

Lorenz 系统的自适应反同步控制及其应用

李建平, 黄宜山, 刘东南

(湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412008)

摘要: 针对参数未知的 Lorenz 混沌系统, 根据 Lyapunov 稳定性原理, 给出了自适应同步控制器和参数自适应率, 实现了系统的反同步与参数估计。将该同步方案应用于保密通信, 设计了混沌掩盖保密通信方案。基于 Matlab 的数值仿真结果证明了自适应反同步控制方法和保密通信方案的有效性。

关键词: Lorenz 混沌系统; 自适应反同步; 保密通信

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2011)01-0093-05

Adaptive Anti-Synchronization Control of Lorenz Chaotic System and Its Application

Li Jianping, Huang Yishan, Liu Dongnan

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412008, China)

Abstract: Aiming at the Lorenz chaotic system with unknown parameters, presents the adaptive anti-synchronization controller and the parameters of adaptive rate based on Lyapunov stability theory. It realizes system anti-synchronization and parameter estimation effectively. Applies this synchronization to security communications and designs secure communication scheme with chaotic masking. Simulation results on Matlab confirm that both the adaptive anti-synchronization approach and the secure communication scheme are effective.

Keywords: Lorenz chaotic system; adaptive anti-synchronization; secure communication

0 引言

混沌是自然界中普遍存在的一种现象, 是非线性动力学系统中所特有的复杂运动形式。混沌信号具有隐蔽性、不可预测性、易于产生和复制、初值敏感性等特点, 使其在保密通信中具有很好的应用价值。自从 1990 年 L. M. Pecora 和 T. L. Carroll 提出在不同初始状态下的 2 个同结构混沌系统的同步方法以来^[1], 该领域的研究得到了广泛的关注。到目前为止, 国内外已经提出了很多不同的混沌系统同步方法, 例如, PC 法同步控制^[1]、观测器同步控制^[2]、线性和非线性反馈方法^[3-4]、自适应控制方法^[5-6]、脉冲控制方法^[7-8]、耦合同步方

法^[9-10]等。所谓反同步, 是指达到同步的 2 个混沌系统的状态向量的绝对值相同但符号相反, 此类同步是一个值得关注的现象, 并已取得了一些研究成果^[10-12]。在实际应用中, 从噪声和干扰以及系统硬件来看, 很难找到 2 个参数完全一致的系统。因此, 2 个不同参数混沌系统的同步问题, 在实际应用中具有重要意义。

本文对具有不确定参数的 Lorenz 混沌系统进行混沌反同步自适应控制的设计, 在无噪声和有噪声 2 种情况下, 通过 Lyapunov 稳定性方法, 设计了自适应控制器和参数调节律, 并进行了仿真, 验证了方案的可行性, 还将反同步应用于保密通信中。

收稿日期: 2010-11-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874025), 湖南工业大学研究生创新基金资助项目(CX0914)

作者简介: 李建平(1983-), 男, 山东青岛人, 湖南工业大学硕士研究生, 主要研究方向为混沌系统, 复杂动态网络的同步与控制及应用, E-mail: lijunbao30211@126.com

1 Lorenz 混沌系统反同步设计

1.1 无噪声的 Lorenz 系统

Lorenz 系统是典型的混沌系统, 对其同步问题的研究具有一定的意义。当驱动系统没有受到噪声干扰时的 Lorenz 混沌系统状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = bx_1 - x_1x_3 - x_2, \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - cx_3, \end{cases} \quad (1)$$

式中: a, b 和 c 是需要估计的未知常数。

当 $a=10, b=28, c=8/3$ 时, 系统 (1) 即为混沌系统。将系统 (1) 看成驱动系统, 以 x_1 作为驱动变量, 施加控制器 u_1, u_2, u_3 得响应系统的状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = a_1(y_2 - y_1) + u_1, \\ \dot{y}_2 = b_1x_1 - x_1y_3 - y_2 + u_2, \\ \dot{y}_3 = x_1y_2 - c_1y_3 + u_3, \end{cases} \quad (2)$$

