

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2012.01.019

基于模糊层次分析法和聚类分析法的 群组决策评价系统

王金燕¹, 陈卫兵¹, 周颖¹, 郭德彪¹, 胡舜钦², 汤建新²

(1. 湖南工业大学 计算机与通信学院, 湖南 株洲 412007;
2. 湖南工业大学 绿色包装与生物纳米技术应用省重点实验室, 湖南 株洲 412007)

摘要: 针对现有大宗固体废物循环利用评价系统的缺陷, 提出了利用模糊层次分析法和聚类分析法相结合建立群组决策评价系统。该评价系统先利用模糊层次分析法确定各级评价指标的权重, 再对多位专家给出的各指标权重进行聚类分析, 最后通过加权得出各指标的最终权重。实验结果表明: 群组决策评价系统能有效地整合专家共识, 并能更好地指导大宗固体废物的循环利用。

关键词: 模糊层次分析法; 聚类分析; 综合评价; 废物循环利用

中图分类号: TP317

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2012)01-0086-05

Group Decision-Making Evaluation System Based on Fuzzy Analytic Hierarchy Process and Clustering Methodology

Wang Jinyan¹, Chen Weibing¹, Zhou Ying¹, Guo Debiao¹, Hu Shunqin², Tang Jianxin²

(1. School of Computer and Communication, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China;
2. Provincial Key Laboratory of Green Packing and Biological Nanotechnology Application, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In view of the existing defects of bulk solid waste recycling evaluation system, proposes to establish the evaluation system by combining fuzzy analytic hierarchy process and clustering methodology. Firstly uses fuzzy analytic hierarchy process to determine the weights for evaluating indexes of each level, secondly makes clustering analysis on the index weights given by experts, finally through weight obtains the final weighted indexes. The experimental results show that the evaluation system can effectively integrate expert consensus and better guide bulk solid waste recycling.

Keywords: fuzzy analytic hierarchy process; cluster analysis; comprehensive evaluation; waste recycling

0 引言

随着社会发展和技术进步, 固体废物的资源化利用将向产业化、多元化、现代化和高效化发展。近

几年, 中国大力鼓励固体废物资源化利用, 在该政策的推动下, 我国大宗固体废物综合利用已取得了一定的成果, 但是还没有一个完整的评价体系来评价废物资源化利用的优先级。目前, 大部分评价系

收稿日期: 2011-10-02

基金项目: 湖南省科技重大专项基金资助项目(2009FJ1008-4)

作者简介: 王金燕(1986-), 女, 山西晋城人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为嵌入式应用,

E-mail: 106748915@qq.com

统都是基于层次分析法 (analytical hierarchy process, AHP)^[1-3], 如土地质量评价系统^[4]、经济效益综合评价系统^[5]等。但是, AHP 算法存在如下缺陷: 在构造两两比较判断矩阵时, 没有考虑人的判断模糊性, 只是将人的判断极端化为“是”或“否”, 而现实生活中有些问题的判断是不确定的。针对这个问题, 在大宗固体废物循环利用评价系统中, 本文提出一种群组决策模型, 即采用模糊层次分析法 (fuzzy analytical hierarchy process, FAHP), 用三角模糊数取代判断矩阵中的确定值, 以有效解决判断的不确定性问题; 再通过聚类分析法将各专家对该系统指标的评价结果进行分类, 得出各专家的权重, 最后将专家权重和专家评价结果加权计算出指标的最终权重。

1 模糊层次分析法的基本原理

模糊层次分析法^[6]是先利用三角模糊数表示两要素间的相对重要性, 再计算各评价指标的模糊权重。论域 $U \in [0, 1]$ 的三角模糊数 $M(l, m, u)$, 其隶属度函数 $\mu_M(x)$ 为:

$$\mu_M(x) = \begin{cases} \frac{1}{m-l}x - \frac{l}{m-l}, & x \in [l, m]; \\ \frac{1}{m-u}x - \frac{u}{m-u}, & x \in (m, u]; \\ 0, & \text{其他。} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $l \leq m \leq u$;

l 和 u 为 M 的下界和上界;

m 为可能性最大的值;

