

压缩真空库中原子系统的偶极压缩特性

潘长宁, 赵学辉, 杨迪武

(湖南工业大学 理学院, 湖南 株洲 412008)

摘要: 运用密度算符方法并结合数值计算, 研究了处于压缩真空库中的原子系统的偶极压缩特性, 讨论了原子初始态、衰减常数 Γ 及压缩参量 r 对原子偶极压缩特性的影响, 并给出了相关结论。

关键词: 压缩真空库; 原子初态; 偶极压缩

中图分类号: O431.2

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2010)03-0034-03

Dipole Squeezing Properties of Atomic Systems in the Squeezed Vacuum Reservoir

Pan Changning, Zhao Xuehui, Yang Diwu

(School of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412008, China)

Abstract: The atomic squeezing properties in the squeezed vacuum reservoir are investigated by means of density operator approach and numerical calculations. The effects of atomic initial state, decay rate Γ and squeezed parameter r on the atomic dipole squeezing are discussed and some related conclusions are presented.

Keywords: squeezed vacuum reservoir; atomic initial state; dipole squeezing

0 引言

据已有研究结论可知, 光场的压缩效应不仅反映了光场的非经典特性, 而且由于压缩态光场的噪声低于最小量子极限, 所以其在光通讯、高精度测量及引力波检测等方面具有潜在的应用价值^[1]。自1976年 Yuen^[2]提出光场的压缩态概念后, 压缩光的产生一直受到人们的高度关注, 是量子光学领域最活跃的研究课题之一^[3]。Wall 等人^[4]在1981年将光场压缩的概念推广到原子系统, 给出了原子偶极压缩的概念, 并指出处于偶极压缩的二能级原子态可辐射出压缩光场。1987年, Knight 等人^[5]在单光子 Jaynes-Cummings 模型中, 证明了初始时处于偶极压缩状态的原子, 在一定的时刻将辐射出压缩态光场。

近年来, 人们对原子与相干光场作用体系、原子与叠加态光场作用系统和囚禁离子体系^[6-9]及 Kerr 介

质^[10]中原子的压缩特性进行了详细研究, 并得到了一些理论上的结论。不久前, 笔者对热库中原子系统的压缩进行了研究, 并揭示了一些有趣的物理现象^[11]。目前尚未见到关于原子与压缩真空库耦合后的压缩特性的分析报道, 然而, 当原子处于压缩真空库中时, 压缩真空库 (尤其是其压缩参量) 不可避免地会对原子的压缩状态产生影响。那么, 深入地研究压缩真空库中原子的压缩特性, 对研究压缩光的产生有着重要的意义。本文运用全量子理论中密度算符方法并结合数值计算, 研究了处于压缩真空库中的原子系统的偶极压缩特性。

1 压缩真空库中原子偶极压缩效应

为分析原子体系的偶极压缩特性, 可定义2个相互正交的偶极振幅分量算符^[3], 即:

收稿日期: 2010-01-19

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目(08JJ5036), 湖南省教育厅自然科学基金资助项目(09C314)

通信作者: 潘长宁(1976-), 男, 湖南新化人, 湖南工业大学讲师, 湖南大学博士研究生, 主要从事量子光学研究及物理教学,

E-mail: panchangning2000@sina.com

$$\begin{cases} \mathcal{S}_1 - \frac{1}{2}(\mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2) = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathcal{S}_2 = \frac{1}{2i}(\mathcal{S}_2 - \mathcal{S}_1) = \begin{bmatrix} 0 & -i/2 \\ i/2 & 0 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (1)$$

算符 $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$ 满足对易关系 $[\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2] = i\mathcal{S}_3$, 相应的海森堡不确定关系为 $(\Delta\mathcal{S}_1)(\Delta\mathcal{S}_2) > \frac{1}{4}|\langle\mathcal{S}_3\rangle|^2$, 且 $(\Delta\mathcal{S}_i)^2 = \langle\mathcal{S}_i^2\rangle - \langle\mathcal{S}_i\rangle^2$ 是原子算符 \mathcal{S}_i 的量子涨落。若存在某个态 $|\psi\rangle$, 使得 \mathcal{S}_i 的量子涨落满足 $(\Delta\mathcal{S}_i)^2 < \frac{1}{2}|\langle\mathcal{S}_3\rangle|$ ($i=1$ 或 2), 就说原子算符的量子涨落被压缩, 此时原子所处的态 $|\psi\rangle$ 称为原子压缩态。

