journal of Engineering Graphics, 2010(5): 169-174.
- [8] 石志良, 陈谊, 张忠全. 通用几何约束系统统一建模研究[J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(16): 159-163.
Shi Zhiliang, Chen Yi, Zhang Zhongquan. Research on United Modeling Method of Generalized Geometric Constraint System[J]. Computer Engineering and Applications, 2014, 50(16): 159-163.
- [9] 方建斌. 基于Matlab的非线性规划问题的求解[J]. 科技资讯, 2013(25): 34, 36.
Fang Jianbin. Solving the Problem of Nonlinear Programming Based on Matlab[J]. Science and Technology Information, 2013(25): 34, 36.
- [10] 陈峰, 秦斌. 基于多目标优化的免疫遗传算法在Matlab环境中的实现[J]. 湖南工业大学学报, 2007, 21(2): 92-95.
Chen Feng, Qin Bin. Realization of Immune Genetic Algorithm Based on Multi-Objective Optimization in Matlab[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2007, 21(2): 92-95.

(责任编辑: 徐海燕)