式中: a_1, b_1, c_1 是参数 a, b, c 的估计值。

设状态误差为 $e_i = y_i - x_i, i=1,2,3$ 。式 (2) 加式 (1) 并整理得误差方程为:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = a_1e_2 - a_1e_1 - e_a x_2 + e_a x_1 + u_1, \\ \dot{e}_2 = -e_2 - x_1e_3 + 2b_1x_1 - e_b x_1 + u_2, \\ \dot{e}_3 = x_1e_2 - c_1e_3 + x_3e_c + u_3, \end{cases} \quad (3)$$

式中: $e_a = a_1 - a, e_b = b_1 - b, e_c = c_1 - c$ 为参数误差。

构造 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_a^2 + e_b^2 + e_c^2), \quad (4)$$

对式 (4) 求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e_1(a_1e_2 - a_1e_1 - e_a x_2 + e_a x_1 + u_1) + \\ & e_2(-e_2 - x_1e_3 + 2b_1x_1 - e_b x_1 + u_2) + \\ & e_3(x_1e_2 - c_1e_3 + x_3e_c + u_3) + e_a \dot{e}_a + e_b \dot{e}_b + e_c \dot{e}_c = \\ & e_1(a_1e_2 - a_1e_1 + u_1) + e_2(-e_2 - x_1e_3 + 2b_1x_1 + u_2) + \\ & e_3(x_1e_2 - c_1e_3 + u_3) + e_a(e_1(x_1 - x_2) + \dot{a}_1) + \\ & e_b(-e_2x_1 + \dot{b}_1) + e_c(e_3x_3 + \dot{c}_1). \end{aligned} \quad (5)$$

令 $a_1e_2 - a_1e_1 + u_1 = -ke_1, -e_2 - x_1e_3 + 2b_1x_1 + u_2 = -e_2, x_1e_2 - c_1e_3 + u_3 = -e_3, k > 0$ 为常数, 可得如下自适应控制器:

$$\begin{cases} u_1 = (a_1 - k)e_1 - a_1e_2, \\ u_2 = x_1e_3 - 2b_1x_1, \\ u_3 = (c_1 - 1)e_3 - x_1e_2. \end{cases} \quad (6)$$

令 $e_1(x_1 - x_2) + \dot{a}_1 = 0, -e_2x_1 + \dot{b}_1 = 0, e_3x_3 + \dot{c}_1 = 0$, 则得到如下的调节率:

$$\begin{cases} \dot{a}_1 = e_1(x_2 - x_1), \\ \dot{b}_1 = e_2x_1, \\ \dot{c}_1 = -x_3e_3. \end{cases} \quad (7)$$

将式 (6) 和式 (7) 代入式 (5) 得:

$$\dot{V} = -(ke_1^2 + e_2^2 + e_3^2) \leq 0,$$

由 $\dot{V} \leq 0$ 得 $V \leq V(0)$, 根据式 (4) 知 e_1, e_2, e_3 和 e_a, e_b, e_c 有界, 混沌状态轨迹也是有界的。由式 (3) 知 $\dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{e}_3$ 有界, $\ddot{V} = -2ke_1\dot{e}_1 - 2e_2\dot{e}_2 - 2e_3\dot{e}_3$ 有界, 说明 \dot{V} 一直连续。根据 Barbalat 引理可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0 (i=1,2,3)$, 即 2 个系统实现了同步。所以对任何初始状态, 通过自适应控制器的设计可以使驱动系统 (1) 和响应系统 (2) 达到反同步的效果。

1.2 有噪声的 Lorenz 系统

当受到噪声影响时, 驱动系统的状态方程变为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1) + d_1(t), \\ \dot{x}_2 = bx_1 - x_1x_3 - x_2 + d_2(t), \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - cx_3 + d_3(t), \end{cases} \quad (8)$$

式中: $d_i(t)$ 为噪声, 且 $|d_i(t)| \leq d, i=1,2,3$ 。

有噪声时响应系统仍然为式 (2), 式 (8) 加式 (2) 得误差方程为:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = a_1e_2 - a_1e_1 - e_a x_2 + e_a x_1 + d_1(t) + u_1, \\ \dot{e}_2 = -e_2 - x_1e_3 + 2b_1x_1 - e_b x_1 + d_2(t) + u_2, \\ \dot{e}_3 = x_1e_2 - c_1e_3 + x_3e_c + u_3 + d_3(t) + u_3. \end{cases} \quad (9)$$