考虑二能级原子与库场的相互作用, 在相互作用绘景中, 原子与库场耦合系统在旋波近似下的哈密顿量为^[12]:

$$H = \sum_k [g_k e^{i(\omega_k - \omega_0)t} |+\rangle\langle-| a_k + H.c.], \quad (2)$$

式中: $|+\rangle$ 和 $|-\rangle$ 分别为原子的激发态和基态;

ω_0 为二能级原子的本征跃迁频率;

a_k 为库中第 k 模光子的湮灭算符;

ω_k 为库中第 k 模光子的频率;

g_k 为库中 k 模光场与原子偶极共振相互作用的耦合常数。

当原子处于压缩真空库中时, 原子与库场相互作用。如果令库很大, 那么原子的状态与库场耦合随时间变化时, 库场本身的变化很小, 以致于可忽略库场本身的变化而认为其状态保持不变。且原子与库场作用时间很短, 远远小于原子自发辐射的衰减时间, 因此在马尔可夫近似下, 应用全量子理论可得如下密度矩阵的运动方程^[12], 即:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & -\frac{\Gamma}{2} \cosh^2(r) [\mathcal{S}_1 \rho - 2\mathcal{S}_1 \rho \mathcal{S}_1 + \rho \mathcal{S}_1 \mathcal{S}_1] - \\ & \frac{\Gamma}{2} \sinh^2(r) [\mathcal{S}_2 \rho - 2\mathcal{S}_2 \rho \mathcal{S}_2 + \rho \mathcal{S}_2 \mathcal{S}_2] \\ & \Gamma e^{-i\theta} \sinh(r) \cosh(r) \mathcal{S}_2 \rho \mathcal{S}_1 - \\ & \Gamma e^{i\theta} \sinh(r) \cosh(r) \mathcal{S}_1 \rho \mathcal{S}_2, \end{aligned} \quad (3)$$

式中: Γ 为原子的自发辐射衰减率;

$\mathcal{S}_\pm = |+\rangle\langle-|, \mathcal{S}_\mp = |-\rangle\langle+|$ 为原子的升、降算符;

r 为库场的压缩参量。

假设二能级原子初始时处于激发态 $|+\rangle$ 与基态 $|-\rangle$ 的叠加态, 即

$$|\psi_0\rangle = \cos(\theta/2)|+\rangle + \sin(\theta/2)e^{i\varphi}|-\rangle, \quad (4)$$

式中: $0 \leq \theta \leq \pi$; φ 为相对位相, 且 $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ 。

由约化密度算符的运动方程 (3) 并结合原子的初始状态, 可得任意时刻原子态的密度矩阵为:

$$\rho_t = \begin{bmatrix} \rho_{++} & \rho_{+-} \\ \rho_{-+} & \rho_{--} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中:

$$\begin{cases} \rho_{++} = \left\{ \frac{\sinh^2(r)}{A} [e^{A\Gamma t} - 1] + \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right\} e^{-A\Gamma t}, \\ \rho_{+-} = \left\{ \frac{\sinh^2(r)}{A} [e^{A\Gamma t} - 1] - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right\} e^{-A\Gamma t}, \\ \rho_{-+} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\varphi \left[e^{-i(\frac{A}{2} - \omega_0 B)\Gamma t} + i e^{-i(\frac{A}{2} - \omega_0 B)\Gamma t} \right], \\ \rho_{--} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\varphi \left[e^{i(\frac{A}{2} - \omega_0 B)\Gamma t} - i e^{i(\frac{A}{2} - \omega_0 B)\Gamma t} \right], \end{cases} \quad (6)$$

