

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2015.03.002

岩石流变的一种非线性黏弹塑性流变模型研究

张 英^{1,2}

(1. 重庆地质矿产研究院 外生成矿与矿山环境重庆市重点实验室, 重庆 400042;
2. 煤炭资源与安全开采国家重点实验室重庆研究中心, 重庆 400042)

摘 要: 将黏滞系数视为非定常量, 建立黏滞系数的非线性函数关系, 提出一种能描述岩石蠕变全过程的非线性流变力学模型, 且在一定条件下模型可蜕变为 Burgers 模型或西原正夫模型。推导了岩石在常应力和常应变条件下的流变方程; 研究了岩石的非线性蠕变特性和松弛特性。对不同应力条件下的岩石蠕变试验结果进行拟合, 并将本文的非线性岩石流变力学模型与试验结果进行比较。结果表明, 试验曲线与理论曲线较吻合, 从而证明了本模型的正确性与合理性。

关键词: 非线性流变模型; 流变特性; 弹黏塑性

中图分类号: TU451

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2015)03-0010-05

Study on a Nonlinear Viscoelastic-Plastic Rheological Model of Rock Rheology

Zhang Ying^{1,2}

(1. Chongqing Key Laboratory of Exogenic Mineralization and Mine Environment, Chongqing Institute of Geology and Mineral Resources, Chongqing 400042, China; 2. Chongqing Research Center of State Key Laboratory of Coal Resources and Safe Mining, Chongqing 400042, China)

Abstract : Considering the viscous coefficient as an indefinite constant, a nonlinear functional relationship of viscous coefficient is established, and a nonlinear rheological mechanical model for describing the whole process of rock creep is proposed. Under a certain condition, the model can be transformed into Burgers or Nishihara Masao model. Under the condition of constant stress and constant strain, the creep and rheological equations are deduced, and the rock nonlinear creep and relaxation properties are studied. The creep test results of rock under different stress conditions are fitted, and compared the proposed nonlinear rock rheological mechanical model with the rest result, indicates that the test curve tallies with the theoretical curve, and proves the correctness and rationality of the proposed model.

Keywords : nonlinear rheological model; rheological properties; elastovisco-plasticity

1 研究背景

在外部环境作用下, 岩石类材料的应力应变表现出随时间变化而发生变化的现象称为流变。作为常用的工程材料, 岩石的流变力学特性对工程应用影响深远。工程实例和理论分析表明, 岩土工程的变形破坏与时间有密不可分的关系。流变模型是流变

力学理论的研究基础, 但由于实际试验条件的限制, 岩石流变力学模型研究并不深入, 特别是非线性流变力学模型的研究至今尚未有统一共识。目前对衰减蠕变和稳态蠕变的认识较成熟, 多种力学模型如广义凯尔文模型、Burgers 模型等, 都能较好地描述岩体衰减蠕变和稳态蠕变, 而不能对岩体加速蠕变进行准确描述。关于非线性流变力学模型的研

收稿日期: 2015-03-19

作者简介: 张 英(1984-), 男, 安徽池州人, 重庆地质矿产研究院工程师, 硕士, 主要研究方向为岩土工程勘察与设计,

E-mail: 370567882@qq.com

究,人们常对线性流变元件进行改进,通过非线性函数的流变元件来建立非线性流变力学模型,或者基于损伤力学理论、内时理论等新的理论建立流变力学模型。孙钧^[1-2]将黏滞系数视为变量,表示为应力与持续时间的函数。陈沅江等^[3]建立2种非线性元件,并将它们和开尔文体及虎克体相结合,得到了一种新的可较好描述软岩加速蠕变特性的复合流变力学模型。曹树刚等^[4]对牛顿体中的黏滞系数进行修正,将其应用到西原正夫模型中,得到可以较好地描述岩体非衰减蠕变特性的流变模型。徐卫亚等^[5-6]提出一种非线性黏塑性体,建立一种七元件非线性黏弹塑性岩石流变力学模型(河海模型),并通过开发数值程序,将该模型应用于实际岩石工程中。曹平等^[7]通过定义加速蠕变速率幂级数和蠕变特征长度,得到一种能够描述岩石加速蠕变的流变力学模型。金丰年^[8]从损伤角度研究了岩石非线性流变力学特性。

