

基于局部邻域信息的 Contourlet 变换域图像去噪

谭 兮, 张学毅

(湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412008)

摘要: 分析了 Contourlet 变换系数间的统计特性, 提出了一种新的基于 Contourlet 变换的图像去噪算法。这种算法考虑相邻 Contourlet 系数间的相关性, 认为某一位置“干净”的 Contourlet 系数不仅与这一位置本身的含噪系数有关, 也与其周围邻域的含噪系数有关。实验结果表明, 所提出的算法不仅能得到较满意的“线形结构”, 而且也能获得比现有方法更高的信噪比。

关键词: 小波; Contourlet 变换; 图像去噪; 非参数估计

中图分类号: TP751

文献标识码: A

文章编号: 1673-9833(2007)04-0088-05

Image Denoising Based on Local Information in the Contourlet Variable Domain

Tan Xi, Zhang Xueyi

(School of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412008, China)

Abstract: We analyze the statistical property of Contourlet coefficients and propose a new image denoising algorithm. The new algorithm takes into account the dependent property of Contourlet coefficients, and assumes that a noise-free coefficient is not only related to the corresponding noise coefficient but also those in its local neighborhood. Experiments demonstrate the new denoising algorithm can recover the line-type structure well and produce higher PSNR than the existing algorithms.

Key words: wavelet transform; Contourlet transform; images denoising; non-parameter estimation

0 引言

Contourlet 变换是一种新的二维函数表示方法, 能有效处理二维函数中的“线奇异”, 已被成功应用于图像处理等领域。Contourlet 变换用于图像去噪时, 有比 wavelet 变换更好的“线形结构”保护特性。然而, 现有去噪算法一般假设 Contourlet 系数是相互独立的, 这与 Contourlet 变换是一种冗余变换的事实并不相符。

变换域图像去噪本质上是一个函数的非线性逼近问题。对于观察序列

$$y_k = \theta_k + \sigma_n z_k \quad (k=1, \dots, n), \quad (1)$$

现在要估计 $\{\theta_k, k=1, \dots, n\}$ 。式(1)中, $\{z_k\}$ 是独立同分布的高斯白噪声序列。对于这样的估计问题, 存在如下的“理想风险”^[1]

$$\mathfrak{R}(\theta, \sigma) = \sum_i \min(\theta_i^2, \sigma_n^2), \quad (2)$$

理想风险是任何 $\{\theta_k\}$ 的估计子的均方误差所不能达到的理想下界。式(2)清楚地表明, 对于变换域图像去噪, 好的非线性逼近性能自然对应着低的理想风险。

寻求客观事物的“稀疏”表示方法一直是计算机视觉、数学、数据压缩等领域的专家学者的研究目标。对于含“点奇异”的一维信号, 小波能达到“最优”的非线性逼近阶, 而在处理二维或者更高维含“线奇异”的信号时, 虽然由一维小波张成的高维小波基在逼近性能上要优于三角基, 却也不能达到理想的最优逼近阶。小波变换的不足使人们开始寻求更好的非线性逼近工具^[2-4], Contourlet 变换就在这样的背景下应运而生。

由于具有好的非线性逼近性能, Contourlet 变换

已经被成功地应用于图像处理。特别是, Contourlet 变换用于图像去噪时表现出一种优良的“线型结构”保持特性: 含噪图像中线型边缘能得到较好的恢复^[2]。而这一点, 正是基于小波变换的图像去噪算法所不具有的。为方便处理, 基于 Contourlet 变换的图像去噪算法一般假定系数间是相互独立的。与正交小波变换不同, Contourlet 变换是一种冗余因子为 1.3 的冗余变换, 因此, 其系数独立的假设显然不成立。本文讨论了自然图像的 Contourlet 系数的统计特性, 并发展了一种新的基于局部邻域信息的 Contourlet 变换图像去噪算法, 这种算法在计算“干净” Contourlet 系数时也考虑了其周围系数的影响。实验结果表明, 这种基于领域信息的去噪算法比普通的基于阈值的去噪算法有更好的视觉效果, 并且能获得更高的峰值信噪比。

1 Contourlet 变换

根据生理学家对人类视觉系统的研究, 一种“最优”的图像表示方法应该具有如下特征^[5, 6]:

1) 多分辨特征: 能够对图像从粗分辨率到细分辨率进行连续逼近, 即“带通”性;

2) 局域性: 在空域和频域, 这种表示方法的“基”应该是“局部”的;

3) 方向性: 其“基”应该具有多“方向”性。

由一维小波张成的二维可分离小波基只具有有限方向, 即水平、垂直和对角, 多方向性的缺乏是其不能“最优”表示具有线或者面奇异的高维函数的重要原因。而具有线或面奇异的函数在高维空间中非常普遍, 例如, 自然物体光滑边界使得自然图像的不连续性往往体现为光滑曲线上的奇异性, 而并不仅仅是点奇异。小波分析的不足, 使人们开始从不同角度出发, 试图寻找比小波更好的“稀疏”表示工具。

Contourlet 变换也称塔型方向滤波器组 (PDFB, pyramidal directional filter bank), 由 M. N. Do 和 Martin Vetterli 在 2002 年提出^[7]。这是一种“真正”多分辨的、局域的、方向的图像表示方法。

Contourlet 变换继承了 Curvelet 变换的各向异性尺度关系, 因此, 在一定意义上可以认为是 Curvelet 变换的另一种实现方式。Contourlet 基的支撑区间具有随着尺度而长宽比变化的“长条形”结构。Contourlet 变换将多尺度分析和方向分析分拆来进行, 首先由 LP (Laplacian pyramid) 变换对图像进行多尺度分解, 以“捕获”点奇异, 接着, 由方向滤波器组 (DFB, directional filter bank) 将分布在同方向上的奇异点合成为一个系数^[8-11], 如图 1 所示。Contourlet 变换的最终结果是用类似于线段的基结构来逼近原图像, 这也是所以称之为 Contourlet 变换的原因。

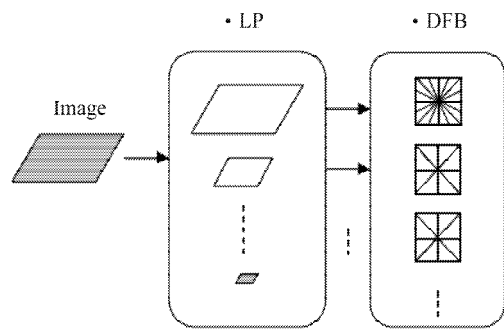


图 1 Contourlet 变换示意图

Fig. 1 Overview of the Contourlet transform

在文献[9]中, M. N. Do 用框架理论和过采样滤波器组研究了 LP 分解, 结果表明用正交滤波器组来实现的 LP 分解算法是一个框架界为 1 的紧框架。在 Contourlet 变换中, M. N. Do 使用对称于前向分解算子的对偶框架算子来实现最优线性重构^[2]。完全重构的方向滤波器组由 Bamberger 和 Smith 在文献[12]中提出。DFB 对图像进行 l 层树状结构分解, 在每一层将频域分解成 2^l 个子带, 每个子带呈楔型, 如图 2 所示。

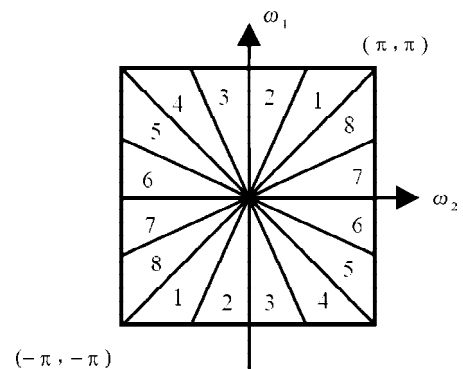


图 2 方向滤波器组对频域的楔型剖分

Fig. 2 Wedge-type partition of frequency domain of directional filter band

在文献[9]、[11]中, M. N. Do 提出了一种新的方向滤波器组实现方法, 这种方法使用扇型结构的共轭镜像滤波器组, 以避免对输入信号的调制, 同时, 将 l 层树状结构的方向滤波器变换成 2^l 个并行通道的结构。图像的 LP 分解连续的对其带通图像进行子带分解, 当对这些带通子带应用方向滤波器组时, 便能有效地“捕获”方向信息。