式中: $A = \cosh^2(r) + \sinh^2(r)$, $B = \sinh(r)\cosh(r)$ 。

由式 (6) 并通过简单的运算可得下列力学量在任意时刻 t 的期望值为:

$$\begin{cases} \langle\mathcal{S}_1\rangle = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\varphi e^{-\frac{A}{2}\Gamma t} \cdot \\ \quad \left(e^{-i\varphi} + i e^{i\varphi} + e^{-i\varphi} - i e^{i\varphi} \right) e^{i\theta\Gamma t}, \\ \langle\mathcal{S}_2\rangle = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\varphi e^{-\frac{A}{2}\Gamma t} \cdot \\ \quad \left(e^{i\varphi} + i e^{i\varphi} - e^{-i\varphi} + i e^{-i\varphi} \right) e^{i\theta\Gamma t}, \\ \langle\mathcal{S}_3\rangle = \left[\frac{\sinh^2(r)}{A} (e^{A\Gamma t} - 1) - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] e^{-A\Gamma t} - \frac{1}{2}, \\ \langle\mathcal{S}_1^2\rangle = \langle\mathcal{S}_2^2\rangle = \frac{1}{4}. \end{cases} \quad (7)$$

由定义得原子算符各正交分量的压缩函数为:

$$F_l = (\Delta\mathcal{S}_l)^2 - \frac{1}{2}|\langle\mathcal{S}_l\rangle| \quad (l=1,2). \quad (8)$$

实际上, F_1, F_2 分别对应原子偶极矩色散部分和吸收部分的压缩函数, 如果偶极矩某分量的压缩函数小于 0, 则该分量被压缩。为简单起见, 笔者只考虑偶极矩色散部分, 由以上计算不难得知, 描述原子偶极矩 \mathcal{S}_1 分量涨落的函数 F_1 随时间的演化规律为:

$$\begin{aligned} F_1 = & \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\varphi e^{-A\Gamma t} \cdot \\ & \left(e^{-i\varphi} + i e^{i\varphi} + e^{-i\varphi} - i e^{i\varphi} \right) e^{i\theta\Gamma t} - \\ & \frac{1}{2} \left[\frac{\sinh^2(r)}{A} (e^{A\Gamma t} - 1) + \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] e^{-A\Gamma t} - \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (9)$$

为更清楚地分析上述压缩真空库中原子的偶极压缩特性随时间的变化规律, 笔者应用数值计算方法生成了原子初始处于最大压缩态, 且 $\varphi=0, \pi$, 而衰减系数 Γ 和压缩参数 r 不同时, 式 (9) 所示原子偶极压缩函数 F_1 随时间的演化规律, 结果见图 1 和 2。

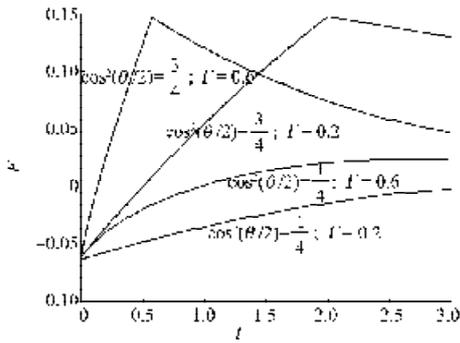


图1 压缩参数相同时原子压缩特性($r=0.2$)

Fig. 1 The atomic squeezing effects of the same squeezed parameters ($r=0.2$)

由图1知, 不管原子初始处于哪种最大压缩态, 偶极压缩效应都在有限时间内消失; 随着衰减系数 Γ 的增大消失得越快, 且没有回复现象。同时也可看出, 在其它参量相同时, 原子初始激发态粒子数布居多的(即 $\cos^2(\theta/2) = 3/4$)消失得更快。

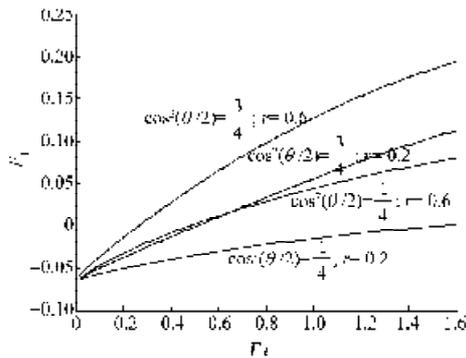


图2 衰减常数相同时原子压缩特性($\Gamma=0.2$)

