

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2014.01.012

# 磁悬浮球系统的滑模变结构鲁棒控制器设计

黎 恒, 肖伸平

(湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412007)

**摘 要:** 为了实现对磁悬浮球系统的精确控制, 根据变结构理论, 设计了一种具有更强鲁棒性的二阶动态滑模控制器。其中新切换面含有系统输入的高阶导数, 降低了趋近律中不连续项的影响, 改善了普通滑模控制器存在严重抖振的缺陷。通过与普通滑模控制器进行仿真比较, 结果表明, 所设计的二阶动态滑模变结构控制器能使系统有较好的动态性能并能较好地实现系统稳定悬浮。

**关键词:** 磁悬浮; 非线性; 二阶动态滑模

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2014)01-0058-04

## Design of Sliding Mode Variable Structure Robust Controller for Magnetic Levitation Ball System

Li Heng, Xiao Shenping

(School of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** According to the variable structure theory, presents a second-order dynamic sliding mode controller with stronger robustness to achieve precise control of the magnetic levitation ball system, in which the higher derivative of the new switching surface reduces the impact of the discontinuous terms in the reaching law and improves the defect of serious chattering existing in common sliding mode controller. Through the simulated comparison to the common controller, it indicates that the designed controller gets system better dynamic performance and achieve system steady levitation

**Keywords:** magnetic levitation; nonlinear; second-order dynamic sliding mode

## 0 引言

磁悬浮技术是利用电磁力将物体悬浮在空气中的一种技术。由于磁悬体与支撑之间无任何接触, 没有摩擦带来的能量消耗和速度限制, 具有无摩擦、无噪声, 拥有无定位间隙误差的精确定位功能等优点, 可在液态和真空等特殊环境下工作。因此, 磁悬浮技术具有广泛的应用前景, 如磁悬浮列车、磁悬浮轴承及磁悬浮风洞等<sup>[1]</sup>。

由于磁悬浮系统本身固有的非线性以及外部干扰引起的不确定性, 很难为其建立精确的系统模型, 因此, 对于非线性部分, 采用传统的控制方法无法达到理想的控制效果。目前, 国内外许多学者致力于磁悬浮系统的非线性控制方法的研究, 如自适应控制<sup>[2]</sup>、模糊控制<sup>[3]</sup>、鲁棒控制<sup>[4]</sup>等, 都对磁悬浮系统的非线性部分有一定的控制作用。近年来滑模变结构控制算法逐渐应用于磁悬浮控制系统中, 其最大的优点是对系统参数摄动及外扰动具有良好的鲁

收稿日期: 2013-11-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61203136), 湖南省自然科学基金资助项目(11JJ2038)

作者简介: 黎 恒(1991-), 男, 安徽安庆人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为智能控制理论及其工程应用,

E-mail: 871355899@qq.com

棒性。但由于传统滑模变结构控制的不连续性,在实际控制中存在严重抖振,如何削弱控制系统所引起的抖振,是学者们研究的重点课题。

动态滑模和高阶滑模都有削弱系统抖振的作用<sup>[5]</sup>。本文采用将两者结合起来的二阶动态滑模,不仅得到了本质上连续的控制率,而且为滑模面提供了类似于边界层的切换带,从而达到削弱抖振的目的。

## 1 磁悬浮球系统模型

### 1.1 磁悬浮球系统的基本组成

磁悬浮球系统主要由光源、电磁铁、光电传感器、功放模块、控制器和小球等元件组成,系统的基本结构图如图1所示,其中 $x$ 为磁极到小球上表面的气隙, $i$ 为线圈电流<sup>[6]</sup>。

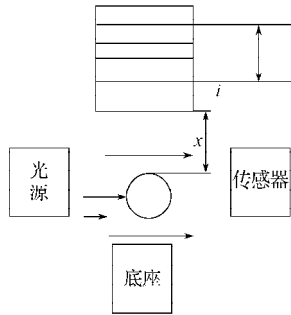


图1 磁悬浮球系统基本结构图

Fig. 1 The basic structure of magnetic levitation ball system

### 1.2 磁悬浮球系统的数学模型

系统参数为:小球质量 $m=0.046$  kg,线圈等效电阻 $R=9.6$   $\Omega$ ,线圈等效电感 $L=0.109$  H, $x$ 为磁极到小球上表面的气隙, $F$ 为小球受到的电磁力, $A$ 为铁芯面积, $N$ 为线圈匝数, $U(t)$ 为线圈输入电压,空气磁导率 $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}$  H/m。

