具有不确定参数滞后型Lurie控制系统的鲁棒稳定性

张发明，张昌凡

(湖南工业大学，湖南 株洲 412008)

摘　要：通过构造适当的Lyapunov函数，利用线性矩阵不等式，对具有结构参数扰动和范数扰动的不确定参数滞后型Lurie控制系统进行了研究，得到了该系统鲁棒绝对稳定的时滞无关充分条件；利用同样的方法，得到了该系统鲁棒绝对稳定的时滞相关充分条件。研究结果表明：这些条件是在参数不确定且参数无范数界情况下，用对角矩阵和线性矩阵的正定性表示，具有直观性和便于计算机运算等特点。

关键字：Lurie控制系统；鲁棒绝对稳定性；线性矩阵不等式； Lyapunov函数

中图分类号: O231　　**文献标识码：**A　　**文章编号：**1008-2611(2007)01-0028-06

Robust Stability of Lurie Control Systems with Time-delay and Uncertain Parameters

Zhang Faming，Zhang Changfan

(Hunan University of Technology，Zhuzhou Hunan 412008，China)

Abstract: By using linear matrix inequalities and through establishing proper Lyapunov function, studies on uncertain parameter and time-delay Lurie control systems, with structured parameter perturbations and norm parameter perturbations are carried out, and thus obtains some timelag and unsufficient conditions for robust absolute stability of lurie control systems. The research shows when parameter is uncertain and has no norm bound restriction, these above conditions can be presented in terms of the positive definite matrices of diagonal matrix and linear matrix, which is very directly perceived and easy to operate.

Key words: Lurie control systems；robust absolute stability；linear matrix inequalities；Lyapunov function

自Somo[1]于1977年提出Lurie型控制系统稳定性以来，其理论和应用成为新的研究热点，且已经取得了一些有意义的结果，但在实际运用中，常常出现间接控制并带有滞后反映等特点，于是出现了间接控制的Lurie型控制系统稳定性的研究[2, 3]。随着科学技术的进步和航空航天事业的发展，对于复杂系统和不确定性系统的稳定性引起了人们的广泛关注，并取得了一些有意义的结果[4-6]，从研究系统的绝对稳定性过渡到研究系统的鲁棒绝对稳定性是一个更高、更有实际意义的探索，并得到了一些有用的结果[7-10]，但对这一问题的讨论远没有结束，因为还没有找到一种合适的技术和方法来判断系统的鲁棒绝对稳定性，本文利用线性矩阵不等式，通过构造适当的Lyapunov函数，给出由线性矩阵不等式表示的系统鲁棒绝对稳定的判据，使得所得稳定性结果较传统的范数估计方法具有更低的保守性。

1　问题的提出

本文研究的系统为：

收稿日期：2006-10-08

基金项目：湖南省教育厅基金资助项目（06C275）

作者简介：张发明（1964-），男，湖南醴陵人，湖南工业大学教授，主要从事微分方程及现代控制理论方面的研究.
张昌凡（1960-），男，湖北武汉人，湖南工业大学教授，博士后，主要从事变结构理论，智能控制及现代控制理论方面的研究.

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=(\boldsymbol{A}+\Delta\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}))x(t)+(\boldsymbol{B}+\Delta\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta}))x(t-\tau)+\\ \qquad(\boldsymbol{D}+\Delta\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}))f(\sigma(t))+(\boldsymbol{E}+\Delta\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\theta}))f(\sigma(t-h));\\ \sigma(t)=\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}x(t);\\ x(t)=\varphi(t),\quad t\in[-T,0]。\end{cases}\tag{1}$$

式中：$x(t)\in R^n$ 为状态；常数矩阵 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}\in R^{n\times n}$；$\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{E}\in R^{n\times m}$；$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}C_1 & C_2 & \cdots & C_m\end{bmatrix}\in R^{n\times m}$；$C_i\in R^n(i=1,2\cdots,m)$；$\sigma(t)=\begin{bmatrix}\sigma_1(t) & \sigma_2(t) & \cdots & \sigma_m(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\in R^m$；$\tau>0$；未知参数向量 $\boldsymbol{\theta}\in\boldsymbol{\Gamma}$，$\boldsymbol{\Gamma}$ 为 R^l 中的有界集合；$\varphi(t)$ 为连续的向量初始函数；

$$f(\sigma(t))=\begin{bmatrix}f_1(\sigma_1(t)) & f_2(\sigma_2(t)) & \cdots & f_m(\sigma_m(t))\end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$$

$$f(\sigma(t-h))=\begin{bmatrix}f_1(\sigma_1(t-h_1)) & f_2(\sigma_2(t-h_2)) & \cdots & f_m(\sigma_m(t-h_m))\end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$$

$h_i(i=1,2,\cdots,m)$ 为常数时滞；$f_i(\cdot)\in K_{[0,k_i]}=\{f(\cdot)\mid f_i(0)=0,\ 0<\sigma_i f_i(\sigma_i)\leqslant k_i\sigma_i^2,\ \sigma_i\neq0\}$，$k_i>0$，$(i=1,2,\cdots,m)$；$\Delta\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})$、$\Delta\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta})$、$\Delta\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})$、$\Delta\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\theta})$、为系统的参数不确定项，且满足如下假设条件：$\Delta\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{G}_1\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{H}_1$，$\Delta\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{H}_2$，$\Delta\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{G}_3\boldsymbol{F}_3(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{H}_3$，$\Delta\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{G}_4\boldsymbol{F}_4(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{H}_4$。其中 $\boldsymbol{G}_i$，$\boldsymbol{H}_i(i=1,2,3,4)$ 为已知定常矩阵，$\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{\theta})$ 为不确定性的矩阵，且满足 $\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{F}_i(\boldsymbol{\theta})\leqslant\boldsymbol{I}$，$(i=1,2,3,4)$。为简洁，记 $\boldsymbol{K}=diag\begin{pmatrix}k_1 & k_2 & \cdots & k_m\end{pmatrix}$，

$$\bar{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{A}+\Delta\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}),\ \bar{\boldsymbol{B}}=\boldsymbol{B}+\Delta\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta}),$$
$$\bar{\boldsymbol{D}}=\boldsymbol{D}+\Delta\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}),\ \bar{\boldsymbol{E}}=\boldsymbol{E}+\Delta\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\theta})。$$

