

滑模变结构控制在机械臂跟踪轨迹控制中的应用

林国英, 李光, 艾志浩

(湖南工业大学, 湖南 株洲 412008)

摘要: 针对滑模变结构控制中存在的抖动现象, 通过调整控制律设计了一种新的抑制抖动的滑模变结构控制方法。该控制方法与常规滑模变结构法、饱和函数法相比, 不仅满足了平滑控制量的要求, 而且较饱和函数法控制精度高。仿真实例验证了该设计方法的正确性。

关键词: 跟踪轨迹控制; 机械臂; 滑模控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1673-9833(2007)05-0080-05

Application of Sliding Mode Control in the Tracking Control of Manipulator

Lin Guoying, Li Guang, Ai Zhihao

(Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412008, China)

Abstract: A new sliding mode control method which can smooth out the chattering was presented by regulating the control law. Compared with normal control method and saturation control, this control law satisfies the smoothness control requirement as well as the control accuracy, which is higher than saturation control. Simulation results prove the validity of the new method.

Key words: tracking control; manipulator; sliding mode control

滑模变结构控制, 是一种处理具有不确定性的非线性系统的控制方法, 具有算法简单、抗干扰性能好及容易在线实现等优点, 因此, 这种控制方法适用于非线性多变量控制对象^[1-4]。同时, 滑模变结构方法对系统的参数摄动及外部干扰具有很强的鲁棒性, 但这种鲁棒性是通过控制量的高频抖动换来的, 这就是滑模变结构控制系统中的抖振现象, 它轻则会引起执行部件的机械磨损, 重则会激励未建模的高频动态响应, 而使控制失效^[5,6]。国内外学者已经提出了一些解决方法, 其中常用的是在滑动流形附近引入一边界层, 采用饱和函数代替开关函数, 这种方法可以有效地抑制抖振。本文基于滑模控制理论, 提出一种新的抑制抖振的方法—— δ 控制法。以两连杆关节机械臂^[7]为例, 进行了存在不确定载荷时的轨迹跟踪问题仿真研究, 通过对常规滑模变结构控制方法、饱和函数法及本文所提出的 δ 控制法进行仿真分析。结果表明, δ 控制

法不仅能满足平滑控制要求, 而且跟踪性能良好。

1 二连杆机械手动力学模型的建立

机械手结构示意图如图1所示。

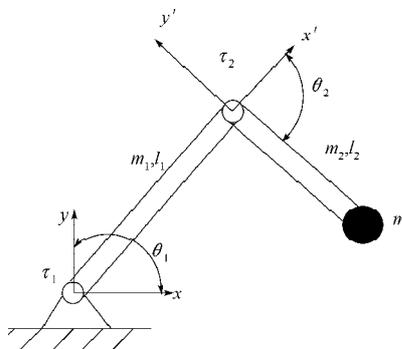


图1 二连杆机械手的结构示意图

Fig. 1 Structure graph of the two-link manipulator

收稿日期: 2007-08-10

基金项目: 湖南省教育厅科研基金资助重点项目(05A048)

作者简介: 林国英(1983-), 女, 江西抚洲人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为包装机械设计理论与控制技术。

图1中, m_1, l_1, m_2, l_2 分别是等截面匀质连杆1、2的质量和长度, m_p 为固连在连杆2端点的集中质量, θ_1, θ_2 为连杆转角, τ_1, τ_2 是关节驱动力矩, g 为重力加速度。令 $\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$, 则二连杆机械臂的动力学模型

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(m_1 l_1^2 + (m_2 + m_p) l_2^2) + (m_2 + m_p) \times (l_1^2 + l_1 l_2 \cos \theta_2) & (m_2 + m_p) \left(\frac{1}{3} l_2^2 + \frac{1}{2} l_1 l_2 \cos \theta_2 \right) \\ (m_2 + m_p) \left(\frac{1}{3} l_2^2 + \frac{1}{2} l_1 l_2 \cos \theta_2 \right) & \frac{1}{3} (m_2 + m_p) l_2^2 \end{bmatrix};$$