长时间荷载作用下,岩石将发生蠕变现象,当所承受荷载较大时,岩石会进入加速蠕变阶段,此时蠕变速率及其加速度将随时间推移而发生改变。经典的流变模型通常将黏性元件视为理想的牛顿体,在蠕变各阶段都将黏滞系数假定为常量,因而不能很好地描述岩石的加速蠕变过程。实际应用中,黏滞系数在蠕变过程的各阶段并不是常量,而与时间、应力、应变等其他条件密切相关。基于以上分析,本文在陈沅江等^[3]提出的CYJ体模型的基础上,进一步深入分析研究,建立一种可描述岩体蠕变全过程的非线性黏弹塑性模型。

2 岩石非线性流变力学模型及其流变特性

2.1 非线性流变元件组合模型

将弹性模型、塑性模型、黏性模型及CYJ体^[3]进行组合,得到一个非线性黏弹塑性流变力学模型,见图1。图中 σ_{s1} 、 σ_{s2} 为塑性体发生变形时的应力门槛值; k_1 、 k_2 分别胡克体弹性变形系数; η_1 、 η_2 分别为牛顿体黏性变形系数; η_c 为蠕变体黏性变形系数; ε_c 为蠕变体发生蠕变的初始区域长度。

图1的组合模型中,部分1、部分2和部分3(CYJ体)可分别模拟岩体蠕变过程中的线弹性蠕变阶段,黏弹塑性蠕变阶段和加速蠕变阶段。当模型仅有部分1和部分2参与流变,且塑性模型(部分2)中 $\sigma_{s1}=0$ 时,模型蜕变为伯格模型;当模型中3个部分都参与流变,且塑性模型中 $\sigma_{s1}=0$ 时,部分3中蠕变变形

小于 ε_c ,则模型蜕变成西原正夫模型。

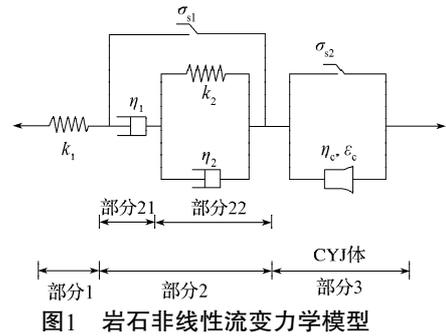


图1 岩石非线性流变力学模型
Fig.1 The nonlinear rheological mechanical model of rock
CYJ体由2个阶段组成。当变形小于 ε_c 时,元件表现出线性牛顿体的蠕变特性

$$\sigma = \eta_c \dot{\varepsilon}, \quad (1)$$

式中: σ 为应力; $\dot{\varepsilon}$ 为蠕变速率。

当变形大于或等于 ε_c 时,元件则表现出非线性蠕变特性

$$\sigma = \eta_c \dot{\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon} \right)^n, \quad (2)$$

式中: ε 为蠕变变形量;

n 为试验应力 σ 与长期强度 σ_∞ 的比值。

2.2 流变方程

2.2.1 蠕变特性

1)当 $0 < \sigma \leq \sigma_{s1} < \sigma_{s2}$ 时,模型中只有部分1参与变形,则有

$$\sigma_1 = k_1 \varepsilon_1, \quad (3)$$

式中 σ_1 、 ε_1 分别为图1中部分1的应力和应变。

若施加的应力恒定不变,则有

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{k_1}. \quad (4)$$

2)当 $0 < \sigma_{s1} < \sigma \leq \sigma_{s2}$ 时,模型中部分1和部分2参与变形,根据模型的组合特性,相应的状态方程为

$$\begin{cases} \sigma_1 = k_1 \varepsilon_1, \\ \sigma_2 = \eta_1 \dot{\varepsilon}_{21} + \sigma_{s1}, \\ \sigma_2 = k_1 \varepsilon_{22} + \eta_2 \dot{\varepsilon}_{22} + \sigma_{s1}, \\ \sigma = \sigma_1 = \sigma_2, \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_{21} + \varepsilon_{22}, \end{cases} \quad (5)$$

式中: σ_2 为图1中部分2的应力;