2 主要结论

引理 1[10]　对于任意的向量或矩阵 $\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{v}$ 及任意对称正定矩阵 $\boldsymbol{P}\in R^{n\times n}$ 成立：

$$-\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}\leqslant\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{v},$$
$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}+\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}\leqslant\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{v}。$$

定理 1　若存在矩阵 $\boldsymbol{P}>0$、$\boldsymbol{Q}>0$，对角矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}=diag(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m)>0$，$\boldsymbol{R}=diag(r_1,r_2,\cdots,r_m)>0$，$\boldsymbol{S}=diag(s_1,s_2,\cdots,s_m)\geqslant0$，及常数 $\varepsilon_i>0(i=1,2,\cdots,8)$ 满足以下线性矩阵不等式：

$$\boldsymbol{\Omega}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Omega}_{11} & \boldsymbol{\Omega}_{12} & \boldsymbol{\Omega}_{13}\\ \boldsymbol{\Omega}_{12}^{\mathrm{T}} & -\boldsymbol{\Omega}_{22} & 0\\ \boldsymbol{\Omega}_{13}^{\mathrm{T}} & 0 & -\boldsymbol{\Omega}_{33}\end{bmatrix}<0$$

，则不确定性 Lurie 型控制系统(1)鲁棒绝对稳定。

式中：
$$\boldsymbol{\Omega}_{11}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{PB} & \boldsymbol{DP}+\boldsymbol{KSC}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda} & \boldsymbol{PE}\\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & \boldsymbol{\Phi}_{22} & \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda} & 0\\ \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{KSC}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{\Phi}_{33} & \boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & 0 & \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda} & \boldsymbol{\Phi}_{44}\end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\Phi}_{11}=\boldsymbol{PA}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+(\varepsilon_1+\varepsilon_5)\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_1+\boldsymbol{Q}$，
$\boldsymbol{\Phi}_{22}=(\varepsilon_2+\varepsilon_6)\boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{Q}$，
$\boldsymbol{\Phi}_{33}=\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda}+\boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}+(\varepsilon_3+\varepsilon_7)\boldsymbol{H}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_3+\boldsymbol{R}-2\boldsymbol{S}$，
$\boldsymbol{\Phi}_{44}=(\varepsilon_4+\varepsilon_8)\boldsymbol{H}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_4-\boldsymbol{R}$，

$$\boldsymbol{\Omega}_{12}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{PG}_1 & \boldsymbol{PG}_2 & \boldsymbol{PG}_3 & \boldsymbol{PG}_4\\ 0&0&0&0\\ 0&0&0&0\\ 0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{13}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\ 0&0&0&0\\ \boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_1 & \boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_2 & \boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_3 & \boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_4\\ 0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{\Omega}_{22}=diag(\varepsilon_1\boldsymbol{I},\varepsilon_2\boldsymbol{I},\varepsilon_3\boldsymbol{I},\varepsilon_4\boldsymbol{I})$，
$\boldsymbol{\Omega}_{33}=diag(\varepsilon_5\boldsymbol{I},\varepsilon_6\boldsymbol{I},\varepsilon_7\boldsymbol{I},\varepsilon_8\boldsymbol{I})$。

证明　取 Lyapunov 函数

$$V(t)=x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}x(t)+2\sum_{i=1}^{m}\lambda_i\int_0^{\sigma_i}f_i(\xi)\mathrm{d}\xi+\int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm{T}}(\xi)\boldsymbol{Q}x(\xi)\mathrm{d}\xi+\sum_{i=1}^{m}r_i\int_{t-h_i}^{t}f_i^2(\sigma_i(\xi))\mathrm{d}\xi,$$

沿系统（1）对时间求导得：

$$\dot{V}(t)=2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\dot{x}(t)+2\sum_{i=1}^{m}\lambda_i f_i(\sigma_i(t))\dot{\sigma}_i(t)+x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}x(t)-x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\boldsymbol{Q}x(t-\tau)+\sum_{i=1}^{m}r_i\left[f_i^2(\sigma_i(t))-f_i^2(\sigma_i(t-h_i))\right],$$

由 $f_i(\cdot)\in K_{[0,k_i]}$，可得：

$$f_i(\sigma_i(t))\left[k_i\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}x(t)-f_i(\sigma_i(t))\right]\geqslant0,\ (i=1,2,\cdots,m)。$$

因此有：

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)\leq{}&x^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{A}}+\bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q})x(t)+\\&2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{B}}x(t-\tau)+2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{E}}f(\sigma(t-h))+\\&2x^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{D}}+\bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda}+\boldsymbol{CSK})f(\sigma(t))-\\&x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\boldsymbol{Q}x(t-\tau)+2x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\bar{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda}f(\sigma(t))+\\&f^{\mathrm{T}}(\sigma(t))(\boldsymbol{R}-2\boldsymbol{S}+\bar{\boldsymbol{D}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda}+\boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{D}})f(\sigma(t))+\\&2f^{\mathrm{T}}(\sigma(t))\boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{E}}f(\sigma(t-h))-f^{\mathrm{T}}(\sigma(t-h))\boldsymbol{R}f(\sigma(t-h)),\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{A}}+\bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\leq\boldsymbol{PA}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{PG}_1\boldsymbol{G}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}/\varepsilon_1+\varepsilon_1\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_1。$$

$$2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\Delta\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta})x(t-\tau)\leq x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PG}_2\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}x(t)/\varepsilon_2+\varepsilon_2x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_2x(t-\tau),$$

$$2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\Delta\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})f(\sigma(t))\leq x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PG}_3\boldsymbol{G}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}x(t)/\varepsilon_3+\varepsilon_3f^{\mathrm{T}}(\sigma(t))\boldsymbol{H}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_3f(\sigma(t)),$$

$$2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\Delta\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\theta})f(\sigma(t-h))\leq x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PG}_4\boldsymbol{G}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}x(t)/\varepsilon_4+\varepsilon_4f^{\mathrm{T}}(\sigma(t-h))\boldsymbol{H}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_4f(\sigma(t-h)),$$

$$2x^{\mathrm{T}}(t)\Delta A^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta})C\Lambda f(\sigma(t)) \le \varepsilon_5 x^{\mathrm{T}}(t)H_1^{\mathrm{T}}H_1 x(t) + f^{\mathrm{T}}(\sigma(t))\Lambda C^{\mathrm{T}}G_1G_1^{\mathrm{T}}C\Lambda f(\sigma(t))/\varepsilon_5,$$