$C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$ 是二维向心力和科里奥利力矩 (是 2×2 的矩阵), 且 $C = \begin{bmatrix} h\dot{\theta}_2 & h(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ -h\dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix}$,

$$g = \frac{\partial U}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial U}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} m_1 g l_1 \cos \theta_1 + (m_2 + m_p) g \times \left[l_1 \cos \theta_1 + \frac{1}{2} l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \right] \\ (m_2 + m_p) g \left[\frac{1}{2} l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \right] \end{bmatrix}$$

$$\text{为: } H(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = \tau, \quad (1)$$

式(1)是通计算二连杆系统的总能量, 代入拉格朗日方程所得。其中, H 是 2×2 的机械手惯性矩阵 (它是对称正定的)。且

$$h = -\frac{1}{2} l_1 l_2 (m_2 + m_p) \sin \theta_2;$$

$g(\theta)$ 是二维重力矩, 且

2 滑模控制器的设计

方程式(1)是一个复杂的时变非线性系统, 其中端点负载 m_p 是在一定范围内变化的不确定量。对于这样的复杂控制系统, 要对其跟踪轨迹控制, 可以采用多种方法^[8]。本文采用滑模变结构控制来实现。

2.1 传统的滑模控制器设计

首先定义向量 s 为:

$$s = \dot{\theta} + \Lambda \tilde{\theta} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_r, \quad (2)$$

式(2)表示位置误差与速度误差之和, 其中: Λ 是对称正定矩阵; $\tilde{\theta} = \theta - \theta_d$; $\dot{\theta}_r = \dot{\theta}_d - \Lambda \tilde{\theta}$ 。

定义 Lyapunov 函数为:

$$V(t) = \frac{1}{2} [s^T H s]. \quad (4)$$

求导得: $\dot{V}(t) = s^T (H\ddot{\theta} - \dot{H}\dot{\theta}_r) + \frac{1}{2} s^T \dot{H} s$ 。

由动力学方程(1)可得:

$$H\ddot{\theta} = \tau - C\dot{\theta} - g = \tau - C(s + \dot{\theta}_r) - g, \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)得:

$$\dot{V}(t) = s^T (\tau - H\ddot{\theta}_r - C\dot{\theta}_r - g), \quad (7)$$

这里的矩阵 $(\dot{H} - 2C)$ 是反对称矩阵, 消去了 $\frac{1}{2} s^T \dot{H} s$ 。

取控制律 τ 的形式为:

$$\tau = \hat{\tau} - k \operatorname{sgn}(s), \quad (8)$$

其中 $\hat{\tau}$ 是使得 $\dot{V}=0$ 的控制输入, 这里 $\hat{\tau}$ 为:

$$\hat{\tau} = \hat{H}\ddot{\theta}_r + \hat{C}\dot{\theta}_r + \hat{g}, \quad (9)$$

对于给定的建模误差 \tilde{H} 、 \tilde{C} 和 \tilde{g} 的界, 这里

$$\tilde{H} = \hat{H} - H, \quad \tilde{C} = \hat{C} - C, \quad \tilde{g} = \hat{g} - g.$$

选择向量 k 的分量为

$$k_i \geq \left[\tilde{H}(\theta)\ddot{\theta}_r + \tilde{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_r + \tilde{g}(\theta) \right]_i + \eta_i, \quad (10)$$

式(10)中的常数 η_i 是严格正的, 其中 $i=1,2$ 。利用控制律(8)和条件(10), 可得:

$$\dot{V}(t) \leq -\sum_{i=1}^2 \eta_i |s_i|.$$

所以 $V(t)$ 正定、 $\dot{V}(t)$ 负定, 系统满足李雅普诺夫稳定。上面的滑动条件保证了在有限时间内到达曲面 $s=0$, 且轨线一旦到达曲面就将一直停留在曲面上, 因此这些轨线指数趋于期望轨迹。

