第25卷第3期
2011年5月
湖南工业大学学报
Journal of Hunan University of Technology
Vol.25 No.3
May 2011

数值逼近课程教学探索与实践

张红梅[1]，杨顺萍[2]

（1. 湖南工业大学 理学院，湖南 株洲 412007；2. 洞口县第二中学，湖南 洞口 412317）

摘　要：分析了数值逼近课程的特点和教学中存在的问题。分别从上好第一堂课激发学生好奇心，设置合理问题引导学生思考，借助Matlab数学软件解决实际问题等方面进行教学改革与实践，以提高学生的学习兴趣，以兴趣带动理论学习，从而达到教学目的。

关键词：数值逼近；教学改革；学生兴趣

中图分类号：G642.0　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673-9833(2011)03-0086-03

Exploration and Practice for Teaching Reforming of Numerical Approximation Course

Zhang Hongmei[1]，Yang Shunping[2]

（1. College of Science，Hunan University of Technology，Zhuzhou Hunan 412007，China；
2. The Second Middle School of Dongkou County，Dongkou Hunan 412317，China）

Abstract：Analyzes the features of numerical approximation course and the problems in the teaching. From the aspects of good first class to stimulate students′ curiosity, setting reasonable questions to guide students to think and using Matlab mathematical software to solve practical problems etc., gives some ideas on the course reforming and practice to enhance students' interest on the course and on the theoretical study, and achieves the purpose of course teaching.

Keywords：numerical approximation; teaching reformation; students′ interest

数值逼近是科学计算的基础，是有重大理论意义和应用价值的数学学科，也是计算数学、工程计算诸多数值方法的理论基础[1]。数值逼近作为一门专业基础课程，主要在大学信息与计算科学、应用数学专业及相关专业的高年级本科生中开设，重点讲授代数插值、曲线拟合、最佳一致逼近及最佳平方逼近、数值积分及快速Fourier变换等内容[2]。通过该课程的学习，能够掌握数值逼近理论和各种数值逼近方法及其构造原理。在解决实际问题时，能够通过建立数学模型，选择合理的数值计算方法，编写程序从而得到合理的数值结果。这对培养学生科学计算的能力、创新能力和解决实际问题的能力具有重要作用。

1　课程特点和教学中存在的问题

数值逼近课程的教学目的，要求学生利用已有的算法解决某个或某类问题，并系统地理解和掌握解决问题的基本思想、原理和方法；还要求学生具有研究、创造合理算法，解决实际问题的能力。数值逼近课程的宗旨是使学生掌握实用算法、提高学生数学素养。数值逼近课程的教学要求：理论方面，使学生能知其然，更知其所以然；应用方面，遇到问题时，要求学生能选择合适的数值方法或建立更好的方法去解决问题，并能举一反三。因此，教学过程中，理论方法和应用都不可忽视。湖南工业大

收稿日期：2011-02-25
基金项目：湖南工业大学教学改革基金资助项目（2010D30），科技部科研基金资助项目（2009IM010400-1-18）
作者简介：张红梅（1976-），女，湖南洞口人，湖南工业大学讲师，湘潭大学博士生，主要研究方向为偏微分方程数值解，E-mail：zhm10182@yahoo.com.cn）

学理学院信息与计算科学专业，在大三第二学期开设数值逼近课。学生经过前期的基础课程学习，已基本掌握本领域的基础理论知识和应用技能，为数值逼近教学工作的开展创造了有利条件，但即将走进大四的学生面临考研、就业等问题，难免会分散精力。特别是一些基础知识掌握不够牢固的学生，此时突然接触大量繁杂的公式和隐晦难懂的专业术语，会产生畏难心理，甚至出现厌学情绪，影响教学效果。与此同时，该课程作为高年级本科生的专业基础课还具有以下特点：

1）难度大，学习方法不易把握。数值逼近理论抽象，公式冗长，定理晦涩难懂，学生学习难度较大。2）专业性强，理论与计算并重。数值逼近是数值分析课程的继承与延续，在内容上更接近于工程实际与科学研究的前沿。若仅停留于纯理论化的讲授和学习，很难取得好的教学效果。3）知识跨度大，需要扎实的基础知识。本课程涉及数学分析、高等代数、线性差分方程、泛函分析和实变函数等数学理论，同时需要程序设计语言和数值分析等具体技术的支持。

数值逼近课程的课时较少，在有限的学时内要详细地讲解所有的理论，不现实也不可能。如果只平铺直叙仓促地讲一遍，教学气氛沉闷，其教学效果肯定不理想。学生弄不懂所学知识，就提不起学习兴趣，甚至会出现厌学情绪。

