

压弯箱梁剪力滞效应的实用计算方法

罗旗帜, 张秀芳, 代少敏

(佛山科学技术学院 土木工程与建筑系, 广东 佛山 528000)

摘要: 基于数理统计的基本原理, 运用多元回归分析方法, 建立了压弯箱梁结构的剪力滞实用计算公式。该研究是对目前薄壁压弯箱梁剪力滞计算方法的进一步改进, 得出的研究成果使原本复杂的计算变得较为简单, 为工程设计提供了参考。

关键词: 剪力滞效应; 剪力滞系数; 回归分析; 模型检验; 实用公式

中图分类号: U448.22

文献标识码: A

文章编号: 1008-2611(2007)01-0024-04

Discussion on Practical Calculating Method of the Shear Lag Effect in Compression-flexure Box Girders

Luo Qizhi, Zhang Xiufang, Dai Shaomin

(Department of Civil Engineering and Architecture, Foshan University of science & technology, Foshan Guangdong 528000, China)

Abstract: On the basis of mathematical statistics and using the method of multiple regression analysis, the practical calculating formulas of the shear lag coefficient in thin-walled compression-flexure box girders is derived. This research work is improved further of current calculating methods of the shear lag effect in compression-flexure box girders and the result supply reference on the engineering design which making the complex calculation extremely simple.

Key words: shear lag effect; shear lag coefficient; regression analysis; model test; practical formula

0 引言

近几十年来, 国内外许多学者对箱梁剪力滞计算问题提出了许多新设想和新理论, 获得了许多研究成果, 但多限于受弯构件。对于象斜拉桥这种具有压弯共同作用的受力构件, 其剪力滞效应的研究却很少。

作者在文献[1]中应用最小势能原理, 分别导得了仅有轴向荷载作用及压弯荷载共同作用下的、关于剪力滞效应的基本微分方程, 并通过有机玻璃模型的试验, 结合模型桥作了有限元法的数值分析, 其结果完全验证了理论解。试验与分析表明, 压弯箱梁剪力滞效应主要与轴压比、宽跨比等因素有关。根据实际中预应力混凝土梁的受力特性, 在保证梁的控制截面底部纤维(对悬臂梁为顶面纤维)不发生拉应力的前提下,

按初等梁理论中压弯构件来估算轴压荷载和竖向荷载的大小, 再利用分析解绘出的压弯箱梁的剪力滞系数随轴压比和宽跨比变化曲线, 编制了压弯箱梁的综合剪力滞系数表, 供设计参考^[1]。

关于压弯箱梁剪力滞的计算归纳起来大体可分为4种: 理论解析^[2]、数值解^[3]、表格法、图解法。各种计算方法都不可避免的存在一定的局限性。理论解析和数值解的方法求解过程复杂^[4], 工程应用的难度较大; 表格法和图解法都可直接查出设计所需的剪力滞系数, 相对来说它具有一定的实用性, 因此颇受设计人员的青睐。但在实际使用时, 总会从图表中引入各种误差的角度, 考虑到具体工程各种可能的情况, 对于影响剪力滞系数的主要因素难以严格控制, 用表格法时很容易出现插值问题, 若一律采用直线内插, 必

收稿日期: 2006-10-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50378019), 广东省自然科学基金资助项目(034066)

作者简介: 罗旗帜(1955-), 男, 浙江温州人, 佛山科学技术学院教授, 博士, 主要从事结构和桥梁工程方面的教学与研究。

定会出现很大的误差, 从而影响了设计计算的精度, 更为严重的是将导致材料的浪费和影响桥梁的安全。而图解法的准确性存在一定的主观性, 所以图表一般应用于粗略估计。另外, 我国现行的桥梁设计规范^[5]中, 对于箱梁设计因剪力滞效应影响而引起的翼缘宽度的折减参照德国规范规定的“二曲线+等效简支跨长”的计算方法。这种计算模式仍采用图表法, 并仅限于受弯箱梁。

从工程设计的角度出发, 考虑到各种可能的计算手段, 在满足设计精度的条件下, 如何得出比较实用且便于掌握的计算方法显得尤为重要。

1 数学机理

1.1 回归方程的建立

由泰勒公式知:

$$f(x, y) = f(0, 0) + \left(x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \right) f(0, 0) + \frac{1}{2!} \left(x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 f(0, 0) + R_3, \quad (1)$$

