

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2015.04.002

# 基于实验模态分析的铣削加工系统动力学 特性参数测试与分析

李忠群, 夏磊, 彭岳荣, 朱帆

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

**摘要:** 获取加工系统模态参数是进行铣削加工过程动力学仿真的先决条件。利用实验模态分析技术对机床-刀具系统或机床-工件系统进行锤击实验, 通过力传感器和压电式加速度计采集激励与响应信号, 再通过傅里叶变换和频响函数估算的方法获得加工系统的频响函数, 最后通过正交多项式参数拟合获得工艺系统的模态参数。动力学特性参数测试分析结果, 可为铣削过程动力学仿真提供所必须的可靠数据。

**关键词:** 实验模态分析; 颤振稳定性; 频响函数; 模态参数

中图分类号: TH113.1

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2015)04-0006-04

## Dynamic Characteristics Test and Analysis of Milling System Based on Experimental Modal Analysis

Li Zhongqun, Xia Lei, Peng Yuerong, Zhu Fan

(School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** Obtaining modal parameters of a cutting system is essential for conducting dynamic simulation of milling process. The experimental modal analysis technology (EMA) is used for hammering test on a machine-tool system or a machine-workpiece system, excitation and response signals are measured and acquired by force transducer and piezoelectric accelerometer respectively; Then, the frequency response function of the system is obtained by Fourier transform and the frequency response function estimation method; Lastly, the modal parameters of the system are identified through orthogonal polynomial fitting method. The analysis result of dynamic characteristic parameters can provide necessary reliable data for dynamic simulation of milling process.

**Keywords:** experimental modal analysis; chatter stability; frequency response function; modal parameter

## 0 引言

实验模态分析(experimental modal analysis, EMA) 是进行切削过程动力学仿真的前提条件和必要手段, 它首先将采集到的系统输入与输出信号进行处理, 获得加工系统的频响函数(frequency response function, FRF), 进而拟合出加工系统的模态参数<sup>[1-3]</sup>。随着信号测试与分析技术的快速发展, EMA 的测试精度和可信度也大大提高。杨毅清等<sup>[4]</sup>将 EMA 技术引入到集中参数化建模领域, 综合运用解析法得到了刀尖点的频响函数, 进而实现了铣削加工颤振稳定性的准确预测。周莉等<sup>[5]</sup>通过 EMA 技术对机床动

收稿日期: 2015-06-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51375160), 国家科技重大专项基金资助项目(2012ZX04011-011)

作者简介: 李忠群(1966-), 男, 湖南东安人, 湖南工业大学教授, 博士后, 硕士生导师, 主要研究方向为数字化制造与装备技术, 虚拟制造, E-mail: zhqunli@163.com

态性能进行分析,找出薄弱部件以便作进一步优化。文献[6-8]基于EMA方法获得的加工系统模态参数,实现了多种铣削条件下的颤振稳定性准确预测。

本文根据EMA基本理论,构建了实验模态测试系统。利用带力传感器的冲击锤和加速度计作为信号激励与拾振装置,通过对被测对象施加激振力,同时测量激振信号和响应信号。将这2路信号进行放大、A/D转换和滤波处理,经USB数据总线传输到计算机,最后通过计算处理获得待测系统的频响函数和模态参数。

## 1 实验模态分析基础

二自由度铣削系统可简化为黏性阻尼振动系统,其振动微分方程可表示为

$$M\ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} = \mathbf{f}(t), \quad (1)$$

式中:  $M$ ,  $C$ ,  $K$  分别为质量、黏性阻尼和刚度矩阵;

$\mathbf{x}$  为系统在切削力  $\mathbf{f}(t)$  作用下的位移响应。

设系统的初始状态为零,对式(1)两边进行拉普拉斯变换可得

$$[Ms^2 + Cs + K]X(s) = F(s), \quad (2)$$

式中:  $X(s)$  为位移响应的拉氏变换;

$F(s)$  为激励力的拉氏变换。

式(2)中矩阵  $Ms^2 + Cs + K$  的逆阵为传递函数矩阵,用  $H(s)$  表示。

令  $s = j\omega$  可得出响应  $X(\omega)$  和激振力  $F(\omega)$  的关系

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega), \quad (3)$$

式中  $H(\omega)$  为系统位移频率响应函数,

$$H(\omega) = (K - \omega^2 M + j\omega C)^{-1}. \quad (4)$$

通过实对称矩阵的加权正交性的一系列变换,可得到频响函数的模态表示式为

$$H(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{\boldsymbol{\varphi}_i \boldsymbol{\varphi}_i^T}{k_i - \omega^2 m_i + j\omega c_i}, \quad (5)$$

式中:  $\boldsymbol{\varphi}$  为响应幅值列阵;

