

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2013.02.011

# 橡胶球铰疲劳裂纹扩展寿命预测

杨荣华<sup>1</sup>, 丁智平<sup>1</sup>, 黄友剑<sup>2</sup>, 卜继玲<sup>2</sup>, 方建辉<sup>1</sup>

(1. 湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007; 2. 株洲时代新材料科技股份有限公司, 湖南 株洲 412007)

**摘要:** 通过橡胶纯剪试样疲劳裂纹扩展试验, 得出了裂纹扩展速率与撕裂能之间的关系; 以单位撕裂能范围为损伤参量, 建立了复杂应力状态下的橡胶疲劳裂纹扩展寿命预测模型。基于 ABAQUS 有限元结构分析和橡胶材料等效应力计算方法, 得出橡胶球铰在疲劳载荷下的单位撕裂能范围; 对橡胶球铰的疲劳裂纹扩展寿命进行分析预测, 并通过产品台架疲劳实验进行验证, 结果表明橡胶球铰经过 200 万次疲劳试验后无明显裂纹, 没有发现失效破坏, 与寿命预测值基本吻合。

**关键词:** 橡胶球铰; 裂纹扩展; 撕裂能; 疲劳寿命

**中图分类号:** TQ332; U467.4+97      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1673-9833(2013)02-0048-06

## Prediction of Fatigue Crack Growth Life for Rubber Bushing

Yang Ronghua<sup>1</sup>, Ding Zhiping<sup>1</sup>, Huang Youjian<sup>2</sup>, Bu Jiling<sup>2</sup>, Fang Jianhui<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China ;

2. Zhuzhou Time New Material Technology Co., Ltd., Zhuzhou Hunan , 412007, China)

**Abstract:** Through the fatigue crack growth tests of pure shear rubber specimens, obtained the relationship between the fatigue crack growth rate and the strain energy release rate, and with energy release rate range as damage parameters, built a fatigue crack growth life prediction model of rubber under multiaxial stress state. Based on the finite element analysis software ABAQUS and the corresponding equivalent stress method, obtained the energy release rate range of rubber bushing under fatigue loadings. Predicted the fatigue crack growth life of rubber bushing and verified through fatigue bench test. The results indicate that there is no failure and damage occurring to the rubber bushing after 2 million cycles of fatigue test, and it is coincident with the predicted value.

**Keywords:** rubber bushing; crack growth; energy release rate; fatigue life

## 0 引言

随着科学技术的不断发展, 橡胶弹性减振元件以其良好的减振和隔振性能, 被广泛应用在轨道和高速车辆减振系统中, 起牵引、悬挂、隔振和缓冲等作用<sup>[1]</sup>。橡胶球铰具有柔性连接和缓冲振动冲击的作用, 及不产生机械摩擦、无需润滑、噪声低、结

构简单、无需维护等优点, 是轨道交通领域应用最为广泛的弹性减振元件之一<sup>[2]</sup>。由于其使用工况复杂, 易受到压缩、剪切等大变形的交变载荷作用, 使用寿命直接关系到整车的安全性和可靠性。对其进行比较准确的强度分析和疲劳寿命预测, 为车辆安全运行提供技术保障, 为产品结构优化提供理论指

收稿日期: 2013-01-04

基金项目: 湖南省教育厅重点科研基金资助项目(08A014), 湖南省十二五机械工程重点学科基金资助项目(湘教发[2011]76号)

作者简介: 杨荣华(1989-), 男, 湖南永州人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为机械强度理论及应用,