LP 分解和 DFB 都具有完全重构特性, 显然, 由其组合而成的 PDFB 也能实现完全重构, 并且 PDFB 与 LP 分解有相同的冗余度: 1.33。Contourlet 变换每一尺度上的方向数目是前一尺度的 2 倍。图 3 给出了 Boat 图像的 Contourlet 分解 (3 层 LP 分解)。

Contourlet 变换的一个重要特点是其具有类似于 Curvelet 变换的各向异性尺度关系。事实上, 在塔型结

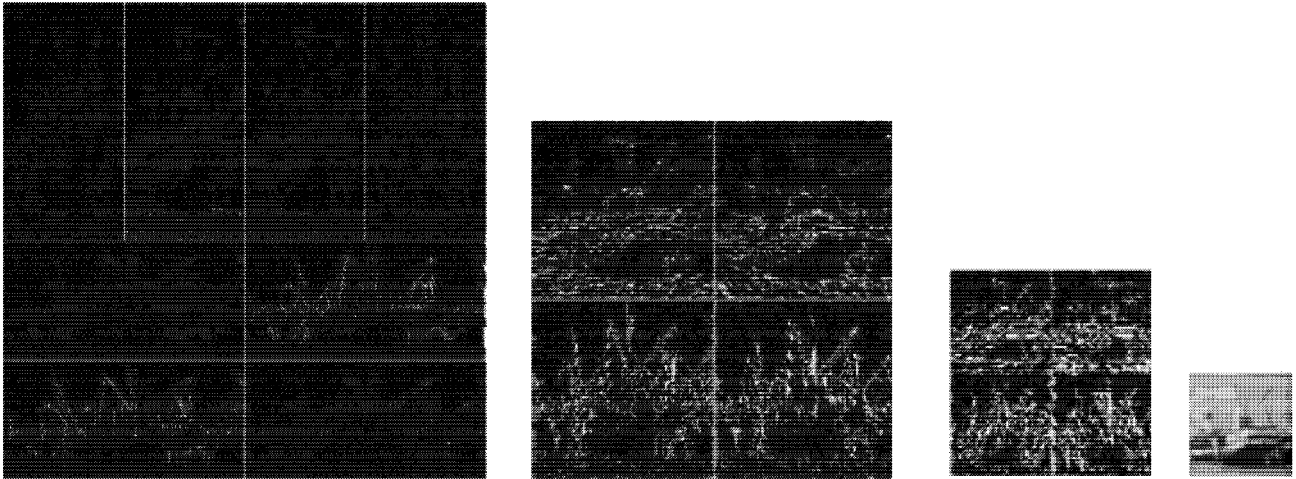


图3 Boat图像Contourlet分解

Fig. 3 Contourlet decomposition of Boat image

构的第 j 层, 图像的PDFB分解总的效果相当于基函数具有如下的支撑区间:

$$\text{width} \approx 2^j, \quad \text{length} \sim 2^{j/2}. \quad (3)$$

对于二维分片光滑函数类, Contourlet变换比小波变换有更好的非线性逼近能力。事实上, 对分片光滑函数类, 小波变换和傅立叶变换的非线性逼近阶只能达到 $O(M^{-1})$ 和 $O(M^{-1/2})$, 而Contourlet变换的 M 项非线性逼近误差为^[2]:

$$\epsilon[M] = \|f - f_M^{\text{Contourlet}}\|^2 \leq CM^{-2} (\log M)^3. \quad (4)$$

2 基于Contourlet变换的图像去噪算法

2.1 阈值去噪

经典的阈值去噪算法一般假设系数间是相互独立的: 将Contourlet系数逐一与预先设定的阈值进行比较, 如果系数的幅值大于阈值, 则保留; 若小于阈值, 则置为零。阈值去噪算法是利用信号能量集中于少数变换系数的特点, 该方法也称缩减法(Shrinkage), 最早由Donoho等人提出^[13], 分软阈值和硬阈值法。软阈值方法为:

$$W_\delta = \begin{cases} \text{sgn}(W)(|W| - \delta), & |W| \geq \delta, \\ 0, & |W| < \delta, \end{cases} \quad (5)$$

硬阈值方法为:

$$W_\delta = \begin{cases} W, & |W| \geq \delta, \\ 0, & |W| < \delta, \end{cases} \quad (6)$$

