

条件量子相位门的腔 QED 实现

蔡建武

(湖南工业大学 师专校区 物理系, 湖南 株洲 412007)

摘要: 利用单模场和一个 Λ -型三能级原子实现二量子比特的条件量子相位门 (CQPG), 量子信息编码在单模场的 FOCK 态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 及 Λ -型三能级原子的 2 个亚稳态 $|g\rangle$ 和 $|g'\rangle$ 上。相位门的实现既不需要其它腔模, 也不需要其它原子来纠缠 2 个量子比特, 只要求腔模频率与对应的原子能级跃迁共振耦合。因此, 这一方案比过去已报道的大多数方案要简单。

关键词: 条件量子相位门; 单模腔场; Λ -型三能级原子; 共振耦合

中图分类号: O413.3

文献标识码: A

文章编号: 1673-9833(2007)04-0048-03

Realization on Conditional Quantum Phase Gate Via Cavity QED

Cai Jianwu

(Department of Physics, Teacher College Campus, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: One of the simplest scheme of two-qubit conditional quantum phase gate (CQPG) via a single-mode cavity and a single Λ -type three-level atom have been proposed. The quantum information is encoded on the fock states $|0\rangle$ and $|1\rangle$ of the single-mode cavity and the atomic metastable ground states $|g\rangle$ and $|g'\rangle$ of the Λ -type three-level atom. The scheme does not need neither an assistant cavity mode nor an assistant atom to entangle the two qubits of the CQPG, which only requires the resonant coupling between the atomic transition and the cavity mode, so it is much simpler than most of the schemes reported in the past.

Key words: conditional quantum phase gate; single mode cavity; Λ -type three-level atom; resonant coupling

0 引言

近 10 多年来, 量子计算机引起了物理学工作者的广泛兴趣, 因为它具有传统计算机不可比拟的优越性, 能以更高的速度解决一些计算问题, 如: 大数因子的分解^[1]和超大数据库中的信息搜索^[2]。由于任何量子么正量子操作都可分解为一系列的单量子比特的旋转操作和二比特的控制非门 (CNOT) 的操作, 而控制非门的操作又可分解为单比特门的 Hadmard 变换和控制相位门 (也叫条件相位门) 的操作^[3], 因此, 设计量子计算机的任务就约化为寻找合适的物理系统实现二量子比特的控制相位门。这里的量子比特是指一个双态物理系统, 2 个量子态分别用 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 表示。条

件量子相位门的作用是当控制比特和目标比特都处于 $|1\rangle$ 态时, 目标比特的输出态实现输入态的相位反转; 而当控制比特和目标比特处于其它 3 种组合态中的任何一个状态时, 输出态都与输入态相同, 即:

$$\begin{aligned} |0\rangle|0\rangle &\rightarrow |0\rangle|0\rangle, & |0\rangle|1\rangle &\rightarrow |0\rangle|1\rangle, \\ |1\rangle|0\rangle &\rightarrow |1\rangle|0\rangle, & |1\rangle|1\rangle &\rightarrow -|1\rangle|1\rangle. \end{aligned}$$

许多学者已经研究了 10 余个系统, 提出了量子逻辑门 (包括控制非门和控制相位门) 的囚禁离子方案、液态核磁共振方案^[3-15]、线性光学元件方案、固态量子点方案、依辛链方案和腔 QED 方案等。这些方案中有些已经在实验中实现, 但由于普遍存在着扩展性困难和退相干的问题, 因此, 到目前为止, 仍不能确定哪

收稿日期: 2007-07-08

基金项目: 湖南省教育厅基金资助项目 (06C080)

作者简介: 蔡建武 (1963-), 男, 湖南长沙人, 湖南工业大学副教授, 博士, 主要从事量子信息和量子计算的研究。

个系统会成为未来量子计算机的物理基础,那么,寻找合适的物理系统实现量子计算机仍是量子信息和量子计算研究的首要任务。虽然腔QED系统也存在着不易扩展和退相干的困难,但由于理论和技術上的成熟,它仍得到了众多理论和实验工作者的青睐。