ε_{21} 、 ε_{22} 分别为图1中部分21和部分22的应变。

由式(5)得出模型的本构方程为

$$\eta_1 \eta_2 \ddot{\sigma} + (k_1 \eta_1 + k_2 \eta_1 + k_1 \eta_2) \dot{\sigma} + k_1 k_2 \sigma = k_1 \eta_1 \eta_2 \dot{\varepsilon} + k_1 k_2 \eta_1 \dot{\varepsilon} + k_1 k_2 \sigma_{s1}. \quad (6)$$

若施加的应力恒定不变,则蠕变方程为

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{k_1} + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{\eta_1} t + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{k_2} \left(1 - e^{-\frac{k_2 t}{\eta_2}} \right). \quad (7)$$

3)当 $0 < \sigma_{s1} < \sigma_{s2} < \sigma$ 时,模型中3个部分都参与变形,相应的状态方程为

$$\begin{cases} \sigma_1 = k_1 \varepsilon_1, \\ \sigma_2 = \eta_1 \dot{\varepsilon}_{21} + \sigma_{s1}, \\ \sigma_2 = k_1 \varepsilon_{22} + \eta_2 \dot{\varepsilon}_{22} + \sigma_{s1}, \\ \sigma_3 = \sigma_{s2} + \dot{\varepsilon}_3 f(\eta), \\ \sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3, \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_{21} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_3, \end{cases} \quad (8)$$

式中 σ_3, ε_3 分别为图1中部分3的应力和应变。

当 $\varepsilon \leq \varepsilon_c$ 时, $f(\eta) = \eta_c$, 由式(8)推出流变本构微分方程为

$$\begin{aligned} \sigma \frac{k_2}{\eta_c} + \dot{\sigma} \left(1 + \frac{k_2}{k_1} + \frac{\eta_2}{\eta_1} + \frac{\eta_2}{\eta_c} \right) + \\ \ddot{\sigma} \frac{\eta_2}{k_1} - \sigma_{s2} \frac{k_2}{\eta_c} = k_2 \dot{\varepsilon} + \eta_2 \ddot{\varepsilon}; \end{aligned} \quad (9)$$

蠕变方程为

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{k_1} + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{\eta_1} t + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{k_2} \left(1 - e^{-\frac{k_2 t}{\eta_2}} \right) + \frac{\sigma - \sigma_{s2}}{\eta_c} t \quad (10)$$

当 $\varepsilon > \varepsilon_c$ 时, $f(\eta) = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^n \eta_c$, 蠕变方程为

$$\begin{aligned} \varepsilon = \frac{\sigma}{k_1} + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{\eta_1} t + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{k_2} \left(1 - e^{-\frac{k_2 t}{\eta_2}} \right) + \\ \varepsilon_c \left[\frac{(1-n)(\sigma - \sigma_{s2})}{\eta_c \varepsilon_c} t + n \right]^{\frac{1}{1-n}}. \end{aligned} \quad (11)$$

2.2.2 松弛特性

松弛条件下, 应变恒定不变, $t=t_0, \sigma=\sigma_0, \varepsilon=\varepsilon_0$ 为常数, 由本构关系式(6)和式(9)可分别推出相应的松弛方程。

1) 当 $\varepsilon \leq \frac{\sigma_{s1}}{k_1}$ 时, 有

$$\sigma_t = k_1 \varepsilon_0, \quad (12)$$

式中 σ_t 为 t 时刻的应力。

2) 当 $\frac{\sigma_{s1}}{k_1} < \varepsilon \leq \frac{\sigma_{s2}}{k_1}$ 时, 有

$$\sigma_t = c_1 e^{a_1 t} + c_2 e^{a_2 t} + \sigma_{s1}, \quad (13)$$

式中: c_1, c_2 分别为积分常数, 可由初始条件确定;

$$\begin{aligned} a_1 = -\frac{k_1 \eta_1 + k_2 \eta_1 + k_1 \eta_2}{2 \eta_1 \eta_2} + \\ \sqrt{\left(\frac{k_1 \eta_1 + k_2 \eta_1 + k_1 \eta_2}{2 \eta_1 \eta_2} \right)^2 - \frac{k_1 k_2}{\eta_1 \eta_2}}; \\ a_2 = -\frac{k_1 \eta_1 + k_2 \eta_1 + k_1 \eta_2}{2 \eta_1 \eta_2} - \\ \sqrt{\left(\frac{k_1 \eta_1 + k_2 \eta_1 + k_1 \eta_2}{2 \eta_1 \eta_2} \right)^2 - \frac{k_1 k_2}{\eta_1 \eta_2}}. \end{aligned}$$