在 l, u 以外的值完全不属于模糊数 M 。

建立两两比较判断矩阵时, 为了将人的模糊性考虑在内, 模糊比例尺度取代传统的模糊标度如表 1 所示。

表 1 模糊比例尺度表

Table 1 Fuzzy proportion scale

标 度	说 明
M_1	两个因素相比, 同样重要。
M_3	两个因素相比, 一个比另一个略重要。
M_5	两个因素相比, 一个比另一个较重要。
M_7	两个因素相比, 一个比另一个非常重要。
M_9	两个因素相比, 一个比另一个绝对重要。
M_2, M_4, M_6, M_8	中间值。

每位专家利用模糊比例尺度对同一层中的两两指标进行比较, 并构造出模糊互补判断矩阵。假设判断矩阵为 $A=(a_{ij})_{n \times n}$, 其中 $a_{ij}=(a_{ijl}, a_{ijm}, a_{iju})$, $a_{ijl} \geq 0$, $a_{ijm} \geq 0$, $a_{iju} \geq 0$ 。若:

$$a_{jil} = \frac{1}{a_{iju}}, a_{jim} = \frac{1}{a_{ijm}}, a_{juu} = \frac{1}{a_{jil}}$$

$$a_{ij} = (1, 1, 1), i, j \in (1, 2, \dots, n),$$

则称矩阵 A 为模糊互补判断矩阵。

用一个简单的例子说明 FAHP 法的基本原理。假设某系统的第 k 层准则层包含 3 个指标 (C_1, C_2, C_3), 专家对 3 个指标进行两两比较, 得到模糊互补矩阵 A , 再判断矩阵 A 是否具有 consistency, 如果不具备 consistency, 则需调整矩阵 A 为模糊一致矩阵。本文采用冯向前等人^[7]提出的判断模糊互补矩阵是否具有 consistency 和调整矩阵 A 为模糊一致矩阵的方法, 使矩阵 A 达到 consistency 要求。

假设第 k 层元素 i 的初始权重为 D_i^k , 其计算式为

$$D_i^k = \sum_{j=1}^n a_{ij}^k / \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^k \right), i \in (1, 2, \dots, n). \quad (2)$$

由式 (3) 得出 C_1 的初始权重为:

$$D_{C_1}^k = \sum_{j=1}^3 a_{1j} / \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 a_{ij} = ((c_{11l}, c_{11m}, c_{11u}) + (c_{12l}, c_{12m}, c_{12u}) + (c_{13l}, c_{13m}, c_{13u})) \div ((c_{11l}, c_{11m}, c_{11u}) + (c_{12l}, c_{12m}, c_{12u}) + (c_{13l}, c_{13m}, c_{13u}) + \dots + (c_{33l}, c_{33m}, c_{33u})).$$

同理可以计算出 C_2, C_3 的初始权重 $D_{C_2}^k, D_{C_3}^k$ 。

根据三角模糊函数定义的 $M_1 \geq M_2$ 的可能度为:

$$V(M_1 \geq M_2) = \begin{cases} 1, & m_1 \geq m_2; \\ \frac{l_2 - u_1}{(m_1 - u_1) - (m_2 - l_2)}, & m_1 < m_2, u_1 \geq l_2; \\ 0, & \text{其他情况。} \end{cases} \quad (3)$$

式中 $M_1(l_1, m_1, u_1)$ 和 $M_2(l_2, m_2, u_2)$ 是三角模糊数。

先计算 $V(D_{C_1}^k \geq D_{C_2}^k)$ 和 $V(D_{C_1}^k \geq D_{C_3}^k)$ 的值; 再比较 2 个值的大小, 取最小值作为指标 C_1 去模糊后的权重 d_1 ; 再将权重 d_1 变换为指标 C_1 的权重 $w_1: w_1 = d_1 / (d_1 + d_2 + d_3)$, 同理可得 C_2, C_3 的权重 w_2, w_3 ; 最后得到个体排序向量为 $w=(w_1, w_2, w_3)$ 。

2 聚类分析法的基本原理

聚类分析法^[8-9]是研究分类的一种多元统计方法, 它将专家给出的个体评价排序向量看作待识别样本, 采用系统聚类法将相似的专家个体排序向量归并成类: 先将所有个体样本各自视为一类, 然后逐级聚合成一类。2 个排序向量的相似性度量方法采用夹角余弦法。

假设某评价系统的第一准则层的评价指标有 n 个, m 个专家评价该系统指标, 第 i 个专家对 n 个指标进行评价, 得到模糊一致判断矩阵 A_i , 再由 A_i 得到个体排序向量为 $U_i=(u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{in})$, 同理可得个体

