

# 以应用引导大学数学教学

谢美华, 严奉霞, 赵 侠

(国防科学技术大学 理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 以高等院校数学专业课程“矩阵分析”的教学为例, 讨论了应用教学在大学数学教学中的地位。通过教学与科研工作的有机结合, 在适当地选取应用实例后, 可以通过“以问题引导教学”及“在理论教学中插入应用示例”两种方式提高学生学以致用的兴趣, 同时培养学生的自主思维能力和动手能力, 加深对所学知识的理解和运用。教学实践表明, 该方法能有效提高学生的学习兴趣, 避免在教学过程中出现学习疲劳的现象。

**关键词:** 大学数学; 问题引导; 应用示例

中图分类号: G642

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2010)01-0081-03

## Leading the Teaching of College Mathematics by Application

Xie Meihua, Yan Fengxia, Zhao Xia

(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Based on the teaching of Matrix Analysis, the status of application teaching in college mathematics education is discussed. By combining the teaching with scientific research and selecting proper application examples, adopts the methods of "Leading the teaching by problem" and "inserting application examples in theory teaching" to improve students' interests to apply what they learn and to train their independent thinking and hands-on abilities. The teaching practices show that this method can increase the students' interests of study and avoid the weary phenomena in studying.

**Keywords:** college mathematics; leading by problem; example of application

## 0 引言

大学数学课教学中最大的困惑在于, 学生通常对所学的课程感到枯燥乏味, 一味进行公式推导和逻辑推理让学生感到, 数学就象是在玩数字游戏, 很多学生在学习过程中会产生这样的疑惑——把数学问题用抽象的符号表达出来并进行相应的符号运算的确是美, 可是这种“唯美”究竟有没有实际意义, 如果老师在教学过程中对这一问题缺乏相应的引导, 就会使学生产生“数学无用”的错误认识<sup>[1]</sup>。因此, 在教学内容中添加应用部分的内容, 有效地引导学生理解数学的应用意义, 并以此提高学生的学习兴趣是数学课教学的重点和难点。

本文将以前高等院校数学专业课程《矩阵分析》的教学为例<sup>[2]</sup>, 结合作者的科研和教学经验, 从科研实践中提炼数学问题, 并将之嵌入到大学数学教学中, 讨论以应用引导大学数学教学的方式和重要性。

## 1 教学模式和教学策略

教学是一个多环节组成的复杂过程, 要在较短的时间内有效地使学生掌握更多的知识, 并在一定程度上对所学的知识进行展开、提升, 就需要教师充分地利用各种教学手段, 采用符合教学规律、适合本课程特点、面向高年级的教学模式和策略。

对于大学数学课程的教学而言, 可从以下几个方

收稿日期: 2009-09-17

通信作者: 谢美华(1976-), 女, 湖南宁乡人, 国防科学技术大学副教授, 博士, 主要从事大学数学教学和应用数学研究工作,

E-mail: xmhdjh@163.com

面考虑采用相应的教学策略。

### 1.1 注重开发应用实例<sup>[1,3]</sup>

学生从自己的知识面出发,很难对课程的作用有整体上的把握,在竞争日益激烈的信息时代,学生的学习通常需要和实践挂钩。一旦一门课程让学生感到枯燥、乏味、脱离实际之时,该门课程也就失去了原有的意义。由于数学课通常是一种高度抽象、讲究严格的逻辑推理的课程,因而最容易让学生产生这种不好的感觉。要避免这种情况的出现,就必须由老师结合自己的所学,为学生补充更多的课外知识,进行合理的引导,让学生明确地感到学有所用。这些应用实例的开发来自于教师平时的科研实践和知识积累。作为应用数学的教员,一般的教师都或多或少地承担着一些科研课题,这些课题一方面需要我们利用所学的数学知识进行研究,另一方面也给了我们很多来自科研实践的例子。在这种应用背景和理论知识相互促进的情况下,老师较容易就会对所用的相关数学知识有更深地认识,这种认识如果能够通过深入浅出的方式有效地应用到教学实践中,无疑可以很好地提高学生的学习兴趣。