设计如下的控制器:

$$\begin{cases} u_1 = (a_1 - k)e_1 - a_1e_2 - \text{sgn}(e_1)d, \\ u_2 = x_1e_3 - 2b_1x_1 - \text{sgn}(e_2)d, \\ u_3 = (c_1 - 1)e_3 - x_1e_2 - \text{sgn}(e_3)d. \end{cases} \quad (10)$$

并构造 Lyapunov 函数 $V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_a^2 + e_b^2 + e_c^2)$,

对上式求导可得到

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e_1(a_1e_2 - a_1e_1 - e_a x_2 + e_a x_1 + d_1(t) + u_1) + \\ & e_2(-e_2 - x_1e_3 + 2b_1x_1 - e_b x_1 + d_2(t) + u_2) + \\ & e_3(x_1e_2 - c_1e_3 + x_3e_c + d_3(t) + u_3) + \\ & e_a \dot{e}_a + e_b \dot{e}_b + e_c \dot{e}_c = \\ & e_1(a_1e_2 - a_1e_1 + d_1(t) + u_1) + \\ & e_2(-e_2 - x_1e_3 + 2b_1x_1 + d_2(t) + u_2) + \\ & e_3(x_1e_2 - c_1e_3 + d_3(t) + u_3) + \\ & e_a(e_1(x_1 - x_2) + \dot{a}_1) + e_b(-e_2x_1 + \dot{b}_1) + \\ & e_c(e_3x_3 + \dot{c}_1). \end{aligned} \quad (11)$$

将式 (10) 和式 (7) 代入式 (11) 得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -(ke_1^2 + e_2^2 + e_3^2) + e_1d_1(t) - e_1 \text{sgn}(e_1)d + \\ & e_2d_2(t) - e_2 \text{sgn}(e_2)d + e_3d_3(t) - e_3 \text{sgn}(e_3)d \leq \\ & -(ke_1^2 + e_2^2 + e_3^2) + |e_1||d_1(t)| - |e_1|d + |e_2||d_2(t)| - \\ & |e_2|d + |e_3||d_3(t)| - |e_3|d \leq \\ & -(ke_1^2 + e_2^2 + e_3^2) \leq 0, \end{aligned} \quad (12)$$

由 $\dot{V} \leq 0$ 得 $V \leq V(0)$, $d_i(t)$ 有界, e_1, e_2, e_3 和 e_a, e_b, e_c 有界, 混沌状态轨迹也是有界的。由式(9)知 $\dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{e}_3$ 有界, $\ddot{V} = -2ke_1\dot{e}_1 - 2e_2\dot{e}_2 - 2e_3\dot{e}_3$ 有界, 说明 \dot{V} 一直连续。根据Barbalat引理知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0 (i=1,2,3)$, 即2个系统实现了同步。所以对任何初始状态, 通过自适应控制器的设计可以使驱动系统(8)和响应系统(2)达到反同步的效果。

2 自适应反同步数值仿真分析

对Lorenz系统进行数值仿真。当参数 $a=10, b=28, c=8/3$ 时, 系统(1)有混沌现象。取 $(x_1(0), x_2(0), x_3(0)) = (3, 2, 1), (y_1(0), y_2(0), y_3(0)) = (9, 6, 12), (a_1(0), b_1(0), c_1(0)) = (1, 1, 1), k=5$ 进行仿真。

2.1 无噪声情况

当混沌系统没有受到噪声影响时, 其同步误差和参数估计仿真结果见图1和图2。

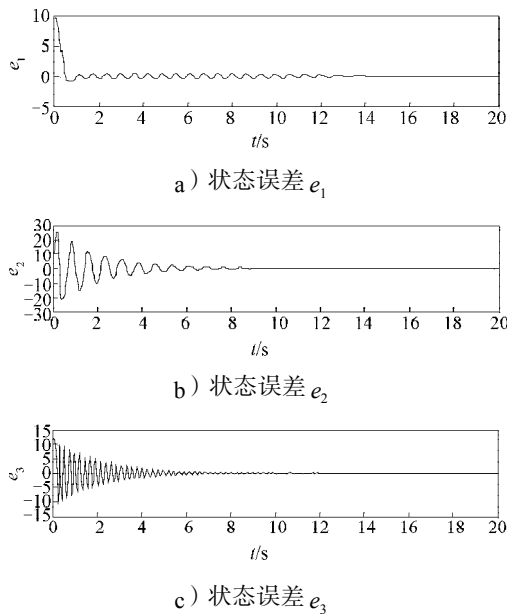
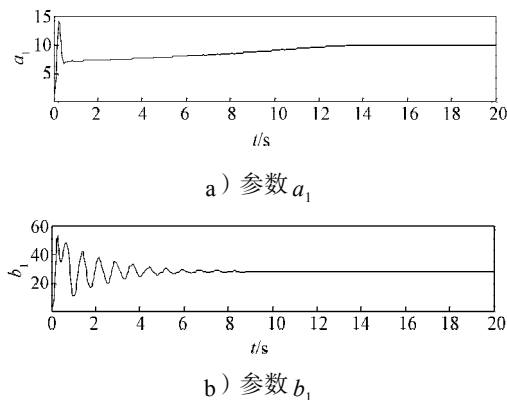