$m_i$ ,  $k_i$ ,  $c_i$  与固有频率  $\omega_{ni}$  和阻尼比  $\xi_i$  的关系式为

$$\omega_{ni} = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}, \quad \xi_i = \frac{c_i}{2\sqrt{k_i m_i}},$$

其中  $i$  表示阶数。

## 2 铣削加工系统实验模态分析方法

### 2.1 加工系统动力学特性参数测试系统

加工系统动力学特性参数测试分析系统的核心是振动测试系统,主要由激励、拾振和分析3个子系统构成。图1为测试系统结构图,图2为系统输入输

出模型。图2中含有噪声输入输出信号,  $F(\omega)$  是激励力输入信号频谱,由激振力  $f(t)$  通过傅里叶变换而得,  $X(\omega)$  为  $x(t)$  响应输出信号频谱,  $M(\omega)$  为输入端随机噪声信号  $m(t)$  的频谱,  $N(\omega)$  为输出端随机信号  $n(t)$  的频谱,  $Z(\omega)$  是输入端测量信号  $z(t)$  的频谱,  $Y(\omega)$  是输出端测量信号  $y(t)$  的频谱,  $H(\omega)$  为所求系统的频响函数。

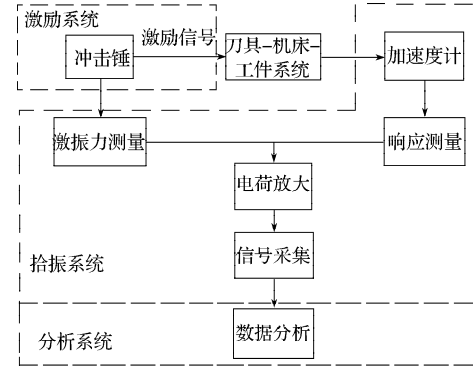


图1 测试系统结构图

Fig. 1 Structural diagram of the testing system

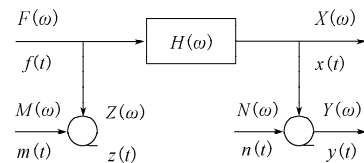


图2 测试系统输入输出模型

Fig. 2 Input and output model of the testing system

实际的激励和响应信号中都会受到噪声污染,因此应去除噪声的影响,得到比较真实的频响函数估计。频响函数估算式表示为<sup>[9-10]</sup>:

第一估算式

$$H_1(\omega) = \frac{G_{fx}(\omega)}{G_{ff}(\omega)}; \quad (6)$$

第二估算式

$$H_2(\omega) = \frac{G_{xx}(\omega)}{G_{xf}(\omega)}. \quad (7)$$

式(6)~(7)中:  $G_{ff}$  为激励信号的自功率谱均值;

$G_{xx}$  为响应信号的自功率谱均值;

$G_{fx}$  为激励信号与响应信号的互谱均值;

$G_{xf}$  为响应信号与激励信号的互谱均值。

实际频响函数的范围为  $|H_1(\omega)| < |H(\omega)| < |H_2(\omega)|$ , 根据具体噪声污染情况,可通过相干函数值来判断得到的频响函数是否可信。

相干函数 (coherence function)  $\gamma^2(\omega)$  用于表示任意2个信号之间的相关程度。在进行传函分析时,需要测量激励与响应信号的相干函数。相干函数可表示为

$$\gamma^2(\omega) = \frac{|G_{fx}(\omega)|^2}{G_{ff}(\omega)G_{xx}(\omega)} = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)}. \quad (8)$$

当传函幅频曲线峰值点处对应的相干函数值  $\gamma^2(\omega) \geq 0.8$  时, 表示获得的频响函数可信; 否则, 说明信号存在较大噪声干扰, 需要重新进行实验。图3为信号分析流程图。

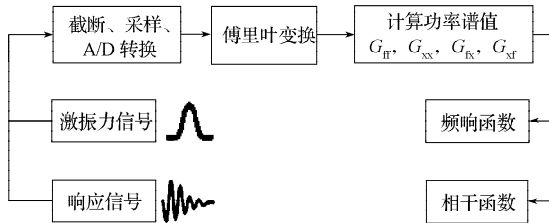


图3 信号分析流程图

Fig. 3 Flowchart of signal analysis

## 2.2 实验方案

实验方案是否合理, 将直接决定动力学特性参数测试结果是否有效。模态实验常用的激振装置主要有激振器系统、冲击锤和阶跃激励装置等。激振器系统属于固定激振系统, 由于存在增加被测系统附加质量的缺点, 不适合用于测试加工系统的模态参数; 阶跃激励的高频成分少, 常用来激励低阶模态, 激励固有频率较低的结构; 冲击锤是非固定式激振装置和脉冲激励, 对被测系统无附加质量和刚度约束, 常用于机械系统振动测试。测试装置中测试仪器的相关性能参数见表1。