$$2x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\Delta B^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta})C\Lambda f(\sigma(t)) \le \varepsilon_6 x^{\mathrm{T}}(t-\tau)H_2^{\mathrm{T}}H_2\bullet x(t-\tau) + f^{\mathrm{T}}(\sigma(t))\Lambda C^{\mathrm{T}}G_2G_2^{\mathrm{T}}C\Lambda f(\sigma(t))/\varepsilon_6,$$

$$2f^{\mathrm{T}}(\sigma(t))\Delta D^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta})C\Lambda f(\sigma(t)) \le f^{\mathrm{T}}(\sigma(t))\bullet \left(\varepsilon_7 H_3^{\mathrm{T}}H_3 + \Lambda C^{\mathrm{T}}G_3G_3^{\mathrm{T}}C\Lambda/\varepsilon_7\right)f(\sigma(t)),$$

$$2f^{\mathrm{T}}(\sigma(t))\Lambda C^{\mathrm{T}}\Delta E(\boldsymbol{\theta})f(\sigma(t-h)) \le \varepsilon_8 f^{\mathrm{T}}(\sigma(t-h))H_4^{\mathrm{T}}H_4 f(\sigma(t-h)) + f^{\mathrm{T}}(\sigma(t))\Lambda C^{\mathrm{T}}G_4G_4^{\mathrm{T}}C\Lambda f^{\mathrm{T}}(\sigma(t))/\varepsilon_8。$$

因此有$\dot V(t) \le y^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Psi}y(t)$ ，其中：

$$y(t) = \left[x^{\mathrm{T}}(t), x^{\mathrm{T}}(t-\tau), f^{\mathrm{T}}(\sigma(t)), f^{\mathrm{T}}(\sigma(t-h))\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{11} & PB & PD + CSK + A^{\mathrm{T}}C\Lambda & PE \\ B^{\mathrm{T}}P & \boldsymbol{\Phi}_{22} & B^{\mathrm{T}}C\Lambda & 0 \\ D^{\mathrm{T}}P + KSC^{\mathrm{T}} + \Lambda C^{\mathrm{T}}A & \Lambda C^{\mathrm{T}}B & \boldsymbol{\Psi}_{33} & \Lambda C^{\mathrm{T}}E \\ E^{\mathrm{T}}P & 0 & E^{\mathrm{T}}C\Lambda & \boldsymbol{\Phi}_{44} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{11} = \boldsymbol{\Phi}_{11} + P\sum_{i=1}^{4}\frac{1}{\varepsilon_i}G_iG_i^{\mathrm{T}}P,$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{33} = \boldsymbol{\Phi}_{33} + \Lambda C^{\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{4}\frac{1}{\varepsilon_{i+4}}G_iG_i^{\mathrm{T}}C\Lambda。$$

由文献[11]中的Schur补知，$\boldsymbol{\Omega} < 0$等价于$\boldsymbol{\Psi} < 0$。因此，由$\boldsymbol{\Omega} < 0$知系统(1)鲁棒绝对稳定。

定理1给出的系统鲁棒绝对稳定性条件与时滞无关，以下给出系统鲁棒绝对稳定的时滞相关条件。

定理2 若存在矩阵$P > 0$, $R_i > 0(i=1,2,3,4)$，对角矩阵$Q=diag(q_1,q_2,\cdots,q_m) \geqslant 0$及常数$\mu_i>0$、$\varepsilon_i>0$、$\eta_i>0$ $(i=1,2,3,4)$，满足以下线性矩阵不等式：

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{11} & \boldsymbol{\Theta}_{12} & \boldsymbol{\Theta}_{13} & \boldsymbol{\Theta}_{14} & 0 & 0 & \boldsymbol{\Theta}_{17} & \boldsymbol{\Theta}_{18} & \boldsymbol{\Theta}_{19} \\ \boldsymbol{\Theta}_{12}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Theta}_{22} & 0 & 0 & \boldsymbol{\Theta}_{25} & 0 & & & \\ \boldsymbol{\Theta}_{13}^{\mathrm{T}} & 0 & \boldsymbol{\Theta}_{33} & 0 & 0 & \boldsymbol{\Theta}_{36} & & & \\ \boldsymbol{\Theta}_{14}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & -\boldsymbol{\Theta}_{44} & & & & & \\ 0 & \boldsymbol{\Theta}_{25}^{\mathrm{T}} & 0 & & -\boldsymbol{\Theta}_{55} & & & & \\ 0 & 0 & \boldsymbol{\Theta}_{36}^{\mathrm{T}} & & & -\boldsymbol{\Theta}_{66} & & & \\ \boldsymbol{\Theta}_{17}^{\mathrm{T}} & & & & & & -\boldsymbol{\Theta}_{77} & & \\ \boldsymbol{\Theta}_{18}^{\mathrm{T}} & & & & & & & -\boldsymbol{\Theta}_{88} & \\ \boldsymbol{\Theta}_{19}^{\mathrm{T}} & & & & & & & & -\boldsymbol{\Theta}_{99} \end{bmatrix} < 0,$$