E-mail: yangronghua236@126.com

导,具有重大的使用价值和理论意义。

橡胶材料中含添加剂时,微观结构上呈现出不同程度的不均匀性;而不含添加剂的橡胶也可能含有凝胶粒、微孔等瑕疵。这些不均匀物质有一个共同特征:在外载荷的作用下会产生很高的局部应力集中,从而引发微小裂纹。橡胶材料的机械疲劳可以表述为材料在动态载荷或形变作用下,内部的小裂纹缓慢增长、扩展而导致其物理机械性能逐渐下降<sup>[1]</sup>。基于断裂力学理论,Griffith于20世纪20年代提出了裂纹扩展能量判据,认为任何材料均存在一个缺陷分布,破坏首先从最大的缺陷处开始,裂纹的扩展需要足够的能量。此后,较多科研工作者对此进行了研究<sup>[3-7]</sup>。如E. E. Gdoutos等<sup>[3]</sup>讨论了断裂力学在橡胶材料中的应用。李晓芳等<sup>[4]</sup>通过有限元分析方法模拟简单剪切橡胶件粘结处裂纹扩展时撕裂能与裂纹尺寸的关系。P. M. Schubel等<sup>[5]</sup>对轮胎橡胶的疲劳特性进行了研究。

橡胶球铰在使用过程中主要承受压缩与剪切载荷作用,处于复杂应力状态,疲劳破坏是其主要失效形式之一。本文基于断裂力学的理论和方法,结合有限元结构分析,对压剪载荷作用下橡胶球铰的疲劳裂纹扩展寿命进行研究,以期工程应用提供理论指导依据。

## 1 橡胶疲劳裂纹扩展寿命模型

### 1.1 橡胶材料撕裂能与裂纹扩展率

R. S. Rivlin等<sup>[8]</sup>以Griffith理论为基础提出了撕裂能的概念,即橡胶疲劳裂纹每增长单位面积所释放的能量,定义式为 $T = -(\partial U / \partial A)_l$ , (1) 式中: $U$ 为贮存在样品中的弹性应变能; $A$ 为裂纹的一个断裂表面的面积(无应变状态),部分积分表明样品变形一定,外力不做功。

对于橡胶产品,在给定的周期循环载荷作用下,裂纹扩展速率用周期裂纹扩展率 $dc/dN$ 表示,其中 $c$ 表示裂纹扩展长度, $N$ 表示循环周期。G. J. Lake等人<sup>[9]</sup>通过对橡胶裂纹扩展率与撕裂能之间关系的研究,发现未填充的天然橡胶和丁苯橡胶的疲劳裂纹扩展率与撕裂能关系曲线可分为4个区域,并将裂纹扩展公式概括为4个区域的经验公式,而一般橡胶元件在疲劳载荷下处于中等到高等应变范围,此时裂纹扩展率与撕裂能满足幂律关系 $dc/dN = BT^\beta$ , (2) 式中: $B, \beta$ 为材料常数, $\beta$ 值主要取决于所用弹性体的类型,大部分硫化橡胶的 $\beta$ 值介于2~6之间。

### 1.2 橡胶材料疲劳裂纹扩展实验

研究橡胶材料疲劳裂纹扩展寿命,可通过FCG

(fatigue crack growth)实验确定疲劳裂纹增长速率与撕裂能之间的关系,从而建立以撕裂能为疲劳损伤参量的寿命预测模型。文中FCG试验采用橡胶纯剪试样,如图1所示,试样的宽×高×厚为156 mm × 12 mm × 2 mm,考虑边界效应,取预制切口长度 $a=35$  mm。