2.2 改进型滑模控制器设计

从上面的分析可以看出, 结构控制方法对于系统参数变化和外部扰动有很强的鲁棒性, 但也存在系统抖动的问题。产生抖动的主要原因是由于切换系统存在惯性, 故变结构系统在不同的控制逻辑间切换时无法准确地发生在切换面上。

滑模变结构的稳态是在系统进入滑模状态的时候得到的, 要加快系统的响应速度, 就是要加快系统进入滑模面的时间。此外, 就是要寻找控制规律来消除变结构控制中的抖动现象。为了抑制滑模变结构符号函数控制规律控制出现的抖动现象, 下面对滑模变结构的控制规律进行改进。

改进方法一

将式(8)中的符号函数 $\operatorname{sgn}(s)$ 替换为饱和函数 $\operatorname{sat}(s/\varphi)$, 即控制规律为:

$$\tau = \hat{\tau} - k \operatorname{sat}(s/\varphi), \quad (11)$$

式(11)中 φ 为边界层厚度, 这里是添加了一修正项, 本质上是添加一个低通滤波器结构到变元 s 的局部动态中, 从而消除振动。

改进方法二

将符号函数 $\text{sgn}(s)$ 替换为 $\frac{s}{|s|+\delta}$, 则系统的控制规律可写为:

$$\tau = \hat{\tau} - ws - k \left(\frac{s}{|s|+\delta} \right) \quad (12)$$

在式(12)中, 增加了一个权值 w , 目的是为了高系统的响应速度, 同样, 也可以在符号函数与饱和函数控制规律中增加。同理可以证得上述两系统满足李雅普诺夫稳定。

3 仿真分析

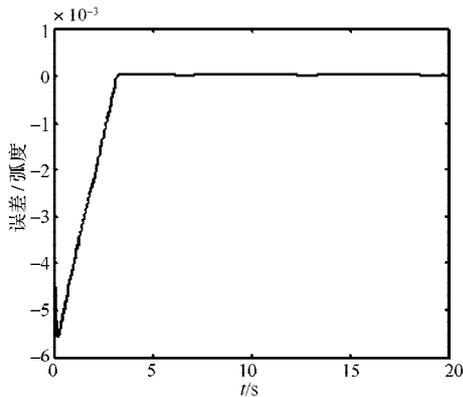
二连杆机械臂参数数据见表1。

表1 机械臂的参数

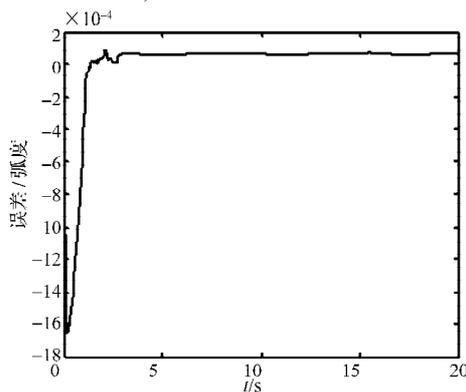
Table 1 the parameters of the two-link manipulator

m_1/kg	l_1/m	m_2/kg	l_2/m	m_p/kg
7 000	$4\sqrt{2}$	5 000	$3\sqrt{2}$	1 500

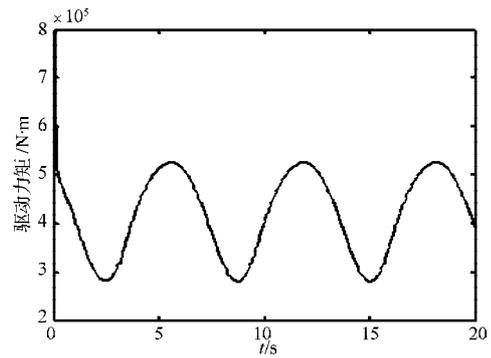
此处要求端点载荷绕点(6, 1)作半径为1的圆运动, 即轨迹方程为 $(x-6)^2+(y-1)^2=1$ 。取初始角度, $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$; $\theta_2 = -\frac{\pi}{2}$; 其它相关控制参数为: 在常规滑模变结构控制法中, 取 $\Lambda = \text{diag}(20, 20)$, $\eta_1 = \eta_2 = 0.01$; 在饱和函数法中, 取 $\Lambda = \text{diag}(20, 20)$, $\eta_1 = \eta_2 = 0.01, \varphi_1 = \varphi_2 = 0.05$; 而在 δ 控制法中, 取 $\Lambda = \text{diag}(20, 20)$, $\eta_1 = \eta_2 = 0.01, \delta = 0.01, w=400$ 。各方法的实验仿真结果见图2~4。