排序向量 U_j ，则个体排序向量 U_i 和 U_j 的相似性用夹角余弦可得

$$c(i, j) = \left(\frac{\sum_{k=1}^n u_{ki} u_{kj}}{\left(\left(\sum_{k=1}^n u_{ki}^2 \right) \times \left(\sum_{k=1}^n u_{kj}^2 \right) \right)^{1/2}} \right) \quad (4)$$

根据相似系数 $c(i, j)$ 判断 2 个个体排序向量 U_i 和 U_j 的相似程度，当 $c(i, j)$ 越接近于 1，说明第 i 个专家与第 j 个专家的个体排序向量越相似。假设将 m 个个体排序向量分为 t 类： S_1, S_2, \dots, S_t ，假设 S_p 和 S_q 的重心分别为 \bar{S}_p 和 \bar{S}_q ，则 S_p 和 S_q 的相似性用 \bar{S}_p 和 \bar{S}_q 的夹角余弦表示。当相似性测度值大于分类临界阈值 T 时，向量聚类操作停止。确定权重时，在同类中的个体排序向量的评价信息是相似的，而异类的评价信息是不相似的。

假设类别 S_p 包含个体排序向量 n_p 个，则在该类中每位专家的权重为

$$\lambda_i = n_p / \sum_{q=1}^t n_q \quad (5)$$

因此，该层指标的最终权重向量为

$$w = \sum_{i=1}^m \lambda_i U_i \quad (6)$$

3 建模及实例分析

株洲是一个以冶金、机械、化工、建材、火力发电等产业为支柱的重工业生产基地，固体废物量大。2006年株洲市产生的工业固体废物量为276.19万t，工业固体废物综合利用量为173.64万t，处置量为91.26万t，且株洲工业固体废物的产生量每年以10%左右的速度递增。因此，本文以株洲市的工业固体废物循环利用为应用背景，在MATLAB软件中建立其评价系统。

3.1 建立层次分析评价模型

从废物资源化方案^[10]中的资源、经济、安全、技术、环境、生产6个方面建立大宗固体废物循环利用评价系统的层次结构，如图1所示。

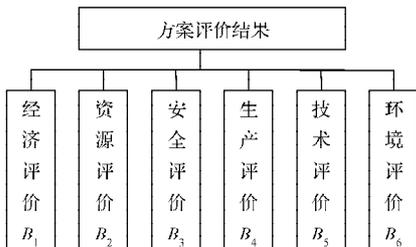


图1 评价系统层次结构图

Fig.1 The hierarchy diagram of evaluation system

3.2 计算指标权重

本文邀请了5位专家对大宗固体废物循环利用评价系统的6个指标进行评价。该评价系统的指标权

重计算过程如下：

1) 每位专家根据自己的意愿列出三角模糊判断矩阵^[11-12]。

2) 通过模糊层次分析法计算出各指标的权重，如附表1所示。

3) 利用式(4)计算出各个体评价排序向量间的相似系数矩阵。

4) 合并相似系数最大的2类组成新类，计算剩余类与新类的相似系数，重复聚类操作，直到所有的相似系数大于分类临界阈值 T 时，结束聚类。本文取分类临界阈值 $T=0.84$ ，5个专家最终归并为3类：专家1为一类，专家2和专家3为一类，专家4和专家5为一类。

5) 根据式(5)计算出各专家的权重为

$$\lambda = [0.12, 0.22, 0.22, 0.22, 0.22]$$

6) 根据式(6)计算出各指标的最终权重为

$$[0.1457, 0.1688, 0.2433, 0.1248, 0.1337, 0.1837]$$

最后得到各指标由高到低的排序为： $B_3 \rightarrow B_6 \rightarrow B_2 \rightarrow B_1 \rightarrow B_5 \rightarrow B_4$ ，即指标排序依次为安全、环境、资源、经济、生产、技术。