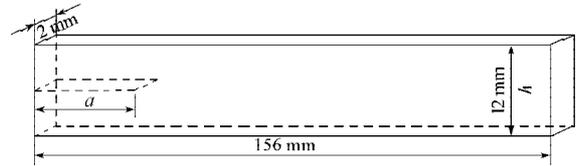


图1 FCG试验试样

Fig. 1 Shape of specimen for FCG test

试验在美国Axel实验室完成,试验温度23℃,最小应变为0,所得裂纹扩展率与撕裂能的关系见图2。

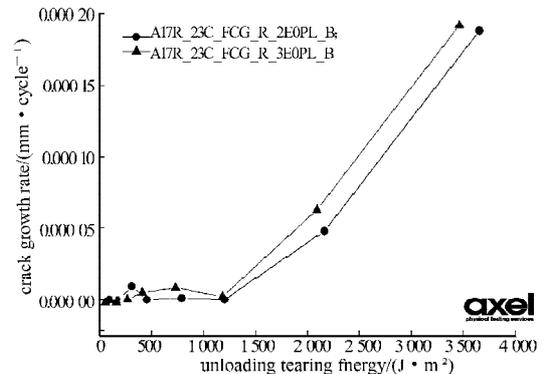


图2 裂纹扩展率与撕裂能关系曲线

Fig. 2 Crack growth rate and the strain energy release rate curves

由图2可看出试验橡胶裂纹扩展撕裂能的门槛值约为50 J/m<sup>2</sup>,在裂纹扩展阶段裂纹扩展率( $dc/dN$ )与撕裂能( $T$ )近似满足式(2),对式(2)两边取对数,则有: $\lg(dc/dN) = \lg B + \beta \lg T$ . (3)

利用FCG试验数据拟合式(3),得出

$$dc/dN = 10^{-9.06} T^{1.92}. \quad (4)$$

拟合的曲线如图3所示。

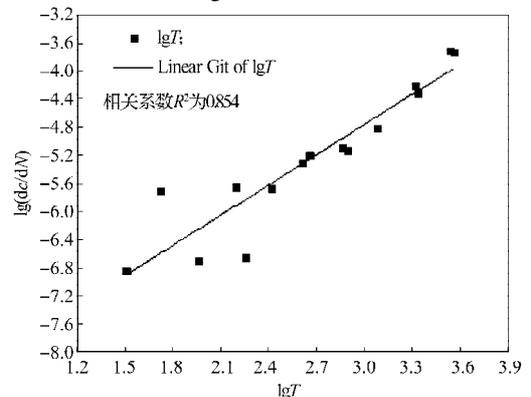


图3 撕裂能与裂纹扩展速率拟合曲线

Fig. 3 The fitting curve for the strain energy release rate and crack growth rate

从图3中可以看出, 撕裂能与裂纹扩展速率拟合的效果较好, 相关系数  $R^2$  达到了 0.85 以上, 能够较为精确地得出材料常数  $B=10^{-9.06}$ ,  $\beta=1.92$ 。

### 1.3 疲劳寿命预测模型的建立

研究结果表明, 周期交变载荷作用下橡胶材料疲劳裂纹扩展率是撕裂能的函数, 与试样的几何形状无关, 它是材料的真实强度性质, 可表示为

$$dc/dN=f(T) \tag{5}$$

因此可以利用纯剪切试样的FCG试验数据建立单边缺口拉伸试样的疲劳寿命预测模型。单边缺口拉伸试样的撕裂能为

$$T=2KUc \tag{6}$$

式中:  $K=\pi/\sqrt{\lambda}$ , 为与伸长比有关的几何参数;  $\lambda$ 为伸长比, 等于  $(1+\varepsilon)$ ,  $\varepsilon$ 为应变;  $U$ 为应变能密度。将其代入式(2)中可得

$$dc/dN=B(2KUc)^\beta \tag{7}$$

对式(7)积分可得裂纹由  $c_0$  扩展到某一长度  $c$  所需的循环周期为

$$N = \int_{c_0}^c B^{-1}(2KUc)^{-\beta} dc = \frac{1}{B(\beta-1)(2KU)^\beta} \left( \frac{1}{c_0^{\beta-1}} - \frac{1}{c^{\beta-1}} \right) = \frac{1}{B(\beta-1)(T/c_0)^\beta} \left( \frac{1}{c_0^{\beta-1}} - \frac{1}{c^{\beta-1}} \right) \tag{8}$$

由上式可知,  $T/c_0$  可以看作是裂纹扩展单位长度所需的撕裂能, 这里  $T/c_0$  与  $2KU$  是等效的, 因而令  $T_i = T/c_0 = 2KU$  为单位撕裂能, 式(8)变为

$$N = \frac{1}{B(\beta-1)(T_i)^\beta} \left( \frac{1}{c_0^{\beta-1}} - \frac{1}{c^{\beta-1}} \right) \tag{9}$$

式中:  $T_i$  为单位撕裂能;  $c_0$  为试样中最大缺陷等效的裂纹长度, 通常尺度在  $10 \mu\text{m}$  数量级, 天然橡胶一般为  $25 \mu\text{m}$  左右<sup>[10]</sup>。