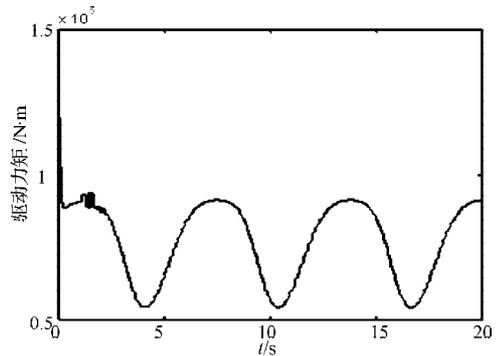
a) 关节1跟踪误差



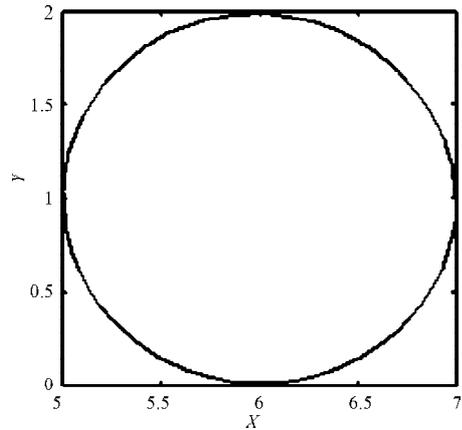
b) 关节2跟踪误差



c) 关节1驱动力矩

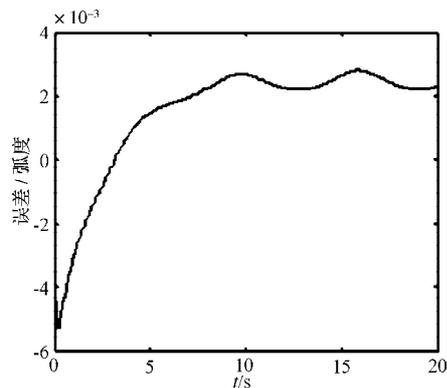


d) 关节2驱动力矩

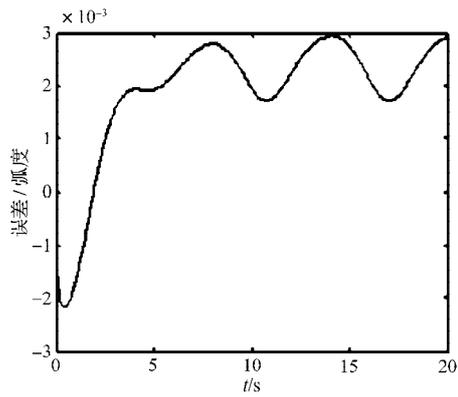


e) 轨迹圆

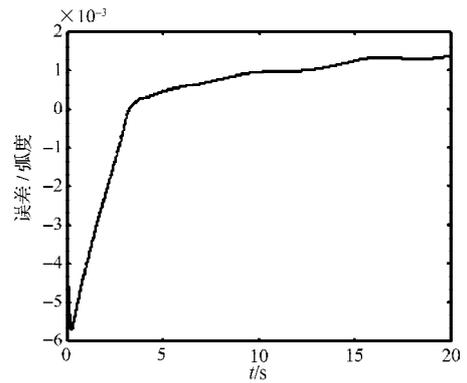
图2 常规滑模变结构法仿真结果图 ($m_p = 0.9 \hat{m}_p$)
Fig. 2 Simulation result with normal sliding mode control ($m_p = 0.9 \hat{m}_p$)