2004年,Asoka Biswas等人提出了一个与众不同的条件量子相位门的方案^[11]。方案中将一个 Λ -型三能级原子射入双模腔中,量子信息分别编码在一个腔模的FOCK态和原子的2个亚稳态上,从而实现腔模比特和原子比特间的条件量子相位门。此方案非常有意义,但它有2个缺点:1)它需要一个腔模作辅助比特;2)要求不同的腔模频率与对应的原子跃迁频率有不同的大失谐量。

为克服上述方案的缺点,选择一个 Λ -型三能级原子,并将其射入单模量子腔中,调节单模腔的频率,使其与对应的原子能级跃迁共振耦合,经过一个拉比振荡后,可实现条件量子相位门。计算表明:在一定的耗散条件下,仍可以0.865的成功概率和接近于1(0.994)的保真度产生最大纠缠态。

1 理想条件下量子相位门的实现方案

将一个 Λ -型三能级原子射入单模量子腔中,单模腔场与原子能级跃迁 $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ 共振耦合,如图1所示。

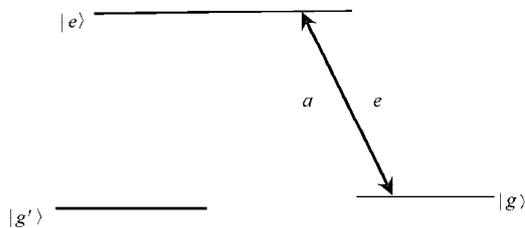


图1 Λ -型三能级原子与单模光场耦合示意图
Fig. 1 Configuration of the Λ -type three level atom coupled to the single mode cavity

选择原子的2个亚稳态 $|g'\rangle$ 和 $|g\rangle$,分别表示目标比特的 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$,腔模的真空态和单光子态分别表示控制比特的 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 。

在不考虑系统耗的理想条件下,在相互作用表象中和旋波近似条件下,此系统的哈密顿量可以写作:

$$H_I = \varepsilon (|g\rangle\langle e|a^\dagger + |e\rangle\langle g|a), \quad (1)$$

式中: ε 表示腔模与对应原子能级跃迁的耦合强度; a^\dagger/a 表示单模光场光子的产生/湮灭算符。

如果初始时刻原子处于 $|g\rangle$ 态、而腔模场处于单光子态 $|1\rangle$,利用式(1)中的哈密顿量和schrodinger方程可求得系统态矢的时间演化规律如下:

$$|\Psi(t)\rangle = \cos \varepsilon t |1\rangle|g\rangle + \sin \varepsilon t |0\rangle|e\rangle,$$

在时刻 $t = \frac{\pi}{\varepsilon}$,系统将处于态 $|\Psi\left(\frac{\pi}{\varepsilon}\right)\rangle = -|g\rangle|1\rangle$,输出态

实现初态的相位反转。而当腔模初始处于真空态 $|0\rangle$ 、原子无论处于 $|g\rangle$ 或 $|e\rangle$ 态,或者腔模处于单光子态 $|1\rangle$,而原子处于亚稳态 $|g'\rangle$,原子与光场退耦合,在任何时刻,输出态将保持输入态不变。这样就可实现条件量子相位门的操作 $|0\rangle|g'\rangle \rightarrow |0\rangle|g'\rangle$,

$$|0\rangle|g\rangle \rightarrow |0\rangle|g\rangle, \quad |1\rangle|g'\rangle \rightarrow |1\rangle|g'\rangle。$$