### 1.4 橡胶材料等效应力的计算

橡胶球铰在疲劳载荷工况下处于复杂应力状态, 其撕裂能很难直接求出。由于采用等效应力参量评估橡胶产品的疲劳寿命, 与试样几何形状和载荷条件无关<sup>[11]</sup>, 因而可以利用等效应力的方法计算复杂应力状态下的撕裂能, 从而利用纯剪试样的FCG试验数据分析预测复杂应力状态下橡胶球铰的疲劳寿命。相关研究表明<sup>[12-13]</sup>橡胶材料等效应力的计算方法如下:

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_1^2 + A\sigma_2^2 + B\sigma_3^2},$$

$$\sigma_1 > 0, \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3,$$

$$A = \begin{cases} 1, & \sigma_2 > 0, \\ 0, & \sigma_2 \leq 0, \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} 1, & \sigma_3 > 0, \\ 0, & \sigma_3 \leq 0. \end{cases} \tag{10}$$

式中:  $\sigma_f$  为等效应力;  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  为 3 个方向主应力。这里的主应力须大于零是假设只有拉应力对橡胶裂纹扩展有贡献, 而压应力使得裂纹闭合, 因而对裂纹扩展没有贡献。

## 2 橡胶材料本构关系与材料参数拟合

### 2.1 橡胶材料的本构关系

对橡胶元件进行有限元分析, 最重要的是获得准确的本构关系和材料参数。株洲时代新材料科技股份有限公司选送了橡胶材料试样样本在美国 Axel 实验室进行了单轴拉伸、平面拉伸和等轴拉伸实验, 获得了精确的应力应变实验数据, 如图 4 所示。

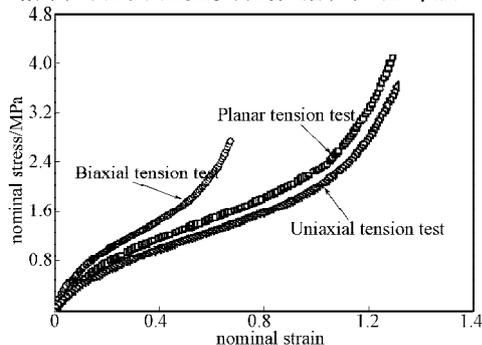


图4 美国 Axel 实验室测试数据

Fig. 4 The Axel lab test data

橡胶材料的力学行为复杂, 材料的本构关系为非线性, 表现为大变形、超弹性、黏弹性、应力软化等特性。常用的橡胶材料本构模型主要分为两类<sup>[14]</sup>: 一是热力统计学模型, 二是基于连续介质力学的唯象模型。图5为热力统计学模型中的 Van der Waals 模型拟合实验数据的情况。

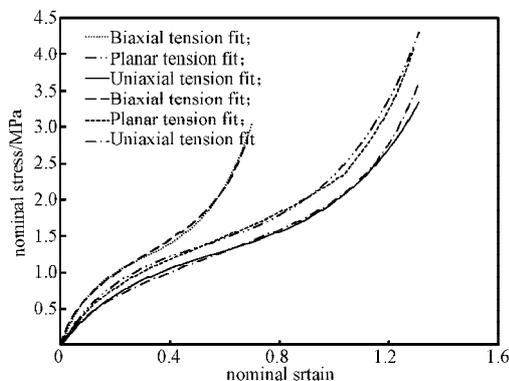


图5 Van der Waals 模型拟合情况

Fig. 5 Van der Waals model fitting

图5显示对压剪载荷拟合效果比较理想。由于橡

胶球铰主要承受压剪载荷作用, 选取 Van der Waals 模型对其进行有限元结构分析。由 Van der Waals 本构模型定义的应变能表达式为

$$U = \mu \left\{ -(\lambda_m^2 - 3)[\ln(1 - \eta) + \eta] - \frac{2}{3} \alpha \left( \frac{\tilde{I} - 3}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} + \frac{1}{D} \left( \frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right), \quad (10)$$