图1 无噪声系统误差

Fig. 1 The errors of system without noise



c) 参数 c_1

图2 无噪声系统参数估计

Fig. 2 The parameter estimation of system without noise

由仿真图1和图2可见, 在无噪声的情况下反同步误差趋于0, 未知参数得到了识别, 说明了控制器和自适应率的有效性。

2.2 有噪声情况下的数值仿真

对系统加入幅度为10(即取 $d=10$)的随机噪声 $d(t)$, 仍用无噪声情况下的控制器式(6)和调节率式(7)控制系统反同步, 得系统仿真结果见图3和图4。

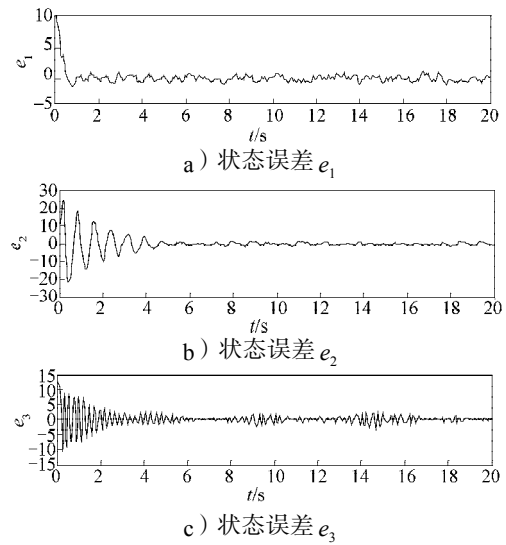


图3 噪声系统用无噪声控制器的误差

Fig. 3 The errors of noise system with no noise controller

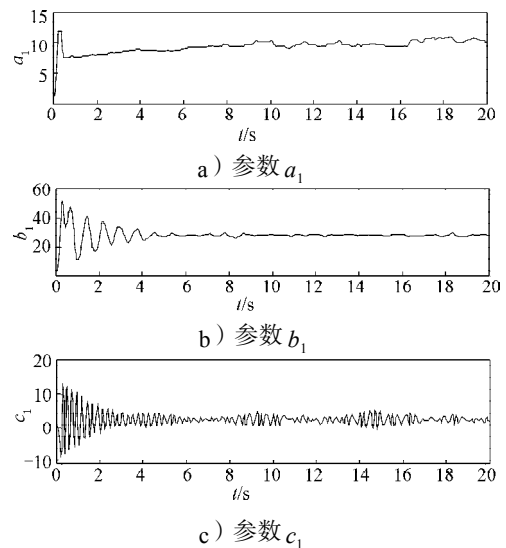


图4 噪声系统用无噪声控制器的参数估计

Fig. 4 The parameter estimation of noise system with no noise controller

对系统加入噪声的情况下，采用带噪声的控制器式(10)和调节率式(7)控制系统反同步，其仿真结果见图5和图6，取 $d=10$ 。

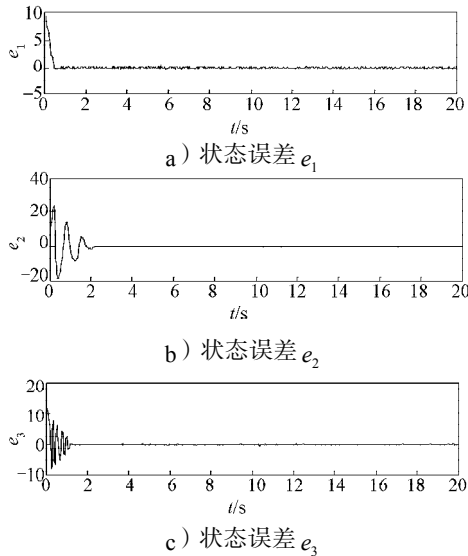


图5 噪声系统用噪声控制器的误差