2 耗散条件下条件量子相位门的实现

上述中的腔QED系统主要有2个耗散源:一个是与腔的品质因素相关的腔内光场的衰减(光子的泄露);另一个是原子的自发辐射。这2个耗散都将引起系统的退相干,把系统从纯态演化为混合态,导致量子信息的丢失和量子计算的出错。一般在设计量子逻辑门的过程中,普遍采用高品质的光腔,以减少腔的泄露而导致的耗散;另一方面,尽可能利用原子的亚稳态来编码量子信息,同时利用“虚激发”技术,减少原子在激发态停留的时间,从而降低自发辐射的影响。现在考虑这2个耗散因素对上述方案的影响。

在没有检测到因腔镜的泄露或因原子自发辐射而产生的光子的条件下,系统的演化将由下述条件哈密顿量支配:

$$H_{I\text{cond}} = \varepsilon (|g\rangle\langle e|a^\dagger + |e\rangle\langle g|a) - i\frac{1}{2}\kappa a^\dagger a - i\frac{1}{2}\Gamma|e\rangle\langle e|,$$

式中: κ 为腔的泄露率; Γ 为原子的自发辐射率。

如果腔的原子初使分别处于 $|1\rangle$ 和 $|g\rangle$ 态,那么,求得系统的时间演化如下:

$$|\Psi_{\text{cond}}(t)\rangle = C_1(t)|1\rangle|g\rangle + C_2(t)|0\rangle|e\rangle,$$

其中:

$$C_1(t) = \frac{1}{2}e^{-\nu t/2} [(1+\alpha)e^{i\Omega t/2} + (1-\alpha)e^{-i\Omega t/2}];$$

$$C_2(t) = \frac{1}{2}e^{-\nu t/2} [(\alpha^2-1)e^{i\Omega t/2} + (1-\alpha^2)e^{-i\Omega t/2}];$$

$$\text{且: } \nu = \frac{\kappa+\Gamma}{2}; \quad \alpha = \frac{\kappa-i\nu}{2g}; \quad \Omega = \sqrt{4\varepsilon^2 - (\kappa-\Gamma)^2/4}。$$

另一方面,当腔处于态 $|1\rangle$ 、原子处于态 $|g'\rangle$,腔与原子间退耦合,仅仅由于其泄露而衰减,将按规律 $|\Psi_{\text{cond}}(t)\rangle = e^{-\kappa t/2}|1\rangle|g'\rangle$ 演化;而当腔处于真空态 $|0\rangle$,原子处于态 $|g'\rangle$ 或 $|g\rangle$,系统将始终保持不变。

正如文献[15]中那样,令 $\kappa = \Gamma = 0.1\varepsilon, t = \pi/\varepsilon$,可以得到

$$|0\rangle|g'\rangle \rightarrow |0\rangle|g'\rangle, \quad |0\rangle|g\rangle \rightarrow |0\rangle|g\rangle,$$

$$|1\rangle|g'\rangle \rightarrow e^{-\pi/20}|1\rangle|g'\rangle, \quad |1\rangle|g\rangle \rightarrow -e^{-\pi/20}|1\rangle|g\rangle。$$

这与文献[16]中得到的结果一致。此外,当输入态

$$\frac{|0\rangle+|1\rangle(|g\rangle+|g'\rangle)}{2}$$

时,经过时间 $t = \pi/\varepsilon$ 后,理想条件下

$$|\Psi_a\rangle = \frac{1}{2} [|0\rangle(|g'\rangle+|g\rangle) + |1\rangle(|g'\rangle-|g\rangle)],$$

而在上述耗散条件下,可得到结果

$$|\Psi_{\text{cond}}\rangle = \beta \left[|0\rangle(|g'\rangle+|g\rangle) + e^{-\frac{\pi}{20}} |1\rangle(|g'\rangle-|g\rangle) \right],$$