式中:  $\tilde{I} = (1 - m)\bar{I}_1 + m\bar{I}_2$ ;  $\eta = \sqrt{\frac{\tilde{I} - 3}{\lambda_m^2 - 3}}$ ; 参数  $m$  是把  $\bar{I}_1$  和  $\bar{I}_2$  混合成  $\tilde{I}$  的线性参数。

### 2.2 橡胶材料参数拟合

根据在美国 Axel 实验室测试得出的 3 组实验数据, 在 ABAQUS 软件中采用 Van der Waals 模型进行拟合, 得出的橡胶材料参数如表 1 所示。

表 1 Van der Waals 的拟合参数  
Table 1 Van der Waal model parameters

$\mu$	$\lambda_m$	$\eta$	$\beta$
1.651	3.743	1.103	7.59e-02

## 3 橡胶球铰有限元分析及单位撕裂能计算

### 3.1 有限元分析模型的建立

由于该橡胶球铰结构较为复杂, 而有限元分析精度与网格质量密切相关, 为此在 Hyper mesh 软件中进行网格划分后导入 ABAQUS 中进行分析计算, 最终建立的有限元模型如图 6 所示。其中橡胶部分单元数量为 105 240 个, 采用 C3D8H 单元模拟; 芯轴单元数量为 96 368 个, 外套单元数量为 29 568, 采用 C3D8R 单元模拟。橡胶部分材料参数见表 1, 芯轴与外套均为金属材料, 弹性模量  $E$  为 210e3, 泊松比为 0.3。

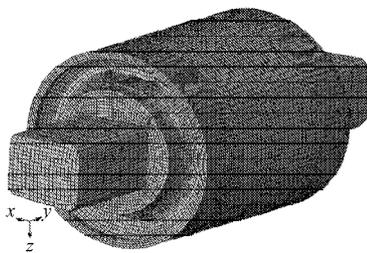


图6 转臂橡胶球铰有限元模型

Fig. 6 Finite element model

在模型中外套的几何中心处建立 1 个参考点, 将外套外表面与该参考点耦合, 参考点上施加垂向固定载荷 25 kN, 轴向载荷 0~15 kN, 芯轴两端采取固定约束, 如图 7 所示。