2　课程教学改革的探索

通过上述分析，笔者认识到，要使本课程的教学取得良好效果，除了教师本身充满热情、认真讲授之外，还必须注意培养学生的学习兴趣，吸引他们全身心地参与到教学过程中来。

2.1　上好第一堂课　激发学生好奇心

第一堂课中，介绍课程来源，明确课程目的，调动学生学习兴趣。学生上课之前，通常带有些疑问，例如：这些知识对我今后的学习和工作有什么用？我是花点时间和精力学好它还是应付考试呢？这门课难学吗？等等。在第一堂课里，教师除了要用自身对本专业的热爱去感染学生、激发学生的学习兴趣之外，还要解答好这些问题。另外，教师在第一堂课中还要给学生介绍本课程的基本情况：本课程在整个数值解体系中的地位、课程背景、发展史、主要特点、具体教学内容、重点难点、学时安排和学习方法等。特别是课程发展史部分，应给学生讲述数学发展史上的1次革命：从“精确”到“近似”的飞跃。现实生活中绝对精确的事物测度为0，不精确的事物几乎处处可见。你能得到长度真正为1 cm的线段吗？你能精确描绘出连续函数的图像吗？伽罗华证明了，一元高次（四次以上）方程的根不能利用其系数的代数表达式表出，但代数学中的基本定理表明多项式的零点一定存在，那该零点又如何表示呢？再如有些复杂曲面不可能由简单的数学解析式精确表出，那么又怎样方便地描述它并应用它呢？类似以上问题的讨论和回答构成了数值逼近课程的教学目的。通过上述问题的提出和解答，足以引起学生对该课程的好奇，从而激发学习兴趣。

2.2　设置合理问题　引导学生思考

笔者针对函数逼近论，主要设置能起提纲挈领作用的问题，引导学生思考，从而达到提炼教学内容，提高学生学习兴趣的目的。

连续函数较常见，但也很复杂。人们希望利用简单熟知的函数如多项式来逼近复杂函数，因此，希望在一定误差范围内，用多项式来逼近连续函数。但对给定的连续函数存在这样的多项式吗？这就是数值逼近课程开篇定理——Weierstrass逼近定理[3]所要解决的问题。该定理用实变函数的语言复述为：多项式空间在连续函数空间中是稠密的。该定理的证明是构造性的证明，即构造出满足要求的多项式——Bernstein多项式。至此，可介绍一下前苏联数学家Bernstein及其对插值逼近方面的贡献，为课程后面的学习埋下伏笔。

学了Weierstrass逼近定理后，知道利用多项式逼近连续函数是可行的。那么，逼近的程度用什么来衡量呢？要回答这个问题，就涉及到空间范数的定义，数值逼近课程会介绍2种范数：最大最小范数（对应最佳一致逼近）和平方范数（对应最佳平方逼近）。在这2种范数前提下定义了最佳逼近。因此，学生可顺理成章地接受最佳逼近这一新概念。

在给定次数的多项式空间，有限闭区间上连续函数的最佳一致逼近多项式是否存在？若存在是否唯一？其特征如何？如何构造？这些问题的回答便引出了最佳一致逼近的中心内容：Chebyshev定理和多项式、Remez算法等。

从最小二乘法出发，引出内积空间函数最佳平方逼近的相关概念。例如：内积空间的直交系存在吗？其中的任意函数可用直交系表示吗？直交系的结构如何？有哪些性质？怎样构造直交系函数？有哪些常见的直交多项式系？通过对该系列问题的思考和回答，引出直交系和广义Fourier级数的概念、直交系的构造方法及性质等新知识。

最佳一致逼近中，关于函数构造理论的精华部分：Jackson定理与Bernstein定理[3]，学生们学习起

来较费劲。如果教师在学习这些内容之前提出一些挑战性的、能概括所学知识精髓的问题，会深深吸引学生去思考和领悟。对上述2个定理的引出可提出：函数的最佳一致逼近是随着多项式次数增加而单调趋于0的，可谁能构造出一函数使其最佳一致逼近收敛于0的速度达到最慢吗？这样的函数存在吗？问题一旦提出，学生们将不由自主地开始思考。通过思考这些问题，会很自然地讨论，函数的性质是如何影响其最佳一致逼近收敛速度的，即Jackson定理。反之，通过函数的最佳一致逼近的收敛速度来研究函数所具备的性质便是Bernstein定理。