3) 当 $\varepsilon > \frac{\sigma_{s2}}{k_1}$ 时, 有

$$\sigma_t = m_1 e^{r_1 t} + m_2 e^{r_2 t} + \sigma_{s2}, \quad (14)$$

式中: $m_1 = -\left(\frac{k_1}{2\eta_2} + \frac{k_1}{2\eta_1} + \frac{k_1}{2\eta_c} + \frac{k_2}{2\eta_2} \right) - \sqrt{\left(\frac{k_1}{2\eta_2} + \frac{k_1}{2\eta_1} + \frac{k_1}{2\eta_c} + \frac{k_2}{2\eta_2} \right)^2 - \frac{k_1 k_2}{\eta_2 \eta_c}};$

$$m_2 = -\left(\frac{k_1}{2\eta_2} + \frac{k_1}{2\eta_1} + \frac{k_1}{2\eta_c} + \frac{k_2}{2\eta_2} \right) + \sqrt{\left(\frac{k_1}{2\eta_2} + \frac{k_1}{2\eta_1} + \frac{k_1}{2\eta_c} + \frac{k_2}{2\eta_2} \right)^2 - \frac{k_1 k_2}{\eta_2 \eta_c}};$$

r_1, r_2 分别为积分常数, 可由初始条件确定。

由式(12)~(14)绘出该模型的松弛特征曲线, 见图2。由图可以看出, 该模型表现出不完全松弛特性, 这与岩石材料实际特性相一致。

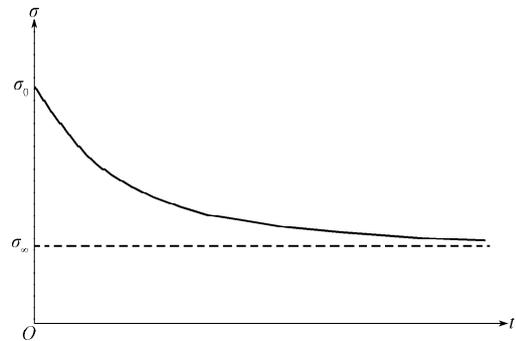


图2 岩体非线性流变力学模型松弛特征曲线

Fig. 2 Relaxation characteristic curve of nonlinear rheological mechanical model of rock

2.3 蠕变模型的三维形式

将 i, j 方向的主应力 σ_{ij} ($i, j=1, 2, 3$)进行分解, 表达式为

$$\sigma_{ij} = \sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \quad (15)$$

式中: σ_m 为球应力张量;

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 分别为各方向最大主应力。

通常假定, 球应力张量 σ_m 不引起形状改变, 只引起体积应变; 而 i, j 方向的偏应力张量 S_{ij} 可引起形状改变, 但不包含体积应变的成分。

同理, i, j 方向的主应变张量 ε_{ij} 分解为

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_m = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3), \quad (16)$$

式中: ε_m 为球应变张量;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 分别为各方向最大主应变。

同时, 在弹性状态下有:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}, G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (17)$$

式中: K, G 分别为岩石体积模量和剪切模量;

E, ν 分别为岩石的弹性模量和泊松比, 并设泊松比 ν 为定常数。

因此，岩石非线性蠕变方程的三维形式为：

1) 当 $\sigma_{s1} < S_{ij} \leq \sigma_{s2}$ 时，有

$$e_{ij} = \frac{S_{ij}}{2k_1} + \frac{S_{ij} - \sigma_{s1}}{2\eta_1} t + \frac{S_{ij} - \sigma_{s1}}{2k_2} \left(1 - e^{-\frac{k_2}{\eta_2} t} \right), \quad (18)$$