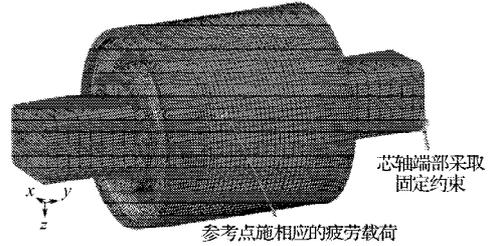


图7 载荷与边界条件

Fig. 7 Load and boundary conditions

### 3.2 有限元分析结果

根据横向载荷工况: 垂向固定载荷 25 kN, 轴向疲劳载荷 0~15 kN, 采用疲劳载荷下有限元分析疲劳载荷下软件分析的结果如图 8~9 所示。

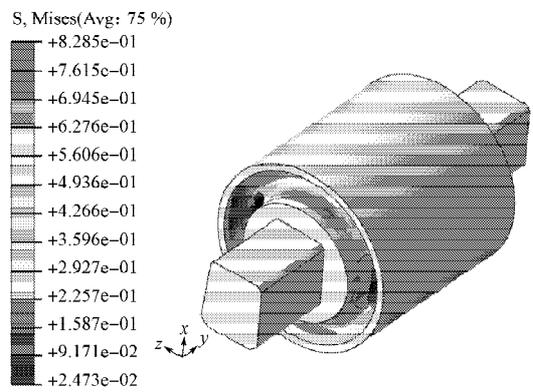


图8 垂向 25 kN 下的应力分布

Fig. 8 The stress contours of vertical 25 kN

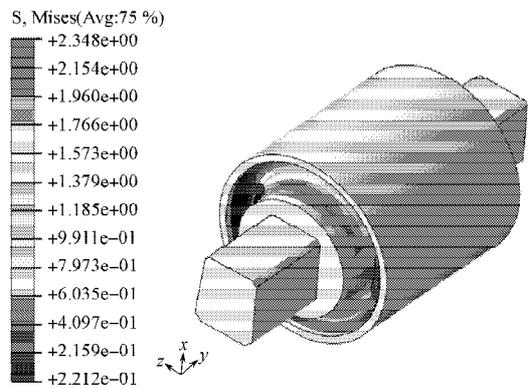


图9 垂向 25 kN、轴向 15 kN 下的应力分布

Fig. 9 The stress contours of vertical 25 kN and axial 15 kN

从图中可知: 在垂向载荷作用下, 最先发生疲劳破坏的位置为图中颜色显示较深的区域, 容易首先产生疲劳裂纹。

最终提取危险区域橡胶单元的 3 个方向主应力, 并根据式 (10) 计算得出相应的等效应力和等效应力范围, 如表 2 所示。

表 2 中  $\sigma_{f1}$  为垂向 25 kN 载荷下危险区域的等效应力,  $\sigma_{f2}$  为垂向 25 kN、轴向 15 kN 载荷下危险区域的等效应力,  $\Delta\sigma_f$  为 2 种载荷下的等效应力范围。

表2 危险位置橡胶单元等效应力  
Table 2 The equivalent stress of risk element

序号	单元号	$\sigma_{f1}/\text{MPa}$	$\sigma_{f2}/\text{MPa}$	$\Delta\sigma_f/\text{MPa}$
1	100629	0.843 530	2.881 03	2.037 5
2	100630	1.000 960	2.663 14	1.662 1
3	100631	0.896 845	2.665 51	1.768 6
4	100632	0.843 571	2.212 48	1.368 9
5	104488	0.736 973	3.313 47	2.576 4
6	104489	0.992 959	3.753 35	2.760 3
7	104490	0.777 035	1.704 42	0.927 3
8	104491	0.716 995	2.117 66	1.400 6

3.3 单位撕裂能的计算

时代新材料科技股份有限公司对无切口拉伸试样进行了拉伸试验, 得出的应力应变关系曲线如图10所示。

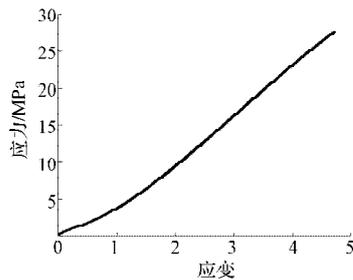


图10 无切口拉伸试样的应力应变的关系曲线

Fig. 10 The tensile stress-strain curve of unnotched specimen

根据无切口拉伸试样的应力应变数据, 应用最小二乘法拟合得到应力应变的关系为

$$\sigma(\varepsilon) = -0.001 4\varepsilon^4 - 0.190 8\varepsilon^3 + 1.690 7\varepsilon^2 + 1.877 8\varepsilon + 0.644. \quad (12)$$

式中:  $\sigma(\varepsilon)$  为应力;  $\varepsilon$  为应变。根据单边缺口试样撕裂能的计算公式, 得出了该试样的单位撕裂能为

$$T_i = 2KU = \frac{2\pi}{\sqrt{1+\varepsilon}} \int_0^\varepsilon \sigma_\varepsilon d\varepsilon. \quad (13)$$

将表2中计算得出的等效应力代入式(12)中, 应用MATLAB软件求解一元四次方程, 并对方程的根进行取舍, 得出相应的应变值, 然后代入式(13)中, 可得出不同工况下橡胶球铰危险单元的单位撕裂能及单位撕裂能范围, 如表3所示。

表3 疲劳载荷下的单位撕裂能范围

Table 3 The unit tearing energy range under fatigue loads  $\times 10^6 \text{J} \cdot \text{m}^{-3}$

单元号	单位撕裂能 $T_1$	单位撕裂能 $T_2$	单位撕裂能范围 $\Delta T$
100629	0.431 0	5.733	5.302 0
100630	0.786 2	5.101	4.314 8
100631	0.539 2	5.105	4.565 8
100632	0.426 0	3.818	3.392 0
104488	0.199 0	7.037	6.838 0
104489	0.760 0	8.415	7.655 0
104490	0.273 0	2.471	2.198 0
104491	0.157 7	3.565	3.407 3