Fig. 5 The errors of noise system with noise controller

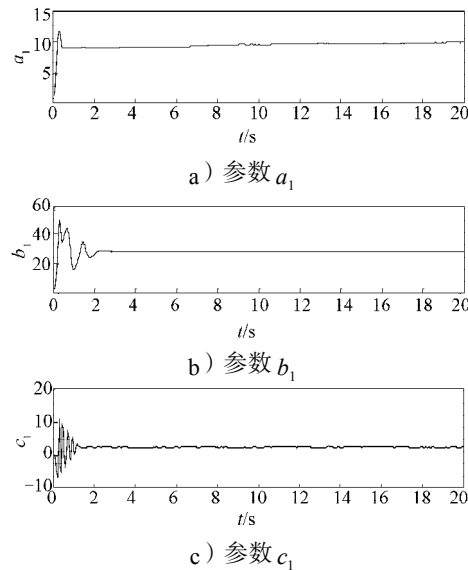


图6 噪声系统用噪声控制器的参数估计

Fig. 6 The parameter estimation of noise system with noise controller

由仿真图3~6可见，对有噪声的混沌系统而言，采用噪声情况下设计的控制器对其进行反同步比仍然用无噪声控制器的反同步效果好得多，参数得到了很好的识别。

3 同步控制在保密通信中的应用

混沌同步用于保密通信的基本思路是：把被传输的保密信息源加在某一由混沌系统产生的混沌信号上，生成混合类噪声信号，对信息源加密；该混合信

号发送到接收器上后，再由相应的混沌系统分离其中的混沌信号，即解密过程，进而恢复出原输送的信息源。把本文讨论的自适应反同步方法应用于保密通信，设需要传输的信号为 $m(t)$ ，则在发射端与混沌信号 x_1 相加得到传输信号。为了增强保密性，可为有用信号加一个增益 k ，则传输信号 $s(t)=x_1(t)+km(t)$ ，只要在接收端对 $s(t)$ 加上受控系统产生的 $x_1(t)$ 的反同步信号 $y_1(t)$ ，就可以得到信号 $km(t)$ ，然后除以增益 k 即可还原有用信号。接收端信号为 $m_1(t)=(s(t)+y_1(t))/k$ 。当 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t)+y_1(t)=0$ 时， $m_1(t)=m(t)$ 。