则不确定性Lurie型控制系统(1)鲁棒绝对稳定。

其中：

$$\boldsymbol{\Theta}_{11} = \tau\sum_{i=1}^{2}\varepsilon_i H_i^{\mathrm{T}}H_i + \tau(A^{\mathrm{T}}R_1A + B^{\mathrm{T}}R_2B) + \mu_1H_1^{\mathrm{T}}H_1 + \mu_2H_2^{\mathrm{T}}H_2 + P(A+B) + (A+B)^{\mathrm{T}}P,$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{12} = PD + CSK,$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{13} = PE,$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{14} = \left[\sqrt{\tau}A^{\mathrm{T}}R_1G_1 \quad \sqrt{\tau}B^{\mathrm{T}}R_2G_2\right],$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{17} = \left[\sqrt{\tau}PB \quad \sqrt{\tau}PB \quad \sqrt{\tau}PB \quad \sqrt{\tau}PB\right],$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{18} = \left[\sqrt{\tau}PG_2 \quad \sqrt{\tau}PG_2 \quad \sqrt{\tau}PG_2 \quad \sqrt{\tau}PG_2\right],$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{19} = \left[PG_1 \quad PG_2 \quad PG_3 \quad PG_4\right],$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{22} = \tau D^{\mathrm{T}}R_3D + (\mu_3 + \tau\varepsilon_3)H_3^{\mathrm{T}}H_3 + Q - 2S,$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{25} = \sqrt{\tau}D^{\mathrm{T}}R_3G_3,$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{33} = \tau E^{\mathrm{T}}R_4E + (\mu_4 + \tau\varepsilon_4)H_4^{\mathrm{T}}H_4 - Q,$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{36} = \sqrt{\tau}E^{\mathrm{T}}R_4G_4,$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{44} = diag(\varepsilon_1 I - G_1^{\mathrm{T}}R_1G_1,\ \varepsilon_2 I - G_2^{\mathrm{T}}R_2G_2),$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{55} = \varepsilon_3 I - G_3^{\mathrm{T}}R_3G_3,$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{66} = \varepsilon_4 I - G_4^{\mathrm{T}}R_4G_4,$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{77} = diag(R_1 - \eta_1H_2^{\mathrm{T}}H_2,\ R_2 - \eta_2H_2^{\mathrm{T}}H_2,\ R_3 - \eta_3H_2^{\mathrm{T}}H_2,\ R_4 - \eta_4H_2^{\mathrm{T}}H_2),$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{88} = diag(\eta_1 I,\ \eta_2 I,\ \eta_3 I,\ \eta_4 I),$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{99} = diag(\mu_1 I,\ \mu_2 I,\ \mu_3 I,\ \mu_4 I)。$$

证明 令$\varphi(t) = \varphi(-T)$, $t \in [-T-\tau,\ -T]$，当$t \geqslant \tau$时，可由式(1)得到

$$\begin{cases} \dot x(t) = (A + B + \Delta B(\boldsymbol{\theta}) + \Delta A(\boldsymbol{\theta}))x(t) - (B + \Delta B(\boldsymbol{\theta}))\int_{t-\tau}^{t}\dot x(\xi)\mathrm{d}\xi + (D + \Delta D(\boldsymbol{\theta}))f(\sigma(t)) + (E + \Delta E(\boldsymbol{\theta}))f(\sigma(t-h)); \\ \sigma(t) = C^{\mathrm{T}}x(t); \\ x(t) = \varphi(t), \quad t \in [-T-\tau, 0]。 \end{cases} \quad (2)$$

取$V_1(t) = x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)$，则沿系统(2)对时间求导得：

$$\dot V_1(t)=2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\dot x(t)=2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P(\bar{\boldsymbol A}+\bar{\boldsymbol B})x(t)-2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\bar{\boldsymbol B}\int_{t-\tau}^{t}\dot x(\xi)\mathrm d\xi+2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\bar{\boldsymbol D}f(\sigma(t))+2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\bar{\boldsymbol E}f(\sigma(t-h)),$$

由引理可得:

$$-2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\bar{\boldsymbol B}\int_{t-\tau}^{t}\dot x(\xi)\mathrm d\xi=-2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\bar{\boldsymbol B}\bullet\int_{t-\tau}^{t}\left[\bar{\boldsymbol A}x(\xi)+\bar{\boldsymbol B}x(\xi-\tau)+\bar{\boldsymbol D}f(\sigma(\xi))+\bar{\boldsymbol E}f(\sigma(\xi-h))\right]\mathrm d\xi\le$$
$$\tau x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\bar{\boldsymbol B}(\boldsymbol R_1^{-1}+\boldsymbol R_2^{-1}+\boldsymbol R_3^{-1}+\boldsymbol R_4^{-1})\bar{\boldsymbol B}^{\mathrm T}\boldsymbol Px(t)+\int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm T}(\xi)\bar{\boldsymbol A}^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\bar{\boldsymbol A}x(\xi)\mathrm d\xi+\int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm T}(\xi-\tau)\bar{\boldsymbol B}^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\bar{\boldsymbol B}x(\xi-\tau)\mathrm d\xi+$$
$$\int_{t-\tau}^{t}f^{\mathrm T}(\sigma(\xi))\bar{\boldsymbol D}^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\bar{\boldsymbol D}f(\sigma(\xi))\mathrm d\xi+\int_{t-\tau}^{t}f^{\mathrm T}(\sigma(\xi-h))\bar{\boldsymbol E}^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\bar{\boldsymbol E}f(\sigma(\xi-h))\mathrm d\xi,$$

$$2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\Delta\boldsymbol A(\boldsymbol\theta)x(t)\le\mu_1^{-1}x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\boldsymbol G_1\boldsymbol G_1^{\mathrm T}\boldsymbol Px(t)+\mu_1x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol H_1^{\mathrm T}\boldsymbol F_1^{\mathrm T}(\boldsymbol\theta)\boldsymbol F_1(\boldsymbol\theta)\boldsymbol H_1x(t)\le x^{\mathrm T}(t)\left(\mu_1^{-1}\boldsymbol P\boldsymbol G_1\boldsymbol G_1^{\mathrm T}\boldsymbol P+\mu_1\boldsymbol H_1^{\mathrm T}\boldsymbol H_1\right)x(t),$$

$$2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\Delta\boldsymbol B(\boldsymbol\theta)x(t)\le x^{\mathrm T}(t)\left(\mu_2^{-1}\boldsymbol P\boldsymbol G_2\boldsymbol G_2^{\mathrm T}\boldsymbol P+\mu_2\boldsymbol H_2^{\mathrm T}\boldsymbol H_2\right)x(t),$$

$$2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\Delta\boldsymbol D(\boldsymbol\theta)f(\sigma(t))\le\mu_3^{-1}x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\boldsymbol G_3\boldsymbol G_3^{\mathrm T}\boldsymbol Px(t)+\mu_3f^{\mathrm T}(\sigma(t))\boldsymbol H_3^{\mathrm T}\boldsymbol H_3f(\sigma(t)),$$

$$2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\Delta\boldsymbol E(\boldsymbol\theta)f(\sigma(t-h))\le\mu_4^{-1}x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\boldsymbol G_4\boldsymbol G_4^{\mathrm T}\boldsymbol Px(t)+\mu_4f^{\mathrm T}(\sigma(t-h))\boldsymbol H_4^{\mathrm T}\boldsymbol H_4f(\sigma(t-h))。$$