其中: W 表示变换系数; δ 表示所选择的阈值。

在实际应用中, 往往简单设定阈值 $\delta = 3\sigma_n$ 便可得到满意的去噪效果。

2.2 基于局部邻域信息的去噪算法

如前所述, Contourlet变换是一种冗余因子为1.33的冗余变换, 系数间显然是非独立的。尽管基于

Contourlet变换的阈值去噪算法能获得较理想的效果^[1], 为更进一步提高性能, 还必须考虑系数间的这种非独立性。换言之, 应该用局部邻域中小波系数的“综合”信息来确定系数的取舍, 而不只是单单依赖于其本身幅值的大小。下面将提出一种基于局部邻域信息的Contourlet域图像去噪算法, 这种去噪算法比经典的阈值算法在性能上有显著的提升。

假设噪声图像满足模型

$$Y_l = X_l + \sigma_n \epsilon_l, \quad (7)$$

式中: X_l 是干净图像; ϵ_l 是标准差为1的加性Gaussian白噪声, 即 $\epsilon_l \sim N(\vec{0}, I_N)$, 其中 N 为图像的维, I_N 表示单位矩阵。首先, 应用Contourlet变换算子 \mathbb{W} 于噪声图像 Y_l , 得到噪声Contourlet变换系数 Y 满足

$$Y = \mathbb{W}Y_l = \mathbb{W}X_l + \sigma_n \mathbb{W}\epsilon_l = X + \epsilon, \quad (8)$$

其中 $\epsilon \sim N(\vec{0}, \rho_\epsilon)$, ρ_ϵ 是噪声项的协方差矩阵。

基于Contourlet变换的图像去噪就是要从含噪声系数 Y 估计干净系数 X , 从而获得原始图像 X_l 的估计。

尽管Contourlet变换是一种线性变换(如式(8)所示), 白噪声的Contourlet系数随位置的不同而有明显差异, 即 ρ_ϵ 的对角线上的元素显著不同, 这一点与小波变换的性质完全不同。对于正交小波变换, ρ_ϵ 具有 $\rho_\epsilon = \sigma_n I_N$ 的形式。考虑局部邻域信息的图像去噪, 实际上要解决2个问题: 首先要确定Contourlet系数在不同位置时的噪声水平; 其次要根据噪声水平与局部邻域中的“综合”信号能量来估计干净系数。

对于前一问题, 可以用Monte-Carlo方法估计每一点的噪声方差: 随机给定标准白噪声图像 N 次, 设其经Contourlet变换后生成的系数矩阵为:

$$\{Y^{(i)}; i = 1, 2, \dots, N\},$$

则有无偏估计 $I_N(f_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i(Y^{(i)})$,

其中: f_i 为某确定函数;

$$\text{方差} \text{var}(I_N(f_i)) = \frac{\sigma_{f_i}^2}{N},$$

$$\sigma_{f_i}^2 \triangleq E(f_i(Y)) - I^2(f_i) < +\infty.$$

根据大数定理, 有 $I_N(f_i) \rightarrow I(f_i), (N \rightarrow +\infty, a.s.)$ 。当 f_i 为恒等算子 I 时, $I_N(f_i)$ 即为系数矩阵 Y 的期望。所求 Contourlet 系数噪声水平为 $NVAR = \text{var}(I_N(f_i))$, 称其为噪声方差矩阵。对 $M \times M$ 的图象, 对应的“噪声方差矩阵”为 $1.33M \times M$ 维。 $NVAR$ 矩阵中的每个元素对应于标准高斯白噪声经 Contourlet 变换后每一系数的噪声方差。

现在先将噪声图像分解为 Conterlet 系数, 如式 (8) 所示。将所得噪声系数 Y 进行归一化处理

$$Y' = Y/NVAR, \quad (9)$$

再在每一分辨率水平 $j = j_0, \dots, J-1$ 下, 将系数 Y' 剖分为非重叠的、长度为 L 的局部邻域。令 (jb) 表示在分辨率水平 j 下, 第 b 个邻域中系数位置的集合:

$$(jb) = \{(j, k) : (b-1)L + 1 \leq k \leq bL\}, \quad (10)$$

并令 $S_{(j,b)}^2$ 表示邻域 (jb) 中归一化噪声系数的能量和。在每一邻域 (jb) , 用 James-Stein 规则估计系数

$$x_{jk}^{(jb)} = \max \left(0, \frac{S_{(j,p)}^2 - \lambda L \sigma_n^2}{S_{(j,p)}^2} \right) y_{jk}', \quad (11)$$