忽略外界干扰力的影响,小球在竖直方向的动力学方程、电磁力方程以及基尔霍夫电压定律如下:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = mg - F(i, x), \\ F(i, x) = \frac{\mu_0 AN^2}{4} \left( \frac{i}{x} \right)^2, \\ U(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}. \end{cases} \quad (1)$$

小球处于平衡状态时刻的位移为 $x_0$ ,电流为 $i_0$ ,则有

$$F(i, x) = mg = \frac{\mu_0 AN^2}{4} \left( \frac{i_0}{x_0} \right)^2. \quad (2)$$

在平衡点附近对磁悬浮球系统进行线性化处理,将式(2)用泰勒级数展开,舍去高次项后,可以表

示为

$$F(i, x) = F(i_0, x_0) + \frac{\partial F}{\partial i} \Big|_{\substack{i=i_0 \\ x=x_0}} (i - i_0) + \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{\substack{i=i_0 \\ x=x_0}} (x - x_0), \quad (3)$$

$$F(i, x) = F(i_0, x_0) + \frac{\mu_0 AN^2 i_0}{2x_0^2} (i - i_0) - \frac{\mu_0 AN^2 i_0^2}{2x_0^3} (x - x_0). \quad (4)$$

根据式(1)和式(4)整理得

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + k_{xx} x + k_{xi} i = 0, \quad (5)$$

式中: $k_{xx} = -\frac{\mu_0 AN^2 i_0^2}{2x_0^3}$ 为位移刚度系数;

$k_{xi} = \frac{\mu_0 AN^2 i_0}{2x_0^2}$ 为电流刚度系数。

将式(5)进行拉氏变换后,以线圈电流 $i$ 为输入,气隙间距 $x$ 为输出的磁悬浮球系统传递函数为

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-k_{xi}}{ms^2 + k_{xx}} = \frac{-1.1195}{0.046s^2 - 43.9787} = \frac{-24.3378}{s^2 - 956.0587}. \quad (6)$$

选取状态变量 $x_1=x, x_2=\dot{x}_1$ ,则磁悬浮球系统状态空间数学模型表示为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_{xx}}{m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{k_{xi}}{m} \end{bmatrix} i = \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 956.0587 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -24.3378 \end{bmatrix} i, \\ y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (7)$$

通过计算可知系统有2个极点,且有一个极点为正,表示系统本质不稳定,需要加入控制器加以控制。

## 2 滑模变结构控制器的设计

磁悬浮系统滑模变结构控制器是利用设计的切换函数和滑动模态控制率的输出来调整系统的输入<sup>[7-8]</sup>,从而实现钢球的稳定悬浮。

### 2.1 传统滑模控制器

磁悬浮系统的状态空间表达式为式(7),对于磁悬浮系统的滑模变结构控制器,系统的误差和误差变化率分别为

$$e = r - x_1,$$

$$\dot{e} = \dot{r} - \dot{x}_1 = \dot{r} - x_2,$$

式中 $r$ 为系统的给定位置, $r=9$  mm。

取切换函数为

$$s(x) = ce + \dot{e} = c(r - x_1) + (\dot{r} - \dot{x}_2), \quad (8)$$

式中  $c > 0$  为待定常数。

采用削弱抖振的指数趋近律方法来设计磁悬浮球系统的控制率<sup>[9]</sup>，系统的趋近律为  $slaw$ ，则

$$\dot{s} = -\xi \operatorname{sgn}(s) - ks = slaw = c(\dot{r} - \dot{x}_2) + (\ddot{r} - \ddot{x}_2), \quad (9)$$

式中  $\xi$  和  $k$  均为大于 0 的待定常数。

根据式 (7) 和式 (9) 可得系统的控制率为

$$u = -\frac{m}{k_s k_s} \left[ c(\dot{r} - \dot{x}_2) + \ddot{r} + \frac{k_{xy}}{m} x_1 - (-\xi \operatorname{sgn}(s) - ks) \right], \quad (10)$$

式中  $k_s$  为功率放大器增益，这里取  $k_s = 1$ 。

### 2.2 二阶动态滑模控制器

相对于传统滑模控制器的切换函数，现引入新的切换函数  $\sigma = \lambda s + \dot{s}$ ，其中  $\lambda$  为待定常数<sup>[10]</sup>，则有：

$$\dot{\sigma} = \lambda \dot{s} + \ddot{s} = -\xi \operatorname{sgn}(\sigma) - k\sigma, \quad (11)$$

$$\dot{s} = c(\dot{r} - \dot{x}_2) + (\ddot{r} - \ddot{x}_2). \quad (12)$$

由式 (7), (9), (11), (12) 整理得控制率的一阶导数为

$$\begin{aligned} \dot{u} = & \frac{1}{b} [\lambda c \dot{r} + (\lambda + c) \ddot{r} + \ddot{r} - (\lambda + c) a x_1 - \\ & (\lambda c + a) x_2 - slaw] - (\lambda + c) u, \end{aligned} \quad (13)$$