4 结果比对

用传统的层次分析法对该评价系统进行了分析，假设5位专家的权重相等，则利用该算法得到的评价指标权重如表2所示。

表2 评价指标权重表

Table 2 The table of evaluation index weights

指标	专 家					权重
	1	2	3	4	5	
B_1	0.174 8	0.148 2	0.172 6	0.246 5	0.241 5	0.196 7
B_2	0.097 0	0.102 3	0.085 8	0.148 8	0.249 1	0.136 6
B_3	0.349 7	0.206 7	0.260 5	0.266 2	0.065 7	0.229 8
B_4	0.097 0	0.173 8	0.060 9	0.062 7	0.179 0	0.114 7
B_5	0.184 4	0.195 6	0.361 6	0.072 6	0.090 0	0.180 8
B_6	0.097 0	0.173 3	0.058 6	0.203 3	0.174 9	0.141 4

表2的结果表明，传统层次分析法的指标排序由高到低为 $B_3 \rightarrow B_1 \rightarrow B_5 \rightarrow B_6 \rightarrow B_2 \rightarrow B_4$ ，即指标排序依次为安全、经济、技术、环境、资源、生产。由本文算法得到的指标排序由高到低为 $B_3 \rightarrow B_6 \rightarrow B_2 \rightarrow B_1 \rightarrow B_5 \rightarrow B_4$ 。2种算法结果对比表明：本文所提出的算法更能有效地整合专家共识，并能更好地指导大宗固体废物循环利用。

5 结语

本文建立的大宗固体废物循环利用评价系统结

合了2种算法:FAHP法和聚类分析法。FAHP法能有效地解决判断的不确定性,聚类分析法可以更科学有效地对专家评价的个体排序向量进行分类,最后通过加权来确定大宗固体废物循环利用的评价指标权重。该评价系统对评价指标的评价可信度更高,且更能有效地整合专家共识,其对大宗固体废物循环利用可取得良好的社会效益和经济效益,达到了大宗固体废物资源化利用中的环境效益、社会效益和经济效益3方面的统一。

参考文献:

- [1] 王莲芳,许树柏.层次分析法引论[M].北京:中国人民大学出版社,1990:5-25.
Wang Lianfang, Xu Shubo. An Introduction to AHP[M]. Beijing: China Renmin University Press, 1990: 5-25.
- [2] Satty T L. The Analytic Hierarchy Process[M]. New York: McGraw-Hill, 1980: 29-31.
- [3] Masui T, Morita T, Kyogoku J. Analysis of Recycling Activities Using Multi-Sectoral Economic Model with Material Flow[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 2(122): 405-415.
- [4] 刘群,王敏,付苏嘉.层次分析法在经济强县特征分析中的应用[J].贵州师范大学学报:自然科学版,2011,29(4):88-91.
Liu Qun, Wang Min, Fu Sujia. Applications of Analytic Hierarchy Process Method in Feature Analysis of Economic Stronger Country[J]. Journal of Guizhou Normal University: Natural Science, 2011, 29(4): 88-91.
- [5] 吴军年,张后辉,邢景敏.基于层次分析法的危废渣库选址的环境经济适宜性分析[J].环境工程,2011,29(2):99-103.
Wu Junnian, Zhang Houhui, Xing Jingmin. Analysis of the Environmental Economy Suitability for Dangerous Waste Repository Siting Depended on the Analytic Hierarchy Process[J]. Environmental Engineering, 2011, 29(2): 99-103.
- [6] 冯向前,魏翠萍,李宗植,等.三角模糊数互反判断矩阵的一致性及其排序研究[J].统计与决策,2007(4):27-28.
Feng Xiangqian, Wei Cuiping, Li Zongzhi, et al. Research on the Consistency and Sequence of Triangular Fuzzy Number Reciprocal Judgment Matrix[J]. Statistics and Decision, 2007(4): 27-28.
- [7] 田瑾.多指标综合评价分析方法综述[J].时代金融,2008(2):25-27.
Tian Jin. Summary of the Comprehensive Multi-Index Analysis and Evaluation Method[J]. Times Finance, 2008(2): 25-27.
- [8] 梁樑,王国华.多专家判断信息的一种聚类分析方法[J].系统工程理论方法应用,2003,12(3):556-560.
Liang Liang, Wang Guohua. A Method to Analyze Judgment Information of Experts by Clustering[J]. Systems Engineering Theory Methodology Applications, 2003, 12(3): 556-560.
- [9] 邓琪,王琪,黄启飞,等.工业固体废物资源化优选模型研究[J].金属矿山,2010(5):171-174.
Deng Qi, Wang Qi, Huang Qifei, et al. Resource Recovery Optimization Model of Industrial Solid Waste[J]. Metal Mine, 2010(5): 171-174.
- [10] 周艳美,李伟华.改进模糊层次分析法及其对任务方案的评价[J].计算机工程与应用,2008,44(5):212-214.
Zhou Yanmei, Li Weihua. Enhanced FAHP and Its Application to Task Scheme Evaluation[J]. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(5): 212-214.
- [11] 王霞.多属性决策的三角模糊函数方法[J].辽宁工程技术大学学报:自然科学版,2010,29(5):850-853.
Wang Xia. Triangular Fuzzy Function Method for Multiple Attributes Decision Making[J]. Journal of Liaoning Technical University: Natural Science, 2010, 29(5): 850-853.
- [12] 叶志铨,郭庆丰,高彬.基于聚类分析和区间判断矩阵AHP的群组评价[J].空军工程大学学报:自然科学版,2006,7(2):64-66.
Ye Zhiqian, Guo Qingfeng, Gao Bin. Group-Evaluation Based on Cluster Analysis and Interval Judgment Matrix AHP[J]. Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2006, 7(2): 64-66.