式中 e_{ij} 为 ij 方向的蠕变变形量。

2) 当 $S_{ij} > \sigma_{s2}$ ，且 $\varepsilon \leq \varepsilon_c$ 时，有

$$e_{ij} = \frac{S_{ij}}{2k_1} + \frac{S_{ij} - \sigma_{s1}}{2\eta_1} t + \frac{S_{ij} - \sigma_{s1}}{2k_2} \left(1 - e^{-\frac{k_2}{\eta_2} t} \right) + \frac{S_{ij} - \sigma_{s2}}{2\eta_c} t \quad (19)$$

3) 当 $S_{ij} > \sigma_{s2}$ ，且 $\varepsilon > \varepsilon_c$ 时，有

$$e_{ij} = \frac{S_{ij}}{2k_1} + \frac{S_{ij} - \sigma_{s1}}{2\eta_1} t + \frac{S_{ij} - \sigma_{s1}}{2k_2} \left(1 - e^{-\frac{k_2}{\eta_2} t} \right) + \varepsilon_c \left[\frac{(1-n)(S_{ij} - \sigma_{s2})}{2\eta_c \varepsilon_c} + n \right]^{\frac{1}{1-n}} \quad (20)$$

将式(20)加上球应变张量，得到单轴应力状态下的岩体蠕变方程^[10]：

1) 当 $\sigma_{s1} < \sigma \leq \sigma_{s2}$ 时

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{9K} + \frac{\sigma}{3k_1} + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{3\eta_1} t + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{3k_2} \left(1 - e^{-\frac{k_2}{\eta_2} t} \right) \quad (21)$$

2) 当 $\sigma > \sigma_{s2}$ 时， $\varepsilon \leq \varepsilon_c$ ，有

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{9K} + \frac{\sigma}{3k_1} + \left(\frac{\sigma - \sigma_{s1}}{3\eta_1} \right) t + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{3k_2} \left(1 - e^{-\frac{k_2}{\eta_2} t} \right) + \frac{\sigma - \sigma_{s2}}{3\eta_c} t \quad (22)$$

3) 当 $\sigma > \sigma_{s2}$ 时，且 $\varepsilon > \varepsilon_c$ 时，有

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{9K} + \frac{\sigma}{3k_1} + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{3\eta_1} t + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{3k_2} \left(1 - e^{-\frac{k_2}{\eta_2} t} \right) + \varepsilon_c \left[\frac{(1-n)(\sigma - \sigma_{s2})}{3\eta_c \varepsilon_c} + n \right]^{\frac{1}{1-n}} \quad (23)$$

3 岩体非线性流变力学模型验证

岩石流变试验中，以蠕变试验为主。为验证所建模型的正确性与合理性，对某砂岩岩样进行三轴蠕变试验，试验在 RYL-600 型微机伺服岩石三轴流变试验机上进行。采用单轴分级加载，加载速率为 0.2 MPa/s，每级加载时间为 24 h。在不同荷载作用下，岩石蠕变曲线各不相同，采用插值法计算塑性体的摩擦阻力 σ_{s1}, σ_{s2} ；还需确定的流变参数有 $k_1, k_2, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \varepsilon_c$ 。若直接对试验数据进行非线性拟合，如果蠕变参数初始值的拟定与实际值误差较大时，则会使迭代不收敛，从而导致模型参数辨识效果不精确^[10]。

因此，在拟合前对流变试验结果进行分析，先采用可较好突出蠕变曲线变化特征的试验点来拟定蠕变参数的近似值，再将该近似值拟定为模型的初始值。这既可有效保证迭代收敛，又能缩减调试计算机确定初始值所耗费的时间^[11]。本文以某砂岩三轴蠕变试验数据为例，基于最小二乘法原理，利用数值软件 Origin 对蠕变参数进行拟合，拟合曲线图见图 3。

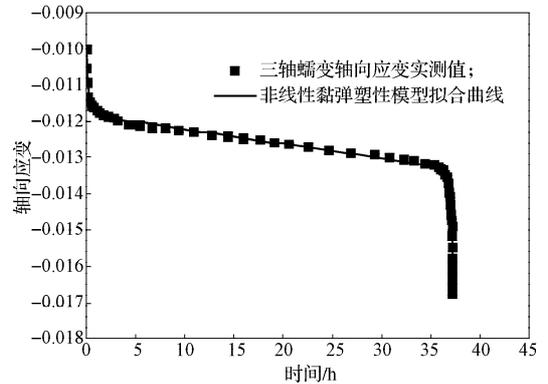


图3 非线性流变力学模型拟合曲线与试验结果

Fig. 3 The fitting curve of nonlinear rheological mechanical model and test results