式中  $a = -\frac{k_{xy}}{m}, b = -\frac{k_{xi}}{m}$ 。

### 3 系统仿真

本文基于 Matlab 中的 Simulink 环境下建立磁悬浮滑模变结构控制系统仿真程序，并根据第 2 章的内容，利用二阶动态滑模变结构鲁棒控制算法推导出来的系统控制率，而搭建的系统仿真图如图 2 所示。仿真时根据滑模面的存在条件及控制率的稳定条件，得到一组较合适的磁悬浮二阶动态滑模变结构控制器的待定参数： $c=100, \lambda=30, \xi=100, k=80$ 。仿真结果表明，小球平衡后的位置  $x_0$  可以通过仿真结果观察。最后将二阶动态滑模控制器与传统滑模控制器<sup>[6]</sup>进行仿真比较。

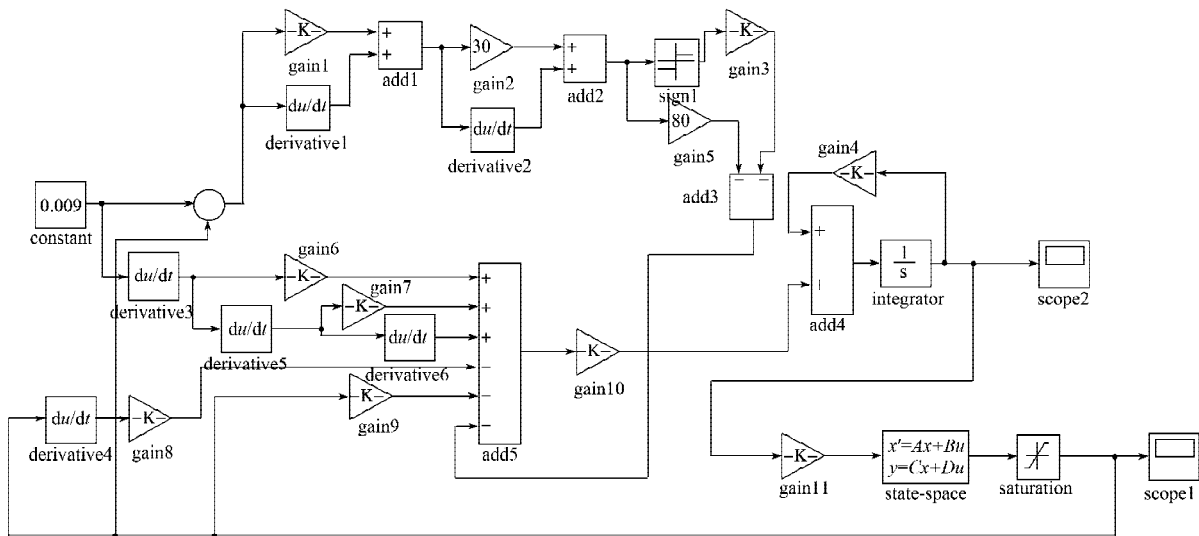
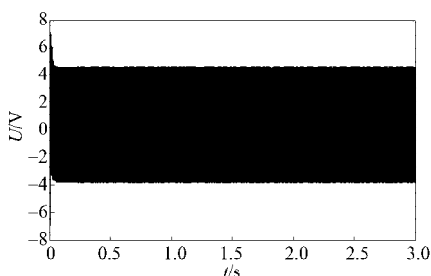


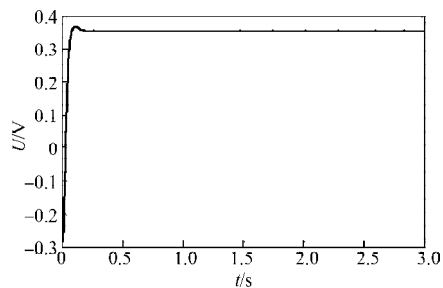
图2 二阶动态滑模磁悬浮系统仿真图

Fig. 2 The simulation diagram of magnetic levitation system with second-order dynamic sliding mode controller