(责任编辑:邓彬)

附表1 5位专家对系统指标的评价表
Table 1 The table of five experts' evaluation on the system indicators

专家	指标	指标						权重
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
1	B_1	[1.00, 1.00, 1.00]	[1.80, 2.00, 2.30]	[0.20, 0.33, 0.40]	[1.60, 2.00, 2.20]	[0.80, 1.00, 1.50]	[1.50, 2.00, 2.00]	0.106 0
	B_2	[0.43, 0.50, 0.56]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.33, 0.33, 1.00]	[0.80, 1.00, 1.30]	[0.45, 0.50, 0.60]	[1.00, 1.00, 1.60]	0.144 0
	B_3	[2.50, 3.00, 5.00]	[1.00, 3.00, 3.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	[2.80, 3.00, 3.20]	[1.80, 2.00, 3.00]	[2.60, 3.00, 3.50]	0.465 1
	B_4	[0.45, 0.50, 0.63]	[0.77, 1.00, 1.25]	[0.31, 0.33, 0.36]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.40, 0.50, 0.50]	[0.80, 1.00, 1.20]	0.044 3
	B_5	[0.67, 1.00, 1.25]	[1.67, 2.00, 2.22]	[0.33, 0.50, 0.56]	[2.00, 2.00, 2.50]	[1.00, 1.00, 1.00]	[1.00, 2.00, 3.00]	0.158 2
	B_6	[0.50, 0.50, 0.67]	[0.63, 1.00, 1.00]	[0.29, 0.33, 0.38]	[0.83, 1.00, 1.25]	[0.33, 0.50, 1.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	0.082 5
2	B_1	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.28, 0.33, 0.35]	[0.45, 0.50, 0.60]	[1.80, 2.00, 2.50]	[0.30, 0.33, 0.50]	[2.00, 3.00, 3.00]	0.129 5
	B_2	[2.86, 3.00, 3.57]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.33, 0.50, 1.00]	[0.25, 0.33, 0.75]	[0.45, 0.50, 0.60]	[0.18, 0.20, 0.30]	0.092 2
	B_3	[1.67, 2.00, 2.22]	[1.00, 2.00, 3.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.25, 0.33, 0.50]	[2.40, 3.40, 3.40]	[1.50, 2.00, 2.50]	0.237 6
	B_4	[0.40, 0.50, 0.56]	[1.33, 3.00, 4.00]	[2.00, 3.00, 4.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.70, 1.00, 1.50]	[0.20, 0.33, 0.40]	0.196 1
	B_5	[2.00, 3.00, 3.00]	[1.67, 2.00, 2.22]	[0.29, 0.29, 0.42]	[0.67, 1.00, 1.43]	[1.00, 1.00, 1.00]	[1.00, 3.00, 3.00]	0.225 8
	B_6	[0.33, 0.33, 0.50]	[0.33, 0.33, 0.50]	[0.40, 0.50, 0.67]	[2.50, 3.00, 5.00]	[0.33, 0.33, 1.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	0.118 8
3	B_1	[1.00, 1.00, 1.00]	[2.50, 3.00, 3.50]	[0.25, 0.33, 0.40]	[4.00, 4.00, 4.50]	[0.45, 0.50, 0.55]	[2.50, 3.00, 3.50]	0.039 6
	B_2	[0.29, 0.33, 0.40]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.18, 0.20, 0.30]	[2.60, 3.00, 3.30]	[0.14, 0.16, 0.20]	[1.70, 2.00, 2.00]	0.238 1