有了多项式替代连续函数的最佳逼近理论，数值积分公式中复杂的被积函数也用多项式函数替代，得到相应的数值积分公式，如Newton-Cotes公式等。这就自然地给出“代数精度”这一概念。一般情况下数值积分公式的代数精度越高，其逼近精度就越好。这时可对学生提出这样的问题：在不固定求积节点但节点数目确定的前提下，数值积分公式能达到的最高代数精度是多少？怎样构造该公式？通过问题分析，让学生知道具有最高代数精度的数值积分公式的积分节点为直交多项式的零点。

根据教学内容的逻辑性，按照通常的思维方式，向学生抛出一系列问题，学生们通过对这些问题的思考，使抽象难懂的知识顺其自然地被接受，消除了学生对课程的畏惧心理。一个接一个的问题就像一环扣一环的铁链，把相关连的知识从点到面呈现给学生，学生通过对问题的主动思考，达到理解并掌握新知识的目的。

2.3 加强动手能力 体会数学乐趣

科学计算在国防建设、航空航天、气象探测、地质勘探、交通运输等各领域有广泛且重要的应用，从而受到世界各国尤其是发达国家的高度重视[4]。计算数学为科学计算的各个分支提供了理论基础和计算方法，从而为数学的实际应用起到了桥梁和纽带作用。作为计算数学的基础课程——数值逼近，必须要注重培养和训练学生的计算能力。

笔者应用Matlab软件进行计算，对数值逼近课程中典型问题的求解过程进行演示，并引导学生进行一题多解，能很好地将抽象的数学公式，繁琐的计算过程直观地呈现给学生，使学生对抽象的算法有着较鲜明的感性认识。例如，给定某区间内的一已知函数，利用Lagrange, Newton, Hermite插值方法[5]，通过选取不同插值点和增加插值点的个数变动其插值曲线，让学生比较其逼近性能和插值曲线的特性，了解增加插值点提高逼近效果，并不是每种插值方法都能实现，并清楚地认识到怎样才能增加插值曲线的光滑性。再如，给出一些点的数据求曲线拟合。分别采用Remez算法[2]的最佳一致逼近，样条函数（最佳平方逼近）和Bezier曲线拟合，通过调整控制点而变动拟合曲线并比较其拟合程度，使学生区别各种不同拟合的特点，学会分析实验数据。通过演示，能够激起学生对学习内容及计算过程的强烈好奇和兴趣，从而初步培养了学生的科学计算能力。

3 结语

随着现代科学技术的发展和计算机的广泛应用，人们越来越重视用数值逼近求实际问题的数值解。本文综合分析了数值逼近课程自身的特点与教学过程中所遇到的问题，指出只有培养学生的学习兴趣，以兴趣带动学习，数值逼近课程的教学才能取得较好的效果。如何不断提高本课程的教学水平和教学质量，还需笔者在今后的教学实践中不断探索和思考。

参考文献：

[1] 王仁宏. 国际数值逼近及应用会议概况[EB/OL]. [2011-01-12]. http://www. lw23. com/pdf_aca81052-9fdf-4851-821a-33a31ee25e23/lunwen.pdf.
Wang Renhong. The Overview on International Conference of Numerical Approximation and Application[EB/OL]. [2011-01-12]. http://www. lw23. com/pdf_aca81052-9fdf-4851-821a-33a31ee25e23/lunwen. pdf.

[2] 蒋尔雄，赵风光，苏仰风. 数值逼近[M]. 2版. 上海：复旦大学出版社，2007：96-136.
Jiang Erxiong，Zhao Fengguang，Su Yangfeng. Numerical Approximation[M]. 2nd ed. Shanghai：Fudan University Press，2007：96-136.

[3] 王仁宏. 数值逼近[M]. 北京：高等教育出版社，2002：1-47.
Wang Renhong. Numerical Approximation[M]. Beijing：Higher Education Press，2002：1-47.

[4] 罗钟铉. 紧扣知识关键点 激发学生学习兴趣——《数值逼近》课程教学的一些体会[J]. 大学数学，2008，24(5)：8-12.
Luo Zhongxuan. Centring on Key Knowledge，Stimulating Students′ Interest: Some Experience of “Numerical Approximation” Teaching[J]. College Mathematics，2008，24(5)：8-12.

[5] 黄云清，舒 适，陈艳萍，等. 数值计算方法[M]. 北京：科技出版社，2009：60-85.
Huang Yunqing，Shu Shi，Chen Yanping，et al. Numerical Calculation Method[M]. Beijing：Science and Technology Press，2009：60-85.

（责任编辑：邓光辉）