### 1.2 采用多种教学方式<sup>[4-5]</sup>

应用式教学除了要有较好的应用实例以外,还要将这些应用实例形象地表现出来,这就需要开发多种教学手段,特别是加强计算机辅助教学的作用。很多应用实例仅仅通过板书或是口头讲解都很难形象地表达,这时,老师可以借助计算机和现有的数学软件(如MATHCAD、MATLAB、MATHEMATIC)等进行现场演示,使教学过程更加生动、形象、活泼,教学内容更加直观、新颖。教员还可以通过校园网络教学,开发小小的讨论园地,给与学生学习、思考和相互进步的空间。

### 1.3 给学生锻炼的机会

为了进一步加强学生对所学内容的认识,教员可以进一步发掘一些学生有能力、有兴趣去做的小课题,给学生锻炼的机会。这可以部分地取代课后作业,作为第二种形式的作业分配给学生,让学生以组为单位形成相应的研究报告,这种作业形式对高年级的学生尤其适用。

## 2 教学示例

一般而言,以应用引导教学可以分成2种模式。

模式一,以问题引导教学,即先提出问题,然后围绕问题的解决展开教学,达到有目的的教学。该方法能有效地引导学生进行自主思维,提高学生的学习兴趣,达到引人入胜的目的。

模式二,在理论教学中插入应用示例,即先讲述理论知识,然后举出恰当的应用例子,以加深学生对

知识的理解与灵活运用。

下面以数学专业课程《矩阵分析》的教学为例,讨论如何利用这2种教学模式来引导数学教学。

### 2.1 以问题引导教学

《矩阵分析》是应用数学中一门很重要的课程,它和解方程有着千丝万缕的联系,一般老师在讲授这门课程时通常以线性方程组的求解为例来引入问题,这个例子对于引进问题和理解问题有较大的帮助。但是,由于老师在讲授这一问题时往往忽视了问题产生的科学背景,而只从简单的数学例子着手进行讲解,因此对学生的吸引力是有限的,而且对于培养学生解决较复杂的科学问题缺乏引导。我们认为,将科研实践中所提炼出来的科学问题,较好地运用到教学实践中去更能培养学生思考问题、解决问题的能力,也能加深学生对所学知识的理解。下面将数字图像处理问题引进到《矩阵分析》的教学中<sup>[6]</sup>。

数字图像一般可以用1个矩阵表示为 $u(x,y)$ ,其中函数 $u(x,y)$ 的取值为图像在坐标为 $(x,y)$ 的像素点处的灰度值,一般取值在 $[0,255]$ 之间, $(x,y)$ 表示像素点坐标, $x$ 为竖直方向, $y$ 为水平方向, $M$ 、 $N$ 为图像沿 $x$ 方向与 $y$ 方向的尺寸。显然,这是一个 $M \times N$ 的矩阵,其成像模型可相应地写成一个线性方程组

$$f = Hu + \varepsilon, \quad (1)$$

其中: $f$ 、 $u$ 、 $\varepsilon \in R^L$  ( $L=M \times N$ 是图像像素点个数)分别是观测图像、原始图像和加性噪声按列拉长所得到的向量;

$H$ 是由空间退化因素生成的降质矩阵。

图像处理中最常见的图像复原问题就是根据式(1)和退化图像 $f$ 估计出清晰图像 $u$ ,也就是解方程(1)的问题。这显然是一个直接与矩阵分析的课程内容相关的实例。在教学过程中,可以从以下的角度引导学生自主地思考矩阵分析中所涉及的相应内容。

方程(1)往往是一个病态问题,因此在求解时必须考虑“病态性”问题,即要考虑以下几个方面的问题:

1) 方程的病态性分析,该问题涉及《矩阵分析》中矩阵的扰动性分析、主成分分析等内容。

2) 病态方程的求解方法,该问题涉及《矩阵分析》中病态问题求解的总体最小二乘方法、梯度分析与最优化等内容。

3) 病态方程的解的唯一性、稳定性分析,该问题涉及到《矩阵分析》中的广义逆矩阵方面的内容。

因此,在教学过程中,以问题1)为切入点,可以引发学生思考矩阵分析中较多方面的内容,进而可以围绕这些问题引导学生一步一步解开心中的疑惑,从而较好地抓住学生具有强烈的好奇心这一点,有效地提高教学效果。