	B_3	[2.50, 3.00, 4.00]	[3.33, 5.00, 5.56]	[1.00, 1.00, 1.00]	[1.80, 2.00, 2.50]	[0.30, 0.50, 0.50]	[2.00, 3.00, 5.00]	0.129 3
	B_4	[0.22, 0.25, 0.25]	[0.30, 0.33, 3.38]	[0.40, 0.50, 0.56]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.18, 0.20, 0.30]	[0.80, 1.00, 1.30]	0.116 8
	B_5	[1.81, 2.00, 2.20]	[5.00, 6.25, 7.14]	[2.00, 2.00, 3.00]	[3.00, 5.00, 5.56]	[1.00, 1.00, 1.00]	[4.50, 5.00, 5.00]	0.238 1
	B_6	[0.29, 0.33, 0.40]	[0.50, 0.50, 0.59]	[0.20, 0.33, 0.50]	[0.78, 1.00, 1.25]	[0.20, 0.20, 0.22]	[1.00, 1.00, 1.00]	0.238 1
4	B_1	[1.00, 1.00, 1.00]	[2.00, 3.00, 4.00]	[1.00, 2.00, 3.00]	[3.00, 4.00, 5.00]	[1.00, 2.00, 3.00]	[1.00, 1.00, 2.00]	0.245 6
	B_2	[0.25, 0.33, 0.50]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.17, 0.20, 0.25]	[1.00, 1.00, 2.00]	[1.00, 2.00, 3.00]	[2.00, 3.00, 4.00]	0.091 2
	B_3	[0.33, 0.50, 1.00]	[4.00, 5.00, 6.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	[1.00, 2.00, 2.00]	[6.00, 7.00, 8.00]	[1.00, 1.00, 2.00]	0.310 4
	B_4	[0.20, 0.25, 0.33]	[0.50, 1.00, 1.00]	[0.50, 0.50, 1.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.25, 0.33, 0.50]	[0.14, 0.17, 0.20]	0.062 0
	B_5	[0.33, 0.50, 1.00]	[0.33, 0.50, 1.00]	[0.125, 0.14, 0.17]	[2.00, 3.00, 4.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.17, 0.20, 0.25]	0.030 3
	B_6	[0.50, 1.00, 1.00]	[0.25, 0.33, 0.50]	[0.50, 1.00, 1.00]	[5.00, 6.00, 7.00]	[4.00, 5.00, 6.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	0.260 4
5	B_1	[1.00, 1.00, 1.00]	[1.20, 1.40, 2.00]	[2.00, 3.00, 4.00]	[1.40, 1.70, 2.00]	[2.80, 3.00, 3.40]	[1.00, 1.20, 1.50]	0.189 7
	B_2	[0.50, 0.70, 0.83]	[1.00, 1.00, 1.00]	[3.00, 4.00, 5.00]	[2.00, 3.00, 3.00]	[4.00, 5.00, 5.50]	[0.70, 1.00, 1.60]	0.267 0
	B_3	[0.25, 0.33, 0.50]	[0.20, 0.25, 0.33]	[1.00, 1.00, 1.00]	[0.25, 0.33, 0.50]	[1.00, 1.50, 2.00]	[0.125, 0.14, 0.17]	0.174 7
	B_4	[0.50, 0.59, 0.71]	[0.33, 0.33, 0.50]	[2.00, 3.00, 4.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	[2.40, 3.40, 4.00]	[2.00, 2.00, 3.00]	0.168 4
	B_5	[0.67, 0.83, 1.00]	[0.18, 0.20, 0.25]	[0.50, 0.67, 1.00]	[0.25, 0.29, 0.42]	[1.00, 1.00, 1.00]	[1.00, 2.00, 3.00]	0.027 3
	B_6	[0.67, 0.83, 1.00]	[0.625, 1.00, 1.42]	[6.00, 7.00, 8.00]	[0.33, 0.50, 0.50]	[0.33, 0.50, 1.00]	[1.00, 1.00, 1.00]	0.172 9