将二阶动态滑模控制器与传统滑模控制器进行仿真对比试验，得到控制率输出结果如图 3 所示，小球的悬浮位置结果如图 4 所示。



a) 传统滑模控制器



b) 二阶动态滑模控制器

图3 控制率输出结果

Fig. 3 The result of control rate output

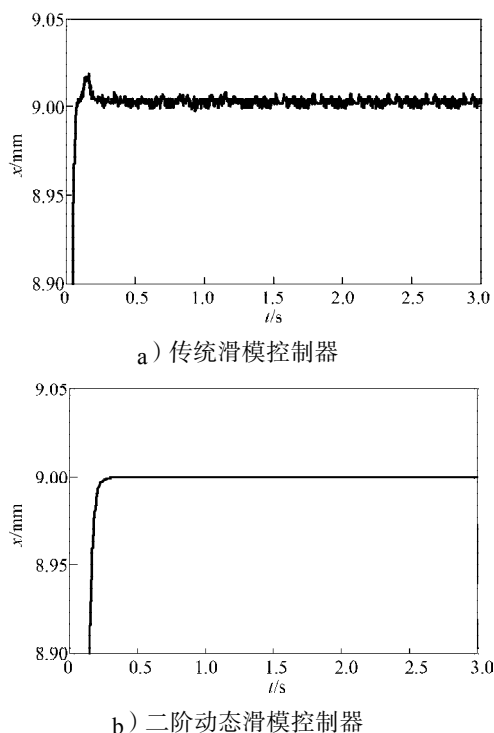


图4 小球位置仿真波形图

Fig. 4 The simulated curve of ball's position

由图3和图4可知,采用二阶动态滑模鲁棒控制器的磁悬浮球系统的输出抖振明显得到了削弱,小球实现了更稳定的悬浮。

## 4 结语

本文在推导出磁悬浮球系统的状态空间模型后,采用二阶动态滑模鲁棒控制器对其进行控制。磁悬浮球系统的二阶滑模鲁棒控制器由于结合了二阶滑模和动态滑模这两种具有抖振削弱能力的控制策略,明显抑制了滑模面抖动对系统的影响,达到了理想的削弱抖振的效果。通过与传统滑模控制进行仿真对比试验,仿真结果表明,本文在磁悬浮球系统上所设计的二阶动态滑模鲁棒控制器在使小球快速稳定达到给定值的同时,也极大地抑制了系统的抖振。这样也能更好地满足高性能磁悬浮球系统对控制的要求。

### 参考文献:

- [1] 曹学余,汤炳新.磁悬浮球系统的变结构控制[J].控制理论与应用,2005,24(4):4-6.  
Cao Xueyu, Tang Bingxin. Variable Structure Control of a Magnetic Levitation System[J]. Control Theory and Applications, 2005, 24(4): 4-6.
- [2] 刘宁.磁悬浮球系统的自适应控制器设计[J].工业控制与应用,2011,30(10):30-32.

- [3] 李明然,贺建军.模糊自适应PID算法在磁悬浮实时控制系统中的应用研究[J].计算机测量与控制,2012,20(10):2690-2692.  
Li Mingran, He Jianjun. Application Research on Fuzzy PID Algorithm in Real-Time Control System of Magnetic Levitation[J]. Computer Measurement & Control, 2012, 20(10): 2690-2692.
- [4] 周亮.基于DSP的磁悬浮系统鲁棒控制[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2008.  
Zhou Liang. Robust Control of Magnetic Suspension System Based on DSP[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008.
- [5] 赵猛,张辉.基于二阶动态滑模的磁悬浮控制系统设计[EB/OL]. [2010-05-20]. <http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/201005-497>.
- [6] 曹广忠,潘剑飞,黄苏丹,等.磁悬浮系统控制算法及实现[M].清华大学出版社,2013:154-158.  
Cao Guangzhong, Pan Jianfei, Huang Sudan, et al. Magnetic Levitation System Control Algorithms and Realization[M]. Tsinghua University Press, 2013: 154-158.
- [7] 姜静,伍清河.滑模变结构控制在跟踪伺服系统中的应用[J].电机与控制学报,2005,9(6):562-565.  
Jiang Jing, Wu Qinghe. Sliding Mode Variable Structure Control for the Tracking Servo System[J]. Electric Machines and Control, 2005, 9(6): 562-565.
- [8] 刘金琨.滑模变结构控制MATLAB仿真[M].北京:清华大学出版社,2005:4-13.  
Liu Jinkun. MATLAB Simulation for Sliding Mode Variable Structure Control[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 4-13.
- [9] 喻俊鹏.磁悬浮系统控制器设计[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2006.  
Yu Junpeng. The Controllers Design of Magnetic-Levitation Systems[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2006.
- [10] 袁赣南,左志丹,曲桂婷,等.二阶滑模变结构控制系统的滑模到达条件[J].华中科技大学学报:自然科学版,2013,41(6):70-75.  
Yuan Gannan, Zuo Zhidan, Qu Guiting, et al. Reaching Condition of Sliding Mode in Second-Order Sliding Mode Variable Structure Control Systems[J]. Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2013, 41(6): 70-75.