于是, 可以得到干净小波系数 X 的估计

$$X = X' \cdot NVAR, \quad (12)$$

其中 X' 表示所有 $x_{jk}^{(jb)}$ 的集合。

利用 Contourlet 反变换, 就能得到原始图像的估计。

3 仿真实验

为检验本文提出的基于局部邻域信息的 Contourlet 域图像去噪算法的有效性, 下面给出几个图像去噪的实例。

实验中所用图像为标准测试图像: Boat, Lena 和 House, 其中 Boat 和 Lena 大小为 512×512 , House 大小为 256×256 ; 3 者均为 255 级灰度水平, 含噪图像由原图叠加不同噪声水平的高斯白噪声而成。实验中所用去噪算法包括: 基于正交小波变换的硬阈算法 (DWT, 滤波器为 Symlet-8); 基于 Contourlet 变换的硬阈算法; 基于局部邻域信息的 Contourlet 域图像去噪算法。另外, 测试了一种基于尺度间相关性的 Contourlet 域去噪算法, 这种算法最初由 Simoncelli 等在小波去噪的研究中引入^[14]。表 1 给出了不同噪声水平下的实验结果 (PSNR)。

从表 1 不难看出, 对于各种噪声水平, 正交小波变换的 PSNR 值均低于其它方法, 而基于局部邻域信息的 Contourlet 域图像去噪算法要明显好于其它几种算法。例如, 对于 Boat 图像, 在噪声水平为 20 时, 基于正交小波变换的硬阈算法比基于 Contourlet 变换的硬阈算法大约低 0.3 dB 左右, 而后者又比基于局部邻域信息的 Contourlet 域图像去噪算法低 0.51 dB。

表 1 去噪性能比较 (PSNR)

Table 1 Comparison of denoising performance

去噪方法	Lena				Boat				House			
	10	20	30	50	10	20	30	50	10	20	30	50
小波硬阈	31.01	28.04	26.18	23.13	29.46	26.20	24.48	22.30	30.66	27.08	25.16	22.94
Contourlet 硬阈	31.48	28.38	26.44	23.94	29.55	26.50	24.88	22.68	30.96	27.69	25.72	23.15
Contourlet 尺度间相关	31.65	28.57	26.69	24.23	29.90	26.85	25.07	22.93	31.28	28.00	25.93	23.59
Contourlet 局部邻域	31.99	28.81	26.98	24.77	30.13	27.01	25.37	23.35	31.52	28.16	26.29	23.87

图 4 给出了噪声水平为 20 时的去噪图像。在图 4b) 中, 由正交小波得到的去噪图像存在点状“振铃效应” (也称伪 Gibbs 现象), 在边缘处表现得尤其明显, 且边界模糊; 与正交小波不同, Contourlet 变换所得结果呈现一种线状的“振铃效应”, 如图 4c), 4d) 所示。这与所用变换的基或框架元素的支撑区间形状有关: 2-D 小波变换由 1-D 小波所张成, 基的支撑区间呈正方形, 并随着尺度的增大而逐渐趋于点状; 而 Contourlet 的支撑区间呈长条型。值得注意的是, 用 Contourlet 变换所得结果不仅 PSNR 值比正交小波要高, 更重要的是

不存在边界模糊的现象。

4 结论

本文提出了一种新的 Contourlet 图像去噪算法, 这种算法考虑了 Contourlet 系数间的非独立性, 认为对噪声系数的处理除了考虑其本身的幅值大小外, 还需考虑其局部邻域系数的影响。实验结果充分验证了本文提出的算法不仅能得到较满意的“线形结构”, 而且也能获得比现有方法更高的信噪比。