其中: $\beta = \sqrt{1/2(1+e^{-\pi/10})}$ 。

因此,保真度可由 $F = |\langle \Psi_{\text{cond}} | \Psi_a \rangle|^2 = 0.994$ 给出,

而成功概率为 $P = \frac{1}{2}(1+e^{-\pi/10}) = 0.865$ 。

3 结束语

量子逻辑门的设计是量子计算研究的一个基本任务。利用一个三能级原子与单模腔相互作用,可以实现腔模比特与原子比特间的条件量子相位门。本方案中采取了共振耦合技术,没有采用常规的“虚激发”技术,在腔的品质因素不是很高,且考虑原子的自发辐射等系统耗散条件下,该系统仍可以接近于1的保真度和以0.864的成功概率制备最大纠缠态。与文献[16]相比,不需要辅助原子或辅助腔模,故,本方案比文献[16]中的方案更简单。鉴于光学比特及原子比特的制备与测量在实验中已经实现,因此,本文提出的方案在实验中有望实现。

参考文献:

- [1] Shor P W. Algorithms for Quantum Computer Computation: Discrete Logarithms and Factoring[C]/Los Alamitos CA. 1994 _in proceedings of 35th annual symposium on the foundation of computer science. New York: IEEE Computer society Press, 1994: 124.
- [2] Deutsch D, Jozsa R. Rapid Solution of Problems by Quantum Computation[J]. Proc. R. Soc. Lond. Ser. A, 1992, 439:

553-558.

- [3] Sleator T, Weinfurter H. Realizable Universal Quantum Logic Gates Pysi[J]. Rev. Lett., 1995, 74: 4087-4090.
- [4] QIN T, GAO K L. A Robust Scheme for Two-Qubit Grover Quantum Search Algorithm Based on the Motional and Internal States of a Single Cold Trapped Ion[J]. Chin. Phys. Lett., 2003, 20 (11): 1910-1912.
- [5] You J Q, Nori F. Quantum information processing with superconducting qubits in a microwave field[J]. Phys. Rev. B, 2003, 68: 064509-064514.
- [6] Cerf N J, Adami C, Kwiat P G. Optical simulation of quantum logic[J]. Phys. Rev. A, 1998, 57: 1477-1480.
- [7] YANG K Y, ZHU S L, WANG Z D. Universal Quantum Gates Based on Both Geometric and Dynamic Phases in Quantum Dots[J]. Chin. Phys. Lett., 2003, 20 (7): 991-995.
- [8] GAO T, YAN F L, WANG Z X. Probabilistic Cloning and Quantum Computation[J]. Chin. Phys. Lett., 2004, 21 (6): 995-998.
- [9] Wang X B, Keiji Matsumoto. Erratum: Nonadiabatic Conditional Geometric Phase Shift with NMR[J]. Phys. Rev. Lett., 2002, 88: 179901-179904.
- [10] Garcia-Maraver R, Corbalán R, Eckert K, et al. Cavity QED quantum phase gates for a single longitudinal mode of the intracavity field[J]. Phys. Rev. A, 2004, 70: 62324-623328.
- [11] CAI J W, FANG M F, LIAO X P, et al. A Scheme of Conditional Quantum Phase Gate for Dissipative Cavity QED System[J]. Commun. Theor. Phys. (Beijing, China), 2006, 46 (6): 983-986.
- [12] Asoka Biswas, Agarwal G S. Quantum logic gates using Stark-shifted Raman transitions in a cavity[J]. Phys. Rev. A, 2004, 69: 062306-062310.
- [13] Lund A P, Ralph T C. Coherent-state linear optical quantum computing gates using simplified diagonal superposition resource states[J]. Phys. Rev. A, 2005, 71: 032305-032308.
- [14] Zhu S L, Wang Z D. Universal quantum gates based on a pair of orthogonal cyclic states: Application to NMR systems [J]. Phys. Rev. A, 2003, 67: 022319-022323.
- [15] CAI J W, FANG M F, ZHEN X J, et al. A scheme of conditional quantum phase gate via bimodal cavity and a ladder-type three-level atom[J]. Journal of Modern Optics, 2006, 53 (18): 2803-2810.
- [16] Zheng S B. Quantum logic gates for two atoms with a single resonant interaction[J]. Phys. Rev. A, 2005, 71: 062335-062338.