由 $\boldsymbol\Theta<0$ 知，$\boldsymbol R_i-\boldsymbol\eta_i\boldsymbol H_2^{\mathrm T}\boldsymbol H_2>0,(i=1,2,3,4)$，故有 $\boldsymbol\eta_i^{-1}\boldsymbol I-\boldsymbol H_2\boldsymbol R_i^{-1}\boldsymbol H_2^{\mathrm T}>0$，从而由引理 1 得:

$$\bar{\boldsymbol B}\boldsymbol R_i^{-1}\bar{\boldsymbol B}^{\mathrm T}=\boldsymbol B\boldsymbol R_i^{-1}\boldsymbol B^{\mathrm T}+\boldsymbol G_2\boldsymbol F_2(\boldsymbol\theta)\boldsymbol H_2\boldsymbol R_i^{-1}\boldsymbol B^{\mathrm T}+\boldsymbol B\boldsymbol R_i^{-1}\boldsymbol H_2^{\mathrm T}\boldsymbol F_2^{\mathrm T}(\boldsymbol\theta)\boldsymbol G_2^{\mathrm T}+\boldsymbol G_2\boldsymbol F_2(\boldsymbol\theta)\boldsymbol H_2\boldsymbol R_i^{-1}\boldsymbol H_2^{\mathrm T}\boldsymbol F_2^{\mathrm T}(\boldsymbol\theta)\boldsymbol G_2^{\mathrm T}\le\eta_i^{-1}\boldsymbol G_2\boldsymbol G_2^{\mathrm T}+\boldsymbol B\left(\boldsymbol R_i-\eta_i\boldsymbol H_2^{\mathrm T}\boldsymbol H_2\right)^{-1}\boldsymbol B^{\mathrm T},(i=1,2,3,4)。$$

$$\dot V_1(t)\le x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\left(\sum_{i=1}^{4}\mu_i^{-1}\boldsymbol G_i\boldsymbol G_i^{\mathrm T}+\tau\sum_{i=1}^{4}\eta_i^{-1}\boldsymbol G_2\boldsymbol G_2^{\mathrm T}+\tau\boldsymbol B\sum_{i=1}^{4}\left(\boldsymbol R_i-\eta_i\boldsymbol H_2^{\mathrm T}\boldsymbol H_2\right)^{-1}\boldsymbol B^{\mathrm T}\right)\boldsymbol Px(t)+x^{\mathrm T}(t)\left[\mu_1\boldsymbol H_1^{\mathrm T}\boldsymbol H_1+\mu_2\boldsymbol H_2^{\mathrm T}\boldsymbol H_2+\boldsymbol P(\boldsymbol A+\boldsymbol B)+(\boldsymbol A+\boldsymbol B)^{\mathrm T}\boldsymbol P\right]x(t)+$$
$$2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\boldsymbol Df(\sigma(t))+2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol P\boldsymbol Ef(\sigma(t-h))+\mu_3f^{\mathrm T}(\sigma(t))\boldsymbol H_3^{\mathrm T}\boldsymbol H_3f(\sigma(t))+\mu_4f^{\mathrm T}(\sigma(t-h))\bullet\boldsymbol H_4^{\mathrm T}\boldsymbol H_4f(\sigma(t-h))+I_1+I_2+I_3+I_4。$$

式中: $I_1=\int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm T}(\xi)\bar{\boldsymbol A}^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\bar{\boldsymbol A}x(\xi)\mathrm d\xi$,

$$I_2=\int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm T}(\xi-\tau)\bar{\boldsymbol B}^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\bar{\boldsymbol B}x(\xi-\tau)\mathrm d\xi,$$

$$I_3=\int_{t-\tau}^{t}f^{\mathrm T}(\sigma(\xi))\bar{\boldsymbol D}^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\bar{\boldsymbol D}f(\sigma(\xi))\mathrm d\xi,$$

$$I_4=\int_{t-\tau}^{t}f^{\mathrm T}(\sigma(\xi-h))\bar{\boldsymbol E}^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\bar{\boldsymbol E}f(\sigma(\xi-h))\mathrm d\xi。$$

令 $V_2(t)=\int_{-\tau}^{0}\int_{t+\eta}^{t}x^{\mathrm T}(\xi)\bar{\boldsymbol A}^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\bar{\boldsymbol A}x(\xi)\mathrm d\xi\mathrm d\eta$,

$$V_3(t)=\int_{-\tau}^{0}\int_{t+\eta-\tau}^{t}x^{\mathrm T}(\xi)\bar{\boldsymbol B}^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\bar{\boldsymbol B}x(\xi)\mathrm d\xi\mathrm d\eta,$$

$$V_4(t)=\int_{-\tau}^{0}\int_{t+\eta}^{t}f^{\mathrm T}(\sigma(\xi))\bar{\boldsymbol D}^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\bar{\boldsymbol D}f(\sigma(\xi))\mathrm d\xi\mathrm d\eta,$$

$$V_5(t)=\int_{-\tau}^{0}\int_{t+\eta}^{t}f^{\mathrm T}(\sigma(\xi-h))\bar{\boldsymbol E}^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\bar{\boldsymbol E}f(\sigma(\xi-h))\mathrm d\xi\mathrm d\eta,$$

$$V_6(t)=\sum_{i=1}^{m}q_i\int_{t-h_i}^{t}f_i^2(\sigma_i(\xi))\mathrm d\xi,$$

则有:

$$\dot V_2(t)=\tau x^{\mathrm T}(t)\bar{\boldsymbol A}^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\bar{\boldsymbol A}x(t)-\int_{-\tau}^{0}x^{\mathrm T}(t+\eta)\bar{\boldsymbol A}^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\bar{\boldsymbol A}x(t+\eta)\mathrm d\eta=\tau x^{\mathrm T}(t)\bar{\boldsymbol A}^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\bar{\boldsymbol A}x(t)-I_1,$$

$$\dot V_3(t)=\tau x^{\mathrm T}(t)\bar{\boldsymbol B}^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\bar{\boldsymbol B}x(t)-\int_{-\tau}^{0}x^{\mathrm T}(t+\eta-\tau)\bar{\boldsymbol B}^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\bar{\boldsymbol B}x(t+\eta-\tau)\mathrm d\eta=\tau x^{\mathrm T}(t)\bar{\boldsymbol B}^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\bar{\boldsymbol B}x(t)-I_2,$$