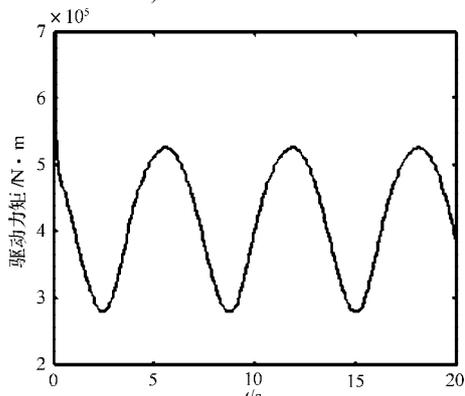
a) 关节1跟踪误差



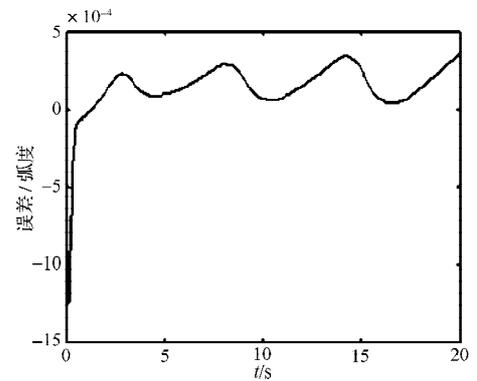
b) 关节 2 跟踪误差



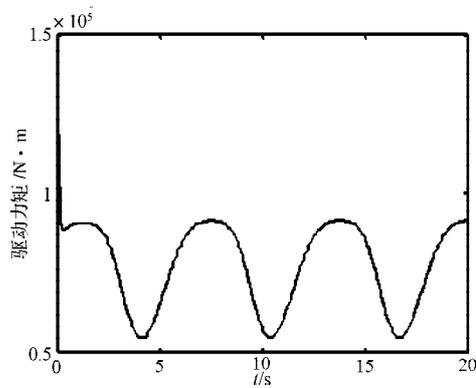
a) 关节 1 跟踪误差



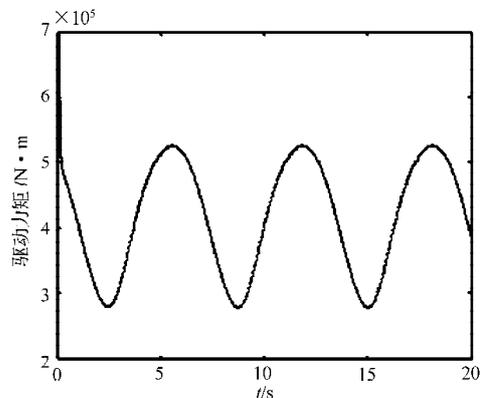
c) 关节 1 驱动力矩



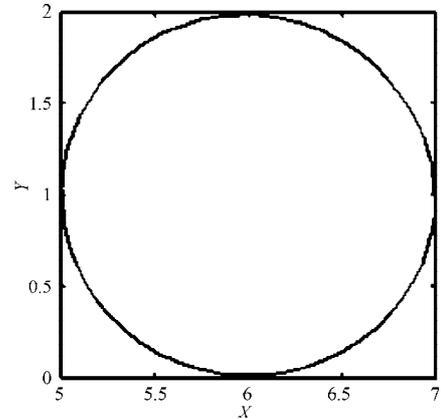
b) 关节 2 跟踪误差



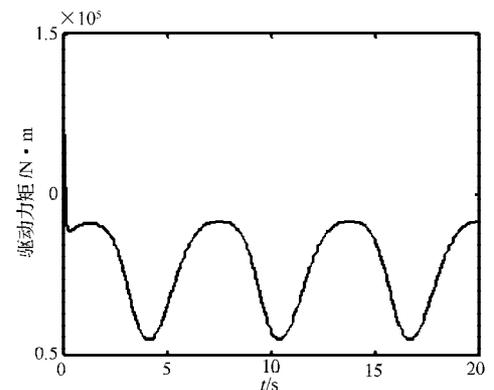
d) 关节 2 驱动力矩



c) 关节 1 驱动力矩



e) 轨迹圆



d) 关节 2 驱动力矩

图 3 饱和函数法仿真结果图($m_p=0.9 \hat{m}_p$)