取通信信号为 $m(t)=\sin t$ ，增益 $k=0.1$ 进行仿真。得仿真结果见图7至图9。

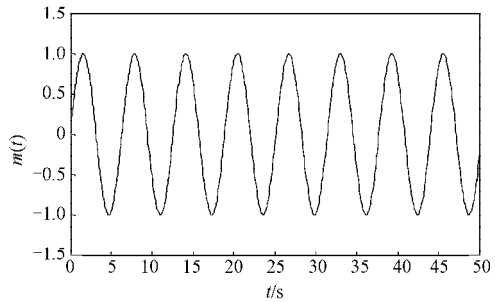


图7 发送端传输信号

Fig. 7 The information signal in sender

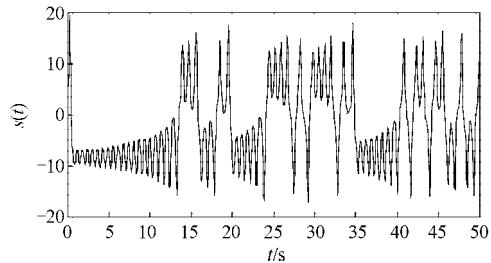


图8 信道中传输的信号

Fig. 8 The signal in channel

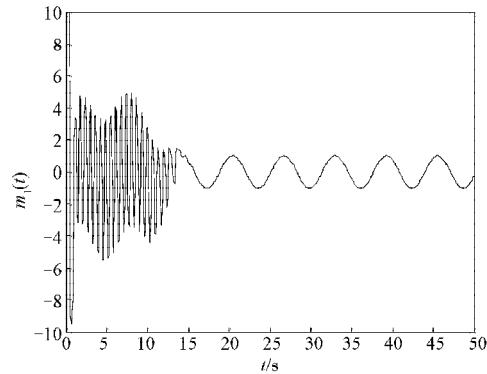


图9 接收端恢复的信号

Fig. 9 The recovery signal in receiver

由仿真结果可以看出，接收系统在一定的时间后有效地恢复了传送的有用信号，由图8可以看出传送

信号与有用信号毫不相干, 表明该保密通信方案具有很好的安全性。

4 结语

本文通过 Lyapunov 稳定性方法, 对具有不确定参数的 Lorenz 混沌系统进行混沌反同步自适应控制的设计, 给出了自适应控制器和参数调节律, 从理论上证明了可以实现系统的反同步, 并通过数值仿真验证了反同步方法的可行性。最后把这种反同步方法应用到保密通信中去, 发现有用信号经混沌掩盖后变成类噪声信号, 与原来的信息信号毫不相干, 并且在接收端经过一定的时间后可以解调得到原来的信息信号。因此本文的方案具有良好的价值。

参考文献:

- [1] Pecora Louis M, Carroll Thomas L. Synchronization in Chaotic Systems[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821-824.
- [2] 高铁杠, 陈增强. 基于观测器的混沌系统同步研究[J]. 物理学报, 2004, 54(5): 1305-1308.
Gao Tiegang, Chen Zengqiang. Study on Synchronization of Chaotic Systems Based Observer[J]. Acta Physica Sinica, 2004, 54(5): 1305-1308.
- [3] 陈保颖. 线性反馈实现 Liu 系统的混沌同步[J]. 动力学与控制学报, 2006, 4(1): 1-4.
Chen Baoying. Linear Feedback Control for Synchronization of Liu Chaotic System[J]. Journal of Dynamic and Control, 2006, 4(1): 1-4.
- [4] 陈志盛, 孙克辉, 张泰山. Liu 混沌系统的非线性反馈同步控制[J]. 物理学报, 2005, 54(6): 2580-2583.
Chen Zhisheng, Sun Kehui, Zhang Taishan. Nonlinear Feedback Synchronization Control of Liu Chaotic System[J]. Acta Physica Sinica, 2005, 54(6): 2580-2583.
- [5] 单梁, 李军, 王执铨. 参数不确定的 Liu 系统的自适应同步[J]. 动力学与控制学报, 2006, 4(4): 338-342.
Shan Liang, Li Jun, Wang Zhiqian. Adaptive Synchronization of Liu Chaotic System with Uncertain Parameters[J]. Journal of Dynamic and Control, 2006, 4(4): 338-342.
- [6] Park Ju H. Adaptive Synchronization of Rossler System with Uncertain Parameters[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2005, 25(2): 333-338.
- [7] Liu Bin. Stability of Solutions for Stochastic Impulsive Systems via Comparison Approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(9): 2128-2133.
- [8] 王燕舞, 关治洪, 王华. 统一混沌系统的脉冲控制[J]. 原子能科学与技术, 2004, 38(3): 256-260.
Wang Yanwu, Guan Zhihong, Wang Hua. Impulsive Control and Synchronization of the Unified Systems[J]. Atomic Energy Science and Technology, 2004, 38(3): 256-260.
- [9] Jiang Guoping, Tang Wallace Kit-Sang, Chen Guanrong. A Simple Global Synchronization Criterion for Coupled Chaotic Systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2003, 15(5): 925-935.
- [10] 王兴元, 武向军. 基于状态观测器的一类混沌系统的反同步[J]. 物理学报, 2007, 56(4): 1988-1993.
Wang Xingyuan, Wu Xiangjun. Chaos Anti-Synchronization of a Class of Chaotic Systems Based on State Observer Design [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(4): 1988-1993.
- [11] Kim C M, Rim S W, Kye W H, et al. Anti-Synchronization of Chaotic Oscillators[J]. Physics Letters A, 2003, 320(1): 39-46.
- [12] Hu Jia, Chen Shihua, Chen Li. Adaptive Control for Anti-Synchronization of Chua's Chaotic System[J]. Physics Letters A, 2005, 339(6): 455-460.

(责任编辑: 李玉珍)