$$\dot V_4(t)=\tau f^{\mathrm T}(\sigma(t))\bar{\boldsymbol D}^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\bar{\boldsymbol D}f(\sigma(t))-\int_{-\tau}^{0}f^{\mathrm T}(\sigma(t+\eta))\bar{\boldsymbol D}^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\bar{\boldsymbol D}f(\sigma(t+\eta))\mathrm d\eta=\tau f^{\mathrm T}(\sigma(t))\bar{\boldsymbol D}^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\bar{\boldsymbol D}f(\sigma(t))-I_3,$$

$$\dot V_5(t)=\tau f^{\mathrm T}(\sigma(t-h))\bar{\boldsymbol E}^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\bar{\boldsymbol E}f(\sigma(t-h))-\int_{-\tau}^{0}f^{\mathrm T}(\sigma(t+\eta-h))\bar{\boldsymbol E}^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\bar{\boldsymbol E}f(\sigma(t+\eta-h))\mathrm d\eta=\tau f^{\mathrm T}(\sigma(t-h))\bar{\boldsymbol E}^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\bar{\boldsymbol E}f(\sigma(t-h))-I_4,$$

$$\dot V_6(t)=f^{\mathrm T}(\sigma(t))\boldsymbol Qf(\sigma(t))-f^{\mathrm T}(\sigma(t-h))\boldsymbol Qf(\sigma(t-h))。$$

由 $\boldsymbol\Theta<0$ 知，$\varepsilon_i\boldsymbol I-\boldsymbol G_i^{\mathrm T}\boldsymbol R_i\boldsymbol G_i>0,(i=1,2,3,4)$，故由引理 1 可得:

$$\bar{\boldsymbol A}^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\bar{\boldsymbol A}\le\boldsymbol A^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\boldsymbol A+\boldsymbol A^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\boldsymbol G_1\left(\varepsilon_1\boldsymbol I-\boldsymbol G_1^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\boldsymbol G_1\right)^{-1}\boldsymbol G_1^{\mathrm T}\boldsymbol R_1\boldsymbol A+\varepsilon_1\boldsymbol H_1^{\mathrm T}\boldsymbol H_1,$$

$$\bar{\boldsymbol B}^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\bar{\boldsymbol B}\le\boldsymbol B^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\boldsymbol B+\boldsymbol B^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\boldsymbol G_2\left(\varepsilon_2\boldsymbol I-\boldsymbol G_2^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\boldsymbol G_2\right)^{-1}\boldsymbol G_2^{\mathrm T}\boldsymbol R_2\boldsymbol B+\varepsilon_2\boldsymbol H_2^{\mathrm T}\boldsymbol H_2,$$

$$\bar{\boldsymbol D}^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\bar{\boldsymbol D}\le\boldsymbol D^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\boldsymbol D+\boldsymbol D^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\boldsymbol G_3\left(\varepsilon_3\boldsymbol I-\boldsymbol G_3^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\boldsymbol G_3\right)^{-1}\boldsymbol G_3^{\mathrm T}\boldsymbol R_3\boldsymbol D+\varepsilon_3\boldsymbol H_3^{\mathrm T}\boldsymbol H_3,$$

$$\bar{\boldsymbol E}^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\bar{\boldsymbol E}\le\boldsymbol E^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\boldsymbol E+\boldsymbol E^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\boldsymbol G_4\left(\varepsilon_4\boldsymbol I-\boldsymbol G_4^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\boldsymbol G_4\right)^{-1}\boldsymbol G_4^{\mathrm T}\boldsymbol R_4\boldsymbol E+\varepsilon_4\boldsymbol H_4^{\mathrm T}\boldsymbol H_4。$$

由 $f_i(\cdot)\in K_{[0,k_i]}$ 可得:

$$f_i(\sigma_i(t))\left[k_i\boldsymbol C_i^{\mathrm T}x(t)-f_i(\sigma_i(t))\right]\ge0(i=1,2,\cdots,m)。$$

构造Lyapunov泛函：

$V(t)=V_1(t)+V_2(t)+V_3(t)+V_4(t)+V_5(t)+V_6(t)$，

则$\dot{V}(t)=\sum_{i=1}^{6}\dot{V}_i(t)\le\sum_{i=1}^{6}\dot{V}_i(t)+$

$$2\sum_{i=1}^{m}s_i f_i(\sigma_i(t))\left[k_i C_i^{\mathrm{T}}x(t)-f_i(\sigma_i(t))\right]=$$

$$\begin{bmatrix}x(t)\\f(\sigma(t))\\f(\sigma(t-h))\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Xi}\begin{bmatrix}x(t)\\f(\sigma(t))\\f(\sigma(t-h))\end{bmatrix}$$，其中

$$\boldsymbol{\Xi}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Xi}_{11} & \boldsymbol{PD}+\boldsymbol{CSK} & \boldsymbol{PE}\\ \boldsymbol{KSC}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & \boldsymbol{\Xi}_{22} & 0\\ \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & 0 & \boldsymbol{\Xi}_{33}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{11}=\boldsymbol{\Theta}_{11}+\boldsymbol{P}\Big(\sum_{i=1}^{4}\mu_i^{-1}\boldsymbol{G}_i\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}+\tau\sum_{i=1}^{4}\eta_i^{-1}\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}+\tau\boldsymbol{B}\sum_{i=1}^{4}\left(\boldsymbol{R}_i-\eta_i\boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_2\right)^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\Big)\boldsymbol{P}+\tau\Big[\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{G}_1\left(\varepsilon_1\boldsymbol{I}-\boldsymbol{G}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{G}_1\right)^{-1}\boldsymbol{G}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{G}_2\left(\varepsilon_2\boldsymbol{I}-\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{G}_2\right)^{-1}\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{B}\Big],$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{22}=\boldsymbol{\Theta}_{22}+\tau\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_3\boldsymbol{G}_3\left(\varepsilon_3\boldsymbol{I}-\boldsymbol{G}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_3\boldsymbol{G}_3\right)^{-1}\boldsymbol{G}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_3\boldsymbol{D},$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{33}=\boldsymbol{\Theta}_{33}+\tau\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_4\boldsymbol{G}_4\left(\varepsilon_4\boldsymbol{I}-\boldsymbol{G}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_4\boldsymbol{G}_4\right)^{-1}\boldsymbol{G}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_4\boldsymbol{E}。$$

