

宽板弯曲变薄的3种理论求解方法

邬移华

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘要: 针对理想塑性宽板弯曲变薄问题在理论研究和实验结果两方面长期存在的矛盾, 从宽板塑性弯曲变形时体积不变、平面变形假设和应变增量中性层处切向应变增量为0等变形特点出发, 提出了宽板塑性弯曲变薄的3种理论求解方法。此3种理论解法概念正确, 理论依据合理, 推导方法严谨, 对塑性成形理论与冲压工艺实践具有重要的理论价值和实用意义。

关键词: 宽板塑性弯曲; 变薄; 应变增量中性层; 应力中性层

中图分类号: TG301

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2011)01-0026-03

Three Theoretical Resolutions of Plastic Bending Sheet Thinning

Wu Yihua

(College of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: According to the contradiction of theoretical research and experimental result for the thickness variation of ideal plastic bending sheet, starting from the unchanged volume and the plane deformation hypothesis as well as the character that the tangential strain-increment in the strain-increment neutral layer equals to zero, three theoretical resolutions of thinning are presented. The concepts of the three theoretical solutions are correct, the theoretical bases are reasonable, and the deductive methods are strict, which have theoretical value and practical significance for plastic forming theory and stamping process.

Keywords: wide sheet plastic bending; thinning; strain-increment neutral layer; stress neutral layer

0 引言

宽板塑性弯曲是冲压生产中的一种典型工艺^[1-2]。由于板的宽度远大于厚度, 故沿宽度方向基本上不变形, 一般作为平面变形问题处理。变形过程中, 随着弯曲变形程度的增大, 板内、外表面的曲率半径 r 和 R 会不断减小, 板的厚度 t ($t = R - r$) 也随之发生变化。实践证明, 由于外半径比内半径减小得更多 (即 $|dR| > |dr|$), 所以随着弯曲变形程度的增大, 板的厚度会不断地变薄 (即 $dt = dR - dr < 0$), 这是众所周知的客观事实。但是, 一直没有从理论上揭示关于宽板弯

曲变薄的规律。

R.Hill 曾提出一种理论解法^[3], 现已作为传统解法广为应用。可是, 当把希尔的求解结果用于理想塑性板材时, 却得到“宽板弯曲时, 板厚不会改变, 既不增厚, 也不变薄”的结论。这就给金属成形领域中从事冲压加工和模具设计的实际工作者带来巨大的困惑: 为什么传统的理论解会与客观事实矛盾? 怎样求得与客观实际一致、能够反映弯曲变薄规律的理论解? 近几年来, 关于宽板塑性弯曲时的厚度变薄问题, 引起了一些人的关注, 发表了不少论文, 提出了各种计算厚度变薄的公式^[4-9]。本文根据宽板塑性弯曲

收稿日期: 2010-08-27

基金项目: 湖南省高等学校“十一五”重点学科基金资助项目(湘教通[2006]180)

作者简介: 邬移华(1975-), 女, 湖南新化人, 湖南工业大学讲师, 硕士, 主要研究方向为材料成型,

E-mail: yihuawu2004@sina.com

变形的几个重要特点提出了宽板塑性弯曲变薄的3种理论求解方法。

1 宽板塑性弯曲变形特点

图1为宽板弯曲过程中在某一微小时间间隔 Δ 前后,与中心角 α 对应的板材变形情况。设宽板在弯曲过程中恒保持圆弧状,设切向横截面恒保持平面。经过 Δ 时间后,内半径由 r 变为 $r + dr$,外半径由 R 变为 $R+dR$,厚度由 t 变为 $t + dt$ (注意: dr , dR 和 dt 均为负值),而弯曲中心角 α 变为 $\alpha+d\alpha$ ($d\alpha$ 为正值)。

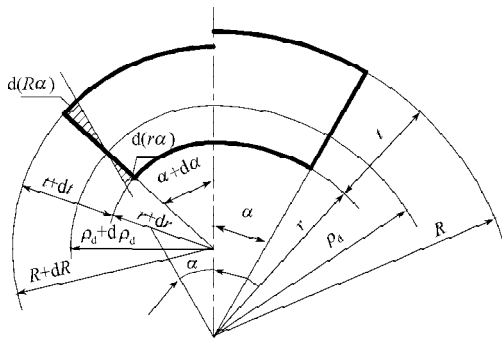


图1 板材弯曲过程中的尺寸变化

Fig. 1 The size variation in the sheet bending

应该指出,宽板塑性弯曲变形有下述几个重要特点,这些特点是建立弯曲变薄理论求解的依据。

1.1 塑性弯曲变形时体积不变

对于平面变形的宽板而言,体积不变也可用侧面积 A 不变来表示,即 $A = \pi(R^2 - r^2) \frac{\alpha}{2\pi} = \text{常值}$,于是有 $dA=0$,即:

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{2(rdr - RdR)}{R^2 - r^2} \tag{1}$$

1.2 弯曲变形服从平面假设

平面假设已如前述,即沿切线方向的横截面恒保持平面,于是,弯曲后外表面层切向长度 $(R\alpha)$ 将伸长 $d(R\alpha)$,内表面切向长度 $(r\alpha)$ 将缩短 $d(r\alpha)$,而且伸长量 $d(R\alpha)$ 和缩短量 $d(r\alpha)$ 与内、外表面到应变增量中性层的

法向距离成比例,即 $\frac{d(R\alpha)}{d(r\alpha)} = \frac{R - \rho_d}{r - \rho_d}$,此式可写为:

$$\frac{dR + R \frac{d\alpha}{\alpha}}{dr + r \frac{d\alpha}{\alpha}} = \frac{R - \rho_d}{r - \rho_d} \tag{2}$$

式中: ρ_d 为宽板弯曲应变增量中性层半径。

1.3 中性层处切向应变增量为0

宽板塑性弯曲时,在应变增量中性层即 $\rho = \rho_d$ 处,有 $d\varepsilon_\theta = 0$ 。因切向应变增量

$$d\varepsilon_\theta = \frac{d(\rho\alpha)}{\rho\alpha} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\alpha}{\alpha} \tag{3}$$

则有 $d\varepsilon_\theta = \frac{d\rho_d}{\rho_d} + \frac{d\alpha}{\alpha} = 0$,于是有:

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = -\frac{d\rho_d}{\rho_d} \tag{4}$$

式(1)、式(2)和式(4)就是体现宽板塑性弯曲变形3个重要特征的表达式。根据这3个表达式,就可以建立宽板塑性弯曲变薄的3种理论解。

2 理论求解

2.1 第一种解法

建立第一种理论解的依据是塑性弯曲变形体积不变和弯曲变形服从平面假设这2个特征,求解方法是将式(1)和式(2)联立求解。

将式(1)代入式(2),有:

$$\frac{(R^2 + r^2)dR - 2RrdR}{(R^2 + r^2)dr - 2RrdR} = \frac{R - \rho_d}{\rho_d - r}$$

从而得到

$$\frac{dR}{dr} = \frac{(R^2 + r^2)(R - \rho_d) + 2Rr(\rho_d - r)}{(R^2 + r^2)(\rho_d - r) + 2Rr(R - \rho_d)} \tag{5}$$

宽板弯曲成形时,随着弯曲变形程度(用 r/t_0 表示, t_0 为板料的初始厚度)的增加,内、外表面曲率半径 r 和 R 不断减小,所以式(5)中的 dR 和 dr 均为负值,而 dR/dr 则为正值。根据 dR/dr 值即可判断板材厚度的变化情况。即:

当 $|dR/dr| > 1$ 时,板材变薄;

当 $|dR/dr| < 1$ 时,板材变厚;

若 $|dR/dr| = 1$,则板材厚度不变。

由式(5)可知,为了计算 dR/dr ,必须先知道宽板弯曲应变增量中性层半径 ρ_d ,然后 ρ_d 将代入上述微分方程式(5),才能解得 dR/dr ,即宽板外表面曲率半径 R 随内表面曲率半径 r 变化的规律。

经推导得知,其弯曲应变增量中性层半径为^[6]:

$$\rho_d = \sqrt{Rr \left(1 + 2 \frac{dt}{t} \frac{\alpha}{d\alpha} \right)} \tag{6}$$

由式(5)可求得

$$\frac{(R^2 + r^2)dr - 2RrdR}{(R - r)(dR + dr)} + r = \rho_d$$

再将式(6)、式(1)及 $t = R - r$, $dt = dR - dr$ 代入上式可得

$$\frac{(R^2 + r^2)dr - 2RrdR + (Rr - r^2)(dR + dr)}{(R - r)(dR + dr)} = \sqrt{Rr \left(\frac{rdR - RdR}{rdR - RdR} \right)}, \text{ 此式可写为}$$

$$\frac{(R^2 + Rr) - (r^2 + Rr) \left(\frac{dR}{dr} \right)}{\sqrt{Rr}(R - r) \left(1 + \frac{dR}{dr} \right)} = \sqrt{\frac{r \frac{dR}{dr} - R}{r - R \frac{dR}{dr}}}, \quad (7)$$

式(7)系 $\frac{dR}{dr} = f(R, r)$ 的隐函数表达式, 如果已知内外半径 r 和 R , 用逐次逼近法即可求得 $\frac{dR}{dr}$ 。