表1 测试仪器性能参数

Table 1 Performance parameters of the testing device

仪器名称	量程	灵敏度	电压	其它参数
MSC-1 冲击力锤	0~5 000 N	10 mV/N	20~30±5 V	27 kHz
YD67D 加速度计	200 000 m·s <sup>-2</sup>	0.3 PC/(m·s <sup>-2</sup> )	5 V	1~18 kHz
DLF-3 电荷放大器	×1, ×10, ×100			
AD8304 数据采集器			3~5 V	10 MHz

本文在进给 ( $x$  方向) 和垂直于进给 ( $y$  方向) 2 个方向分别进行单点激励 (single in single out, SISO) 锤击实验。被测机床-刀具系统的相关参数见表2, 锤击实验连接示意图如图4所示。

表2 被测系统机床-刀具系统的参数

Table 2 Parameters of the testing machine-tool system

机床型号	机床最高转速	刀具	
HERMLE C404 五坐标立式加工机床	18 000 r/min	硬质合金整体铣刀	
刀具齿数	刀具直径	刀具螺旋角	安装悬伸长度
2	12 mm	30°	70.0 mm

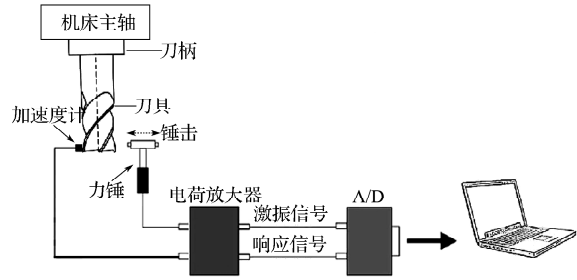


图4 锤击实验连接图

Fig. 4 Connecting diagram of the hammering test

## 3 锤击实验结果分析

用冲击力锤分别沿  $x$  方向和  $y$  方向进行施加激励, 连续实验 10 次, 通过求和处理以降低随机干扰对测试结果的影响。采用 2.1 节中的频响函数估算方法, 首先得到工艺系统的加速度频响函数; 然后将加速度频响函数进行转换, 得到系统的位移传递函数; 最后通过正交多项模态参数整体识别技术<sup>[10]</sup>, 获得加工系统的模态参数, 其分析过程如下。

实测频响函数的有理分数模型可以由振动理论得出

$$H_{ef}(\omega) = \frac{\sum_{i=0}^M \alpha_i p_i(j\omega)}{\sum_{i=0}^N \beta_i q_i(j\omega)}, \quad (9)$$

式中:  $H_{ef}(\omega)$  表示某测点的频响函数值;

$p_i(j\omega)$ ,  $q_i(j\omega)$  分别为第  $i$  阶分子和分母的正交多项式;

$\alpha_i$ ,  $\beta_i$  为正交多项式系数。

将频响函数的实测值以  $\tilde{H}(j\omega)$  表示, 实测值与理论值的误差向量为

$$\mathbf{e} = \mathbf{P}\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{Q}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{R}, \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{e} = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_s]^T$ ;

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_0(j\omega_1) & p_1(j\omega_1) & \dots & p_M(j\omega_1) \\ p_0(j\omega_2) & p_1(j\omega_2) & \dots & p_M(j\omega_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_0(j\omega_s) & p_1(j\omega_s) & \dots & p_M(j\omega_s) \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_0 \ \alpha_1 \ \dots \ \alpha_M]^T;$$

$\mathbf{Q} =$

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}(\omega_1)q_0(j\omega_1) & \tilde{H}(\omega_1)q_1(j\omega_1) & \dots & \tilde{H}(\omega_1)q_{N-1}(j\omega_1) \\ \tilde{H}(\omega_2)q_0(j\omega_2) & \tilde{H}(\omega_2)q_1(j\omega_2) & \dots & \tilde{H}(\omega_2)q_{N-1}(j\omega_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{H}(\omega_s)q_0(j\omega_s) & \tilde{H}(\omega_s)q_1(j\omega_s) & \dots & \tilde{H}(\omega_s)q_{N-1}(j\omega_s) \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \ \beta_1 \ \dots \ \beta_{N-1}]^T;$$

$$R = \begin{bmatrix} \tilde{H}(j\omega_1)q_N(j\omega_1) \\ \tilde{H}(j\omega_2)q_N(j\omega_2) \\ \vdots \\ \tilde{H}(j\omega_s)q_N(j\omega_s) \end{bmatrix}。$$