注:  $T_1$  为垂向 25 kN、轴向 0 kN;  $T_2$  为垂向 25 kN、轴向 15 kN。

4 橡胶球铰疲劳寿命预测及试验验证

4.1 橡胶球铰疲劳寿命预测分析

由疲劳损伤相关理论可知, 影响材料疲劳寿命的主要参量是应力应变范围, 通过等效应力范围计算出单位撕裂能范围  $\Delta T_i$ , 以此作为评估该橡胶材料疲劳寿命的损伤参数, 代入式(9)中有

$$N = \frac{1}{B(\beta-1)(\Delta T_i)^\beta \left( \frac{1}{c_0^{\beta-1}} - \frac{1}{c^{\beta-1}} \right)}. \quad (14)$$

根据该橡胶球铰的胶料配方与工艺, 取  $c_0$  为  $20 \mu\text{m}$ 。根据式(13)及表3得到的单位撕裂能范围  $\Delta T_i$ , 计算疲劳裂纹扩展到 3 mm (橡胶元件疲劳失效判断标准, 工程中规定裂纹深度超过 3 mm 为失效破坏) 时危险位置的疲劳寿命, 如表4所示。

表4 单位撕裂能范围与疲劳寿命

Table 4 The unit tearing energy range and fatigue life

单元号	单位撕裂能范围 $\Delta T_i (\times 10^6 \text{J}/\text{m}^3)$	$N_f$
100629	5.302 0	3.19e6
100630	4.314 8	4.75e6
100631	4.565 8	4.15e6
100632	3.392 0	7.52e6
104488	6.838 0	1.96e6
104489	7.655 0	1.58e6
104490	2.198 0	1.73e7
104491	3.407 0	7.46e6

从表4结果可知, 根据寿命预测模型得出的疲劳预测寿命为  $1.58 \times 10^6$  次。

4.2 疲劳试验验证

横向疲劳试验对试件预加 25 kN 的固定载荷, 保持此垂向载荷, 并在轴向施加 0~15 kN 的交变载荷, 试验加载波形为正弦波, 加载频率为 2~5 Hz。在试验过程中, 同时注意测量试件橡胶表面的温度, 当其温升大于  $20^\circ\text{C}$  时, 降低加载频率。该实验在四通道疲劳试验机上进行, 试验具体情况如图11所示。

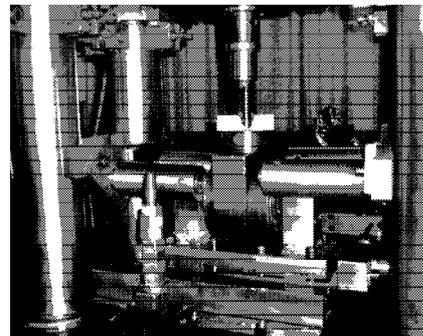


图11 橡胶球铰疲劳试验

Fig. 11 Fatigue test of rubber bushing

在完成 200 万次疲劳试验后, 其结果如图12所示。

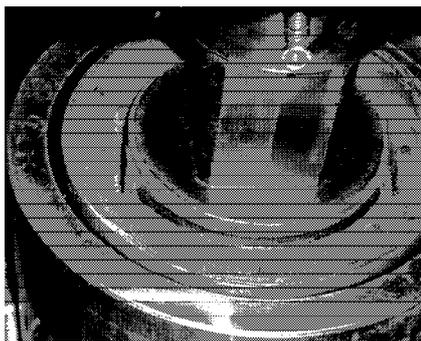


图12 疲劳试验后的橡胶球铰

Fig. 12 Rubber bushing after fatigue test

如图12所示,产品外形无明显裂纹,没有发现失效破坏,与寿命预测值基本吻合。

## 5 结论

1) 根据橡胶纯剪试样的FCG试验,得出了裂纹扩展速率与撕裂能之间关系曲线,并基于断裂力学疲劳裂纹扩展理论,导出了橡胶材料疲劳裂纹扩展寿命模型;