由文献[11]中的Schur补知，$\boldsymbol{\Theta}<0$等价于$\boldsymbol{\Xi}<0$。因此由$\boldsymbol{\Theta}<0$知，系统(1)鲁棒绝对稳定。 **证毕**

若系统的参数不确定项具有范数界$\|\Delta A(\boldsymbol{\theta})\|\le\alpha$，$\|\Delta B(\boldsymbol{\theta})\|\le\beta$，$\|\Delta D(\boldsymbol{\theta})\|\le\gamma$，$\|\Delta E(\boldsymbol{\theta})\|\le\delta$，则可假设对应的系统(1)描述的不确定性为：$\boldsymbol{G}_2=\boldsymbol{H}_2=\sqrt{\beta}\boldsymbol{I}_{n\times n}$，$\boldsymbol{G}_3=\sqrt{\gamma}\boldsymbol{I}_{n\times n}$，$\boldsymbol{H}_3=\sqrt{\gamma}\boldsymbol{I}_{m\times m}$，$\boldsymbol{G}_4=\sqrt{\delta}\boldsymbol{I}_{n\times n}$，$\boldsymbol{H}_4=\sqrt{\delta}\boldsymbol{I}_{m\times m}$。此时，可得系统鲁棒绝对稳定的时滞无关与时滞相关准则如下：

定理3 若存在矩阵$\boldsymbol{P}>0$，$\boldsymbol{Q}>0$及对角矩阵$\boldsymbol{\Lambda}=diag(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m)>0$，$\boldsymbol{R}=diag(r_1,r_2,\cdots,r_m)>0$，$\boldsymbol{S}=diag(s_1,s_2,\cdots,s_m)\ge0$，及常数$\varepsilon_i>0,(i=1,2,\cdots,8)$满足以下线性矩阵不等式：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Psi}_{11} & \boldsymbol{\Psi}_{12} & \boldsymbol{\Psi}_{13}\\ \boldsymbol{\Psi}_{12}^{\mathrm{T}} & -\boldsymbol{\Psi}_{22} & 0\\ \boldsymbol{\Psi}_{13}^{\mathrm{T}} & 0 & -\boldsymbol{\Psi}_{33}\end{bmatrix}<0,$$

则系统(1)鲁棒绝对稳定。

式中：

$$\boldsymbol{\Psi}_{11}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_{11} & \boldsymbol{PB} & \boldsymbol{PD}+\boldsymbol{CSK}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda} & \boldsymbol{PE}\\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & \boldsymbol{M}_{22} & \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda} & 0\\ \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{KSC}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{M}_{33} & \boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & 0 & \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda} & \boldsymbol{M}_{44}\end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{M}_{11}=\boldsymbol{PA}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+(\varepsilon_1+\varepsilon_5)\alpha\boldsymbol{I}+\boldsymbol{Q}$，

$\boldsymbol{M}_{22}=(\varepsilon_2+\varepsilon_6)\beta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q}$，

$\boldsymbol{M}_{33}=\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C\Lambda}+\boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}+(\varepsilon_3+\varepsilon_7)\gamma\boldsymbol{I}+\boldsymbol{R}-2\boldsymbol{S}$，

$\boldsymbol{M}_{44}=(\varepsilon_4+\varepsilon_8)\delta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{R}$，

$$\boldsymbol{\Psi}_{12}=\begin{bmatrix}\sqrt{\alpha}\boldsymbol{P} & \sqrt{\beta}\boldsymbol{P} & \sqrt{\gamma}\boldsymbol{P} & \sqrt{\delta}\boldsymbol{P}\\ 0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{13}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\ \sqrt{\alpha}\boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}} & \sqrt{\beta}\boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}} & \sqrt{\gamma}\boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}} & \sqrt{\delta}\boldsymbol{\Lambda C}^{\mathrm{T}}\\ 0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{\Psi}_{22}=diag(\varepsilon_1\boldsymbol{I},\varepsilon_2\boldsymbol{I},\varepsilon_3\boldsymbol{I},\varepsilon_4\boldsymbol{I})$，

$\boldsymbol{\Psi}_{33}=diag(\varepsilon_5\boldsymbol{I},\varepsilon_6\boldsymbol{I},\varepsilon_7\boldsymbol{I},\varepsilon_8\boldsymbol{I})$，

定理4 若存在矩阵$\boldsymbol{P}>0$，$\boldsymbol{R}_i>0$（$i=1,2,3,4$），对角矩阵$\boldsymbol{Q}=diag(q_1,q_2,\cdots,q_m)>0$，$\boldsymbol{S}=diag(s_1,s_2,\cdots,s_m)>0$及常数$\mu_i>0$，$\varepsilon_i>0$，$\eta_i>0$，$(i=1,2,3,4)$满足以下线性矩阵不等式：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{T}_{11} & \boldsymbol{T}_{12} & \boldsymbol{T}_{13} & \boldsymbol{T}_{14} & 0 & 0 & \boldsymbol{T}_{17} & \boldsymbol{T}_{18} & \boldsymbol{T}_{19}\\ \boldsymbol{T}_{12}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{T}_{22} & 0 & 0 & \boldsymbol{T}_{25} & 0 & & & \\ \boldsymbol{T}_{13}^{\mathrm{T}} & 0 & \boldsymbol{T}_{33} & 0 & 0 & \boldsymbol{T}_{36} & & & \\ \boldsymbol{T}_{14}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & -\boldsymbol{T}_{44} & & & & & \\ 0 & \boldsymbol{T}_{25}^{\mathrm{T}} & 0 & & -\boldsymbol{T}_{55} & & & & \\ 0 & 0 & \mathrm{T}_{36}^{\mathrm{T}} & & & -\boldsymbol{T}_{66} & & & \\ \boldsymbol{T}_{17}^{\mathrm{T}} & & & & & & -\boldsymbol{T}_{77} & & \\ \boldsymbol{T}_{18}^{\mathrm{T}} & & & & & & & -\boldsymbol{T}_{88} & \\ \boldsymbol{T}_{19}^{\mathrm{T}} & & & & & & & & -\boldsymbol{T}_{99}\end{bmatrix}<0,$$