如果将弯曲全过程分成 n 步, 从 $i = 0$ 至 $i = n-1$ 逐步计算, 即可求得整个弯曲过程中外表面半径 R 随内表面半径 r 变化的规律。

将每一步求得的 R_i 和 r_i 代入 $t_i = R_i - r_i$ 即可得到板料厚度 t 的变化规律。

再将求得的板厚 t_i 代入下式

$$\eta_i = \frac{t_i}{t_0} = \frac{R_i - r_i}{t_0}$$

即可求得变薄系数 η 随内表面半径 r 变化的规律。

由应变中性层半径 $\rho_c = \left(\frac{r}{t} + \frac{\eta}{2} \right) \eta t$ 和

$Kt = \rho_c - r = \frac{\eta^2 t}{2} - r(1 - \eta)$ 可知应变中性层内移系数 K ,

为 $K_i = \frac{\eta_i^2}{2} - \frac{r_i}{t_0}(1 - \eta_i)$ 。

据上述分析, 不难求得宽板在弯曲过程中任一时刻的 t, η, K 值及它们随内表面半径 r 变化的规律。

2.2 第二种解法

建立第二种理论解的依据是塑性弯曲变形体积不变和中性层处切向应变增量为 0 这 2 个特征, 求解方法是将式(1)和式(4)联立求解。

因式(1)与式(4)相等, 故有 $\frac{d\rho_d}{\rho_d} = \frac{2(RdR - rdr)}{R^2 - r^2}$,

从而求得

$$\frac{dR}{dr} = \frac{r}{R} + \frac{R^2 - r^2}{2R} \left(\frac{1}{\rho_d} \frac{d\rho_d}{dr} \right), \quad (8)$$

将应变增量中性层半径 ρ_d 及其微分 $d\rho_d$ 代入式(8), 求解微分方程, 即可求得 R 与 r 之间的关系。

因此, 由式(8)再结合上述“逐次逼近法”同样可求得宽板在弯曲过程中任一时刻的 t, η, K 值及它们随内表面半径 r 变化的规律。

2.3 第三种解法

建立第三种理论解的依据是在应变增量中性层处, 切向应变增量为 0 和弯曲变形服从平面假设这 2 个特征, 求解方法是将式(2)和式(4)联立求解。

将式(4)代入式(2)即得:

$$\frac{dR - R \frac{d\rho_d}{\rho_d}}{dr - r \frac{d\rho_d}{\rho_d}} = \frac{R - \rho_d}{r - \rho_d}, \quad (9)$$

从而求得

$$\frac{dR}{dr} = \frac{1}{r - \rho_d} \left[R - \rho_d - (R - r) \left(\frac{d\rho_d}{dr} \right) \right], \quad (10)$$

如前所述, 应变增量中性层半径 $\rho_d = \sqrt{Rr \left(\frac{rdR - RdR}{rdR - RdR} \right)}$,

将其代入式(10)并结合上述“逐次逼近法”也可求得宽板在弯曲过程中任一时刻的 t, η, K 值及它们随内表面半径 r 变化的规律。

5 结语

本文从宽板塑性弯曲变形时体积不变、平面变形假设和应变增量中性层处切向应变增量为 0 等变形特点出发, 提出了 3 种宽板塑性弯曲变薄的理论求解方法。此 3 种方法求解时采用了正确的边界条件, 从而建立了正确的宽板弯曲变薄理论, 对深入研究宽板弯曲成型和科学地制定弯曲工艺及模具设计具有重要的理论价值和实用意义。

参考文献:

- [1] 王祖唐, 张新泉. 金属塑性成形原理[M]. 北京: 机械工业出版社, 1989: 518-529.
Wang Zutang, Zhang Xinquan. Principles of Metal Plastic Forming[M]. Beijing: China Machine Press, 1989: 518-529.
- [2] 河合望. 应用塑性加工学[M]. 赖耿阳, 译. 台湾: 复汉出版社, 1980: 143-163.
He Hewang. Plastic Processing Applications[M]. Lai Gengyang Translated. Taiwan: Fu Han Press, 1980: 143-163.
- [3] Hill R. The Mathematical Theory of Plasticity[M]. Oxford: Oxford University Press, 1950: 312-317.
- [4] 彭炎荣, 江 莹, 段继承, 等. 理想塑性及线性硬化板料弯曲成形的变薄规律[J]. 塑性工程学报, 2003, 10(3): 22-25.
Peng Yanrong, Jiang Ying, Duan Jicheng, et al. Thinning Law of Ideal Plastic and Linear Hardening Sheet Bending[J]. Journal of Plasticity Engineering, 2003, 10(3): 22-25.

(下转第 33 页)