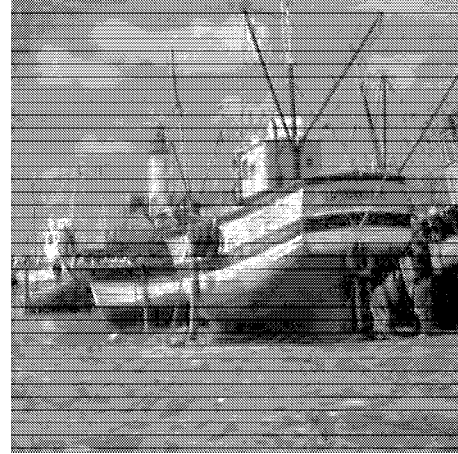
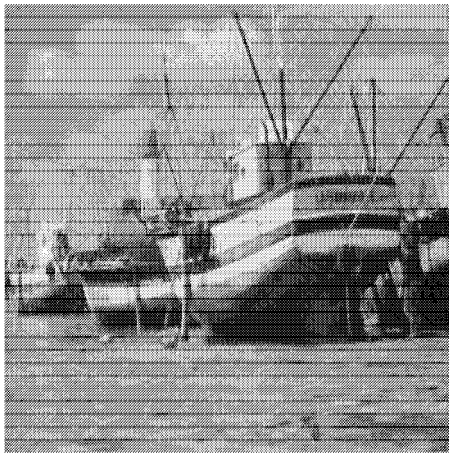
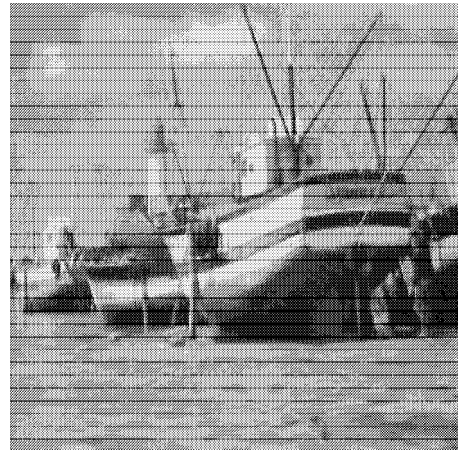
a) 含噪图像, $PSNR=22.069$ dBb) 正交小波硬阈去噪结果, $PSNR=26.20$ dBc) Contourlet 硬阈去噪结果, $PSNR=26.50$ dBd) 基于局部领域信息的Contourlet去噪结果,
 $PSNR=27.01$ dB

图4 各种去噪方法的视觉比较(噪声标准差为20)

Fig. 4 Visual comparison of different denoising methods (at the noise standard distance 20)

参考文献:

- [1] Joinstone I M. Wavelets and the theory of non-parametric function estimation[J]. Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 1999, 357: 2475-2493.
- [2] Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2005, 14: 2091-2106.
- [3] Donoho D L. Wedgelets: nearly-minimax estimation of edges [J]. Ann. Statist., 1999, 27: 859-897.
- [4] Pennec E L, Mallat S. Image compression with geometrical wavelets[C]// In Proc. of ICIP'2000. Vancouver: [s. n.], 2000: 661-664.
- [5] Olshausen B A, Field D J. Emergence of simple-cell receptive field properties by learning a sparse code for natural images [J]. Nature, 1996, 381: 607-609.
- [6] Donoho D L, Flesia A G. Can Recent Innovations in Harmonic Analysis Explain Key Findings in Natural Image Statistics [J]. Network: Computation in Neural Systems, 2001, 12: 371-393.
- [7] Do M N, Vetterli M. Contourlets[M]. New York: Academic Press, 2003.
- [8] Burt P J, Adelson E H. The Laplacian pyramid as a compact image code[J]. IEEE Trans. Communication, 1983, 31: 532-540.
- [9] Do M N. Directional Multiresolution Image Representations [D]. Lausanne, Switzerland: Swiss Federal Institute of Technology, 2001.
- [10] Do M N, Vetterli M. Framing pyramids[J]. IEEE Trans. Signal Proc, 2003, 51: 2329-2342.
- [11] Do M N, Vetterli M. Pyramidal directional filter banks and curvelets[C]// Proc. IEEE Int. Conf. on Image Proc. Greece: [s. n.], 2001: 158-161.
- [12] Bamberger R H, Smith M J T. A filter bank for the directional decomposition of images: Theory and design[J]. IEEE Trans, 1992, 40: 882-893.
- [13] Donoho D, Johnstone I. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81: 425-455.
- [14] Simoncelli E P. Bayesian denoising of visual images in the wavelet domain[M]. New York: Springer-Verlag, 1999.