根据最小二乘法构造目标函数, 经过变换后最终有

$$\begin{bmatrix} E_1 & E_2 \\ E_2^T & E_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ G \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中:  $E_1 = \text{Re}(P^*P)$ ;

$$E_2 = -\text{Re}(P^*Q);$$

$$E_3 = \text{Re}(Q^*Q);$$

$$f = \text{Re}(P^*R);$$

$$G = -\text{Re}(Q^*R)。$$

上式中, 符号\*表示矩阵的共轭转置,  $\text{Re}()$ 表示返回复数的实部。

通过以上过程, 可求出正交多项式系数 $\alpha, \beta$ 和式(9)的传递函数, 从而每个测点的频响函数测试值均可进行拟合。由式(9)的极点(分母多项式为零时)值 $s_i = -\sigma_i \pm jv_i$ , 可得到系统的固有频率和阻尼比。

$$\text{固有频率} \omega_{ni} = \sqrt{\sigma_i^2 + v_i^2};$$

$$\text{阻尼比} \xi_i = \frac{\sigma_i}{\omega_i}。$$

图5为实验得到的被测机床-刀具系统频响函数FRF图形; 表3是由上述拟合方法拟合出的 $x, y$ 两个方向上的三阶模态参数(固有频率 $\omega_n$ 、阻尼比 $\xi$ 和刚度 $k$ )。频响函数图形及模态参数辨析结果均显示, 无论是 $x$ 方向还是 $y$ 方向, 第三阶模态( $\omega_{nx} = 1586 \text{ Hz}, \omega_{ny} = 1591 \text{ Hz}$ )的刚度与阻尼比乘积最小。该阶模态均占优, 是主导模态, 其动刚度值直接决定加工系统的稳定性。

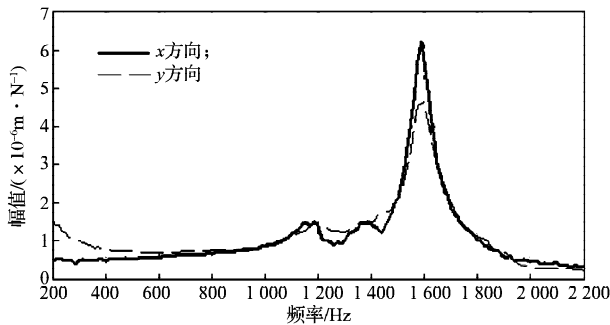


图5 机床-刀具系统的FRF图形

Fig. 5 FRF curve of the machine-tool system

表3 机床-刀具系统模态参数

Table 3 Modal parameters of the machine-tool system

方向	模态阶数	固有率 $\omega_n/\text{Hz}$	阻尼比 $\xi$	刚度 $k/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$
x	1	1 198	0.041	$1.20 \times 10^7$
	2	1 389	0.048	$1.30 \times 10^7$
	3	1 586	0.027	$3.70 \times 10^6$
y	1	1 214	0.071	$1.24 \times 10^7$
	2	1 428	0.049	$1.52 \times 10^7$
	3	1 591	0.031	$3.56 \times 10^6$

## 4 结语

基于EMA理论, 本文构建了铣削加工动力学特性测试分析系统, 通过锤击试验和模态参数辨识, 获得了加工系统的频响函数及动力学特性参数(模态参数)。利用该参数能方便地进行铣削加工过程动力学仿真与分析, 它是后续进行切削参数优化、实现高效无颤振切削加工的先决条件。

## 参考文献:

- [1] Altintas Y. Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations and CNC Design[M]. New York: Cambridge University Press, 2000: 94.
- [2] 刘 强, 李忠群. 数控铣削加工过程仿真与优化-建模、算法与工程应用[M]. 北京: 航空工业出版社, 2011: 30-36. Liu Qiang, Li Zhongqun. Simulation and Optimization of CNC Milling Process: Modeling, Algorithms and Application[M]. Beijing: China Aviation Industry Press, 2011: 30-36.
- [3] 李忠群. 复杂切削条件高速铣削加工动力学建模、仿真与切削参数优化研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2008. Li Zhongqun. Dynamic Modeling, Simulation and Optimization of High Speed Milling Under Complicated Cutting Conditions[D]. Beijing: Beihang University, 2008.
- [4] 杨毅清, 刘 强, Munoa Jokin. 基于实验模态分析的集中参数法建模[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(6): 621-625. Yang Yiqing, Liu Qiang, Munoa Jokin. Investigation of Lumped Model Based on Experimental Modal Analysis[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(6): 621-625.
- [5] 周 莉, 李爱萍, 古志勇, 等. 基于实验模态分析的机床动态性能测试[J]. 中国工程机械学报, 2014, 12(4): 360-363. Zhou Li, Li Aiping, Gu Zhiyong, et al. Dynamic Performance Testing on Machine Tools via Experimental Modal Analysis[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2014, 12(4): 360-363. (下转第25页)