Fig. 2 The atomic squeezing effects of the same decay rates ($\Gamma=0.2$)

由图2可知, 在相同初始条件下, 随着 r 减小, 处于压缩真空库中的原子偶极压缩效应消失得越慢。

图3描绘的是压缩常数 $r=0$, 衰减常数 $\Gamma=0.2$, 原子处于不同初始态时, 式(9)所示原子偶极压缩函数 F_1 随时间的演化规律。

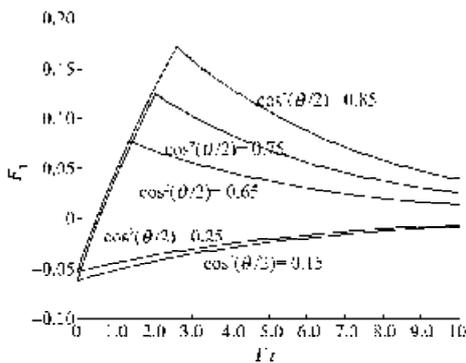


图3 原子不同初态的压缩特性

Fig. 3 The atomic squeezing effects of the different atomic initial states

由图3可知, 如果原子初始激发态的粒子布居几率小于基态(即 $0 < \cos^2(\theta/2) < 1/2$)时, 原子偶极压缩呈现出无限趋近于0的行为, 且永远不会消失; 反之, 当激发态的粒子布居几率大于基态($1/2 < \cos^2(\theta/2) < 1$)时, 不管压缩参量是否为0, 原子的偶极压缩效应总在有限的时间内消失, 且没有回复现象。

2 结语

本文研究了处于压缩真空库中的原子系统的偶极压缩特性, 讨论了不同原子初态($\cos^2(\theta/2)$ 不同)、衰减常数 Γ 及压缩参量 r 对原子偶极压缩特性的影响。从数值计算结果可知: 处于压缩真空库中的原子, 初始处于基态和激发态的叠加态时, 不管初始粒子布居怎么分布, 随着衰减常数 Γ 及压缩参量 r 的增大, 原子的偶极压缩效应消失得越快; 且当初时原子激发态的粒子布居几率大于基态($1/2 < \cos^2(\theta/2) < 1$)时, 偶极压缩效应消失得更快。然而, 当压缩参量 $r=0$ 时, 若初始原子激发态的粒子布居几率小于基态(即 $0 < \cos^2(\theta/2) < 1/2$)时, 原子偶极压缩函数值呈现出无限趋近于0的行为, 且永远不会消失; 反之, 当激发态的粒子布居几率大于基态($1/2 < \cos^2(\theta/2) < 1$)时, 不管压缩参量是否为0, 原子的偶极压缩效应总在有限时间内消失。

在以上讨论的物理情景中都没有出现压缩回复现象, 是因本文仅考虑原子与场的弱相互作用^[12], 因而原子对场的反作用忽略所致。

参考文献:

- [1] Walls D F. Squeezed States of Light[J]. Nature, 1983, 306(10): 141-143.
- [2] Yuen H P. Two-Photon Coherent States of the Radiation Field [J]. Phys. Rev. A, 1976, 13(6): 2226-2243.
- [3] Peng J S, Li G X. Introduction of Modern Quantum Optics [M]. Beijing: Science Press, 1996.
- [4] Walls D F, Zoller P. Reduced Quantum Fluctuations in Resonance Fluorescence[J]. Phys. Rev. Lett., 1981, 47(10): 709-711.
- [5] Wodkiewicz K, Knight P L, Buckle S J, et al. Squeezing and Superposition States[J]. Phys. Rev. A, 1987, 35(6): 2567-2577.
- [6] 范安铺, 王志伟, 孙年春. 与原子相互作用的相干光场的相位涨落和相干性的时间特性[J]. 物理学报, 1995, 44(4): 536-544.

Fan Anfu, Wang Zhiwei, Sun Nianchun. Time Characteristics of Phase Fluctuation and Coherence of A Coherent Field

(下转第46页)