## 2.2 在理论教学中插入应用示例

引导教学模式比较适用于教学内容的宏观掌握, 并启发学生进行自主思考。对于具体知识的深化, 较大程度上要依赖于第二种模式。

如在《矩阵分析》的教学中, 矩阵的奇异值分解是很重要的内容, 但是很多学生在学完该部分内容后会发生疑问——这种奇异值分解究竟有何意义? 这时, 可以通过下例启发学生。

**教学示例** 奇异值分解可用于科研实践中的图像压缩问题。

假定一幅图像有  $n \times n$  个像素点, 如果将这  $n^2$  个像素一起传送, 往往会显得数据量太大。因此, 我们希望能够改为传送另外一些比较少的数据, 并且在接受端能够利用这些数据重构原图像。

不妨用  $n \times n$  矩阵  $A$  表示要传送的原  $n \times n$  个像素。假定对矩阵  $A$  进行奇异值分解, 得到  $A=U\Sigma V^T$ , 其中奇异值按照从大到小的顺序排列。如果从中选择  $k$  个大奇异值以及与这些奇异值相对应的左、右奇异向量逼近原图像, 便可以共使用  $k(2n+1)$  个数值代替原来的  $n \times n$  个图像数据。这  $k(2n+1)$  个被选择的新数据是矩阵  $A$  的前  $k$  个奇异值、 $n \times n$  左奇异向量矩阵  $U$  的前  $k$  列和  $n \times n$  右奇异向量矩阵  $V$  的前  $k$  列的元素。

比例  $r = \frac{n^2}{k(2n+1)}$  称为图像的压缩比。显然, 当图像确实包含较多的小奇异值时, 采用这种方法可以大大降低传输量。

当然, 也可以通过线性方程的求解问题来阐述奇异值分解的意义。

## 2.3 教学效果

我们在大学三年级数学专业《矩阵分析》课程的教学实践中, 同时采用了上述2种教学模式。其中, 模式一在第一堂课上得到了应用, 获得了较好的反响, 学生对于该门课程的期望值一下子就提高了, 下课后很多同学还就这些问题积极地与老师进行交流。

模式二在奇异值分解一课上也得到了应用, 举例后, 学生对于该堂课的教学内容认识更深刻了, 部分学生甚至在下课后作了一些小实验, 验证了课堂学习的内容。

## 3 结语

面向应用, 以应用带动教学的教学模式较好地改变了数学课程枯燥乏味的现状, 较大程度上提高了学生的学习兴趣, 同时, 也培养了学生主动解决问题的实践能力和逆向思维能力。

### 参考文献:

- [1] 杨孝平, 许春根. 加强直观性和应用性教学提高大学数学教育质量[J]. 大学数学, 2006, 22(6): 1-3.  
Yang Xiaoping, Xu Chungen. Enhancing the Intuitionistic and Application Teaching to Improve the Quality of College Mathematics Teaching[J]. College Mathematics, 2006, 22(6): 1-3.
- [2] 黄有度, 狄成恩, 朱士信. 矩阵论及其应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2002.  
Huang Youdu, Di Chengen, Zhu Shixin. Matrix Theory and Its Applications[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2002.
- [3] 王宪杰. 增加应用实例的比例有利于高等数学教学效果的进一步提高[J]. 大学数学, 2008, 24(1): 24-25.  
Wang Xianjie. Proportion of the Increased Examples of Application Making for Further Raising Higher Mathematics Teaching Effects[J]. College Mathematics, 2008, 24(1): 24-25.
- [4] 王 霞. “再创造”教学策略的应用[J]. 大学数学, 2005, 21(5): 21-24.  
Wang Xia. The Use of Create Again Teaching and Studying Tactics[J]. College Mathematics, 2005, 21(5): 21-24.
- [5] 黄光东, 陈振国. 数学基础课教学中加强学生应用数学能力培养的探索[J]. 中国地质教育, 2005, 14(2): 30-32.  
Huang Guangdong, Chen Zhenguo. On the Cultivation of the Students' Ability of Using Mathematical Knowledge in Basic Mathematics Teaching[J]. Chinese Geological Education, 2005, 14(2): 30-32.
- [6] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.  
Zhang Xianda. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.

(责任编辑: 张亦静)