则系统(1)鲁棒绝对稳定。其中：

$$\boldsymbol{T}_{11}=\left[(\tau\varepsilon_1+\mu_1)\alpha+(\tau\varepsilon_2+\mu_2)\beta\right]\boldsymbol{I}+\tau\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{B}\right)+\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})+(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P},$$

$\boldsymbol{T}_{12}=\boldsymbol{PD}+\boldsymbol{CSK}$，

$\boldsymbol{T}_{13}=\boldsymbol{PE}$，

$\boldsymbol{T}_{14}=\left[\sqrt{\tau\alpha}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_1\quad\sqrt{\tau\beta}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_2\right]$，

$\boldsymbol{T}_{17}=\left[\sqrt{\tau}\boldsymbol{PB}\quad\sqrt{\tau}\boldsymbol{PB}\quad\sqrt{\tau}\boldsymbol{PB}\quad\sqrt{\tau}\boldsymbol{PB}\right]$，

$\boldsymbol{T}_{18}=\left[\sqrt{\tau\beta}\boldsymbol{P}\quad\sqrt{\tau\beta}\boldsymbol{P}\quad\sqrt{\tau\beta}\boldsymbol{P}\quad\sqrt{\tau\beta}\boldsymbol{P}\right]$，

$\boldsymbol{T}_{19}=\left[\sqrt{\alpha}\boldsymbol{P}\quad\sqrt{\beta}\boldsymbol{P}\quad\sqrt{\gamma}\boldsymbol{P}\quad\sqrt{\delta}\boldsymbol{P}\right]$，

$\boldsymbol{T}_{22}=\tau\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_3\boldsymbol{D}+(\mu_3+\tau\varepsilon_3)\gamma\boldsymbol{I}+\boldsymbol{Q}-2\boldsymbol{S}$，

$\boldsymbol{T}_{25}=\sqrt{\tau\gamma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_3$，

$\boldsymbol{T}_{33}=\tau\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_4\boldsymbol{E}+(\mu_4+\tau\varepsilon_4)\delta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q}$，

$\boldsymbol{T}_{36}=\sqrt{\tau\delta}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_4$，

$\boldsymbol{T}_{44}=diag(\varepsilon_1\boldsymbol{I}-\alpha\boldsymbol{R}_1,\varepsilon_2\boldsymbol{I}-\beta\boldsymbol{R}_2)$，

$\boldsymbol{T}_{55}=\varepsilon_3\boldsymbol{I}-\gamma\boldsymbol{R}_3$，

$T_{66} = \varepsilon_4 I - \delta R_4$，
$T_{77} = diag(R_1 - \eta_1\beta I, R_2 - \eta_2\beta I, R_3 - \eta_3\beta I, R_4 - \eta_4\beta I)$，
$T_{88} = diag(\eta_1 I, \eta_2 I, \eta_3 I, \eta_4 I)$，
$T_{99} = diag(\mu_1 I, \mu_2 I, \mu_3 I, \mu_4 I)$。

3　结果与讨论

1）对具有结构参数扰动和范数扰动界的不确定参数滞后型Lurie控制系统，本文通过构造Lyapunov函数，给出了系统鲁棒绝对稳定的时滞相关和时滞无关判据，这些判据用线性矩阵不等式表示，可以在计算机上用Matlab工具箱求解，具备可操作性。

2）文献[12]通过使用Razumikhin技术，得到了范数估计下的鲁棒绝对稳定的时滞相关判据。在实际应用中，需计算多个矩阵最大、最小特征值和向量的范数，使得计算较繁杂，并且对系统要求较严格，而本文的结果只需利用计算机判断一个线性矩阵的负定性，直观性强，并且具有更低的保守性。

3）文献[8]讨论了不确定性Lurie控制系统的鲁棒绝对稳定性，但本文对不确定扰动未知和具有范数界的情况下分别进行了讨论，即本文的定理3、定理4推广了文献[8]的结果。

4）与文献[13]相比较，本文考虑了激励函数亦具有时滞影响的实际情况，同时由于对构造Lyapunov函数进行了改进，因此对鲁棒绝对稳定性的结果更具有一般性，得到的时滞相关判据亦具有更低的保守性，即本文的结果优于文献[13]所取得的结果。

参考文献：

[1] Somo L A. Stability of Lurie-type functional equations[J]. Diff. Eqs，1977，26（2）：191-199.

[2] LiaoXiao-xin. Necessary and sufficient conditions for absolute stability of Lurie indirect control systems[J]. Science in China Series A，1989，32（9）：1047-1061.

[3] Wang P G. Absolute stability of Lurie indirect control systems with delay-time[J]. Advances in Modeling & Simulation，1992，29（3）：43-49.

[4] Liao Xiao-xin. Absolute Stability of Nonlinear Control Systems [M]. Hongkong：Kluwer Academic Publishers， 1993.

[5] 张发明. Lurie型控制系统鲁棒稳定性[J]. 长沙交通学院学报，2003，19（2）：55-57.

[6] 张发明. 时滞细胞神经网络的全局渐近稳定性和指数稳定性[J]. 中南大学学报：自然科学版，2005，36（1）：128-132.

[7] Tesi A, Vicino A. Robust absolute stability of Lurie controls systems in parameter space[J]. Automatica，1991，27（1）：147-151.

[8] 张发明. 具有不确定参数控制系统的鲁棒绝对稳定性[J]. 华中科技大学学报：自然科学版，2005，33（8）：122-125.

[9] 杨　斌，潘德惠. 关于Lurie控制系统的鲁棒绝对稳定性[J]. 自动化学报，1998，24（6）：816-819.

[10] Xu Lida，Cheng Chuwang，Tang Bingyong. A linear matrix inequality approach for robust control of systems with delayed states[J]. European Journal of Opertational Research，2000，124：332-341.

[11] Boyd S，Ghaoui L El，Feron E，et al. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory[C]//Studies in Applied Mathematics. Philadelphia：SIAM，1994.

[12] 徐炳吉. Lurie型不确定控制系统鲁棒稳定时滞界[J]. 系统工程与电子技术，2001，23（8）：52-54.

[13] 冯俊涛，年晓红. 不确定滞后型Lurie控制系统的鲁棒稳定性-LMI方法[J]. 长沙铁道学院学报，2002，20（2）：37-42.