图 3 表明，本文所建立的岩石非线性黏弹塑性流变力学模型，对软岩蠕变全过程的拟合效果较好，从而验证了该模型的正确性与合理性。

4 结语

将粘滞系数视为非定常量，建立黏滞系数的非线性函数关系，建立一种能描述加速蠕变阶段非线性特征的复合流变力学模型，并推导了岩石在恒定应力与恒定应变情况下的流变方程，分析了岩石的非线性蠕变特性和松弛特性。

根据白垩系冻结软岩单轴压缩蠕变的试验结果，对提出的非线性流变模型的蠕变曲线进行参数辨识与拟合，结果表明实验曲线与拟合曲线吻合较好，证明了本文所建模型的正确性与合理性。

关于模型力学参数的辨识方法还有待进一步深入研究。

参考文献：

[1] 孙 钧. 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(6): 1081-1106.
Sun Jun. Rock Rheological Mechanics and Its Advance in Engineering Applications[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(6): 1081-1106.
[2] 孙 钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999: 26-42.

- Sun Jun. Geomaterials Rheology and Its Engineering Applications[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1999: 26-42.
- [3] 陈沅江, 潘长良, 曹平, 等. 软岩流变的一种新力学模型[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 209-214.
Chen Yuanjiang, Pan Changliang, Cao Ping, et al. A New Mechanical Model for Soft Rock Rheology[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(2): 209-214.
- [4] 曹树刚, 边金, 李鹏. 软岩蠕变试验与理论模型分析的对比[J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2002, 25(7): 96-98.
Cao Shugang, Bian Jin, Li Peng. Comparison Research of Creep Experiments and the Analysis of the Theoretical Model of Soft Rocks[J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition, 2002, 25(7): 96-98.
- [5] 徐卫亚, 杨圣奇, 褚卫江. 岩石非线性黏弹塑性流变模型(河海模型)及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(3): 433-447.
Xu Weiya, Yang Shengqi, Chu Weijiang. Nonlinear Viscoelasto-Plastic Rheological Model (Hohai Model) of Rock and Its Engineering Application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(3): 433-447.
- [6] 徐卫亚, 周家文, 杨圣奇, 等. 绿片岩蠕变损伤本构关系研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(增刊1): 3093-3097.
Xu Weiya, Zhou Jiawen, Yang Shengqi, et al. Study on Creep Damage Constitutive Relation of Greenschist Specimen[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(S1): 3093-3097.
- [7] 曹平, 刘业科, 蒲成志, 等. 一种改进的岩石黏弹塑性加速蠕变力学模型[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2011, 42(1): 142-146.
Cao Ping, Liu Yeke, Pu Chengzhi, et al. An Improved Accelerated Creep Mechanical Model of Viscoelasto-Plastic Rock[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2011, 42(1): 142-146.
- [8] 金丰年. 岩石拉压特征的相似性[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 31-33.
Jin Fengnian. Comparison of Tensile and Compressive Behaviors of Rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(2): 31-33.
- [9] 李栋伟, 汪仁和, 范菊红. 白垩系冻结软岩非线性流变模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(3): 398-403.
Li Dongwei, Wang Renhe, Fan Junhong. Nonlinear Rheological Model for Frozen Soft Rock During Cretaceous Period[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(3): 398-403.
- [10] 陈国荣, 姜弘道, 池永斌. 三维粘弹性参数反分析[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 1996, 24(6): 25-28.
Chen Guorong, Jiang Hongdao, Chi Yongbin. Back Analysis for 3-D Viscoelasticity[J]. Journal of Hohai University: Natural Science, 1996, 24(6): 25-28.
- [11] 王婷婷. 滨海软土流变模型及其在结构物稳定性分析中的应用研究[D]. 天津: 天津大学, 2009.
Wang Tingting. Study on the Rheological Model of Littoral Soft Clay and Its Applications in the Stability Analysis of Coastal Structures[D]. Tianjing: Tianjing University, 2009.

(责任编辑: 邓光辉)