Fig. 3 Simulation result with saturation function sliding mode control ($m_p=0.9 \hat{m}_p$)

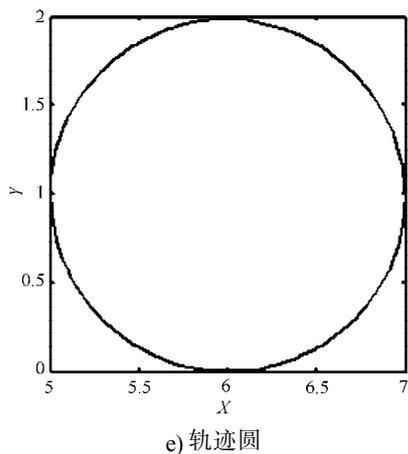


图4 控制法仿真结果图($m_p=0.9 \hat{m}_p$)

Fig. 4 Simulation result with delta sliding mode control ($m_p=0.9 \hat{m}_p$)

图2为常规滑模变结构控制法的仿真结果,从图中可以看出,其跟踪性能好,经过3s后误差基本趋于零。但从力矩图可看出,高的控制精度是在高频颤振控制输入下得到的,这样就增大了控制的难度,这是我们极不希望出现的。因为它要求的控制功率极高,并且可能进一步激发在建模中被忽略的高频动态。

图3和图4分别为饱和函数法和 δ 控制法的仿真结果。从图中可以看出,饱和函数与 δ 控制法,虽然跟踪精度比常规法略低,但是也能满足控制的精度要求。饱和函数的两个关节跟踪误差都保持在 2.5×10^{-3} 内, δ 控制法中关节1的跟踪误差保持在 1.0×10^{-3} 范围内,关节2的跟踪误差保持在 2.0×10^{-4} 范围内。而从控制力矩图上可以看出,这两种改进后的控制力矩是通过使用光滑控制规律得到的。因此,通过3种控制方法的仿真结果对比,表明改进后的控制规律在一定程度上消除了抖动,同时控制的精度也能达到一定的要求。这样,从本质调整控制规律达到了跟踪精度与未建模动态的鲁棒性之间的一个权衡。此外,改进方法二(δ 控制法)相比于改进方法一具有更明显的优

势,在同样能满足平滑控制要求的条件下,控制精度也比饱和函数法高。

4 结论

本文通过改变滑模控制的控制规律,设计了一种新的抑制抖动的控制方法,并将其应用于复杂的非线性系统——二连杆机械臂的跟踪控制中。通过与常规滑模变结构法、饱和函数法的仿真对比,结果表明:饱和函数虽然也能达到抑制抖动现象的要求,但是其跟踪精度相对降低;而本文所提出的控制设计方案,在满足了滑模控制中平滑控制输入,减少控制抖动特性的同时,也较饱和函数的控制精度高。

参考文献:

- [1] 胡跃明. 变结构控制理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [2] 曾克俭, 李光. 时变边界层滑模控制在多连杆机械手的应用[J]. 机械与电子, 2007(2): 3-5.
- [3] Zak S H, Hui S. On variable structure output feedback controllers for uncertain dynamical systems[J]. IEEE Trans. on Auto. Contr., 1993, 38(10): 1509-1512.
- [4] 张昌凡, 何静. 滑模变结构的智能控制理论与应用研究[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 29-32.
- [5] Jean-Jacques ESlotine, Weiping Li. 应用非线性控制[M]. 程代展译. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [6] Li Guang, Amir Khajepour. Robust control of a hydraulically driven flexible arm using backstepping technique [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 280: 763-765.
- [7] Khorrami Farshad, Jain Sandeep. Nonlinear control with end-point acceleration feedback for a two-link flexible manipulator; Experimental results[J]. Journal of Robotic Systems, 1993, 10(4): 505-530.
- [8] 戈新生, 姜兵利, 刘延柱. 空间刚柔性机械臂动力学模型与轨迹跟踪控制[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(4): 606-608.