2) 利用ABAQUS有限元分析软件对疲劳载荷下橡胶球铰的应力应变分布进行分析,并根据橡胶材料等效应力和撕裂能计算方法得出了疲劳载荷下橡胶球铰危险区域的单位撕裂能范围;

3) 以单位撕裂能范围为损伤参量建立了复杂应力状态下的橡胶疲劳裂纹扩展寿命预测模型,对橡胶球铰的疲劳寿命进行分析预测,并通过球铰产品疲劳试验验证,结果表明:橡胶球铰经台架疲劳实验200万次后无明显裂纹,没有发现失效破坏,与预测值基本吻合。

### 参考文献:

- [1] 丁智平,陈吉平,宋传江,等.橡胶弹性减振元件疲劳裂纹扩展寿命分析[J].机械工程学报,2010,46(22):58-64.  
Ding Zhiping, Chen Jiping, Song Chuanjiang, et al. Analysis of Fatigue Crack Growth Life for Rubber Vibration Damper[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(22): 58-64.
- [2] 彭立群,林达文,王进,等.铁道车辆用橡胶球铰扭转、偏转性能测试分析及探讨[J].铁道车辆,2011,49(9):9-11.  
Peng Liqun, Lin Dawen, Wang Jin, et al. Analysis and Discussion on Testing of Torsion and Deflection Performances of Rubber Bushing for Rolling Stock[J]. Journal of Rolling Stock, 2011, 49(9): 9-11.
- [3] Gdoutos E E, Daniel I M, Schubel P. Fracture Mechanics

- of Rubber[J]. Automatic Control and Robotics, 2003, 3(13): 497-510.
- [4] 李晓芳,杨晓翔.橡胶纯剪试件变形与断裂的有限元分析[J].机械工程学报,2007,43(6):232-238.  
Li Xiaofang, Yang Xiaoxiang. Finite Element Analysis of Deformation and Fracture of Pure Shear Rubber Specimen [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(6): 232-238.
- [5] Schubel P M, Gdoutos E E, Danial I M. Fatigue Characterization of Tire Rubber[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2004, 42(2): 149-154.
- [6] Legorju-jago K, Bathias C. Fatigue Initiation and Propagation in Natural and Synthetic Rubbers[J]. International Journal of Fatigue, 2002, 24(2/3/4): 85-92.
- [7] Young D G. Application of Fatigue Methods Based on Fracture Mechanics for Tire Compound Development[J]. Rubber Chemistry and Technology, 1990, 63(4): 567-581.
- [8] Rivlin R S, Thomas A G. Rupture of Rubber. I. Characteristic Energy for Tearing[J]. Polymer Science, 1953, 10(3), 291-318.
- [9] Lake G J, Lindley P B. The Mechanical Fatigue Limit for Rubber[J]. Journal of Applied Polymer Science, 1965, 9(4): 1233-1251.
- [10] A·N·詹特.橡胶工程:如何设计橡胶配件[M].北京:化学工业出版社,2002:127-132.  
Gent A N. Rubber Engineering: How to Design Rubber Components[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2002: 127-132.
- [11] Luo R K, Wu W X, Cook P W, et al. An Approach to Evaluate the Service Life of Rubber Springs Used in Rail Vehicle Suspensions[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2004, 218(2): 173-177.
- [12] Luo R K, Cook P W, Wu W X, et al. Fatigue Design of Rubber Springs Used in Rail Vehicle Suspensions[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2003, 217(3): 237-240.
- [13] Luo R K, Wu W X. Fatigue Failure Analysis of Anti-Vibration Rubber Spring[J]. Engineering Failure Analysis, 2006, 13(1): 110-116.
- [14] 张少实,庄茁.复合材料与粘弹性力学[M].北京:机械工业出版社,2005:173-177.  
Zhang Shaoshi, Zhuang Zhuo. Composite Materials and Viscoelastic Mechanics[M]. Beijing: China Machine Press, 2005: 173-177.

(责任编辑:申剑)