其中: $\left(x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \right) f(0, 0) = x f_x(0, 0) + y f_y(0, 0)$;

$$\left(x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 f(0, 0) = x^2 f_{xx}(0, 0) + 2xy f_{xy}(0, 0) + y^2 f_{yy}(0, 0); \quad (2)$$

$$R_3 = \frac{1}{3!} \left(x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \right)^3 f(\theta x, \theta y), \quad (0 < \theta < 1).$$

略去高阶无穷小 R_3 , 并将 $f(x, y)$ 写成多项式的形式得

$$f(x, y) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 xy + \beta_4 y + \beta_5 y^2. \quad (3)$$

为方便本文的研究, 将二元多项式回归的数学模型表示为:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_1^2 + \beta_3 x_1 x_2 + \beta_4 x_2 + \beta_5 x_2^2. \quad (4)$$

1.2 回归方程的求解^[6]

由于回归方程中的参数 $\beta_0, \beta_2, \dots, \beta_k$ 是未知的, 需要利用样本数据去估计它们。估计回归方程中的待估计参数 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$, 可根据最小二乘法求得, 也就是使残差平方和最小, 即

$$SSE = Q_{\min} = \sum_{i=1}^k (y_i - \hat{y}_i)^2. \quad (5)$$

本文将所有自变量一次、二次项和因变量进行多元回归分析, 逐步剔除对因变量不显著的那些自变量, 建立最优回归方程。

1.3 模型显著性评价

方程的显著性检验和拟合优度检验, 旨在对模型中被解释变量与解释变量之间的关系是否显著成立做

出推断。

1.3.1 多元回归方程的拟合优度

在多元回归分析中, 通常用调整的判定系数 (\bar{R}^2) 来表示方程的拟合优度, 计算公式为:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SSR/(n-k-1)}{SST/(n-1)},$$

其中: SST 为总体平方和;

SSR 为残差平方和;

$n-k-1$ 为残差平方和的自由度;

$n-1$ 为总体平方和的自由度。

\bar{R}^2 越接近于 1, 线性回归的效果越显著。

1.3.2 多元回归方程的单检验和总检验

从总体中随机抽取一个样本, 根据样本数据拟合多元回归方程, 必须经过显著性检验, 才能对总体的回归关系作出结论。只是多元回归分析的显著性检验一方面要对每一个解释变量的显著性分别进行检验, 另一方面还要对回归方程整体的显著性进行检验。前者称为单检验, 后者称为总检验。

1) 单检验

对任意参数 $\beta_i (i = 1, 2, \dots, k)$, 检验的零假设 (H_0) 为: $\beta_i = 0$, 检验的备假设 (H_1) 为: $\beta_i \neq 0$, t 统计量的计算公式是: $t = \frac{\hat{\beta}_i}{S_{\hat{\beta}_i}} \sim t(n-k-1)$, 其中 $S_{\hat{\beta}_i}$ 是回归系数 $\hat{\beta}_i$ 的抽样分布的标准差。

若计算出的 $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-k-1)$, 则拒绝零假设; 或者根据 t 统计量对应的 p 值决定拒绝还是接受零假设。若某个自变量的检验统计量 $|t|$ 对应的 $p > \alpha$ (α 为给定的显著水平, 本文取 $\alpha = 0.05$), 就意味着这个自变量对因变量的影响不显著, 剔除该变量。

2) 总检验

多元回归方程总检验的零假设 (H_0) 是: $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$; 备假设 (H_1) 为: 并非所有的 β_i 都为零。统计量 F 的计算公式是:

$$F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/k}{SSE/(n-k-1)} \sim F(k, n-k-1).$$

如果 $F < F_{\alpha}$, 或是对应的 $p > \alpha = 0.05$ 不能拒绝 H_0 , 则作出 Y 与诸 X 不存在显著回归的结论, 或者说所拟合的样本回归方程在总体上没有意义; 反之, 如果 $F > F_{\alpha}$, 或是对应的 $p < \alpha = 0.05$, 就应拒绝 H_0 , 则作出 Y 与诸 X 之间存在显著回归的结论, 即承认所拟合样本回归方程在总体上有一定的显著性。

1.4 模型残差分析

根据估计的模型方程求出的预测值与因变量的观测值之差称为模型的残差。残差反映了用估计的模型方程去预测引起的误差。为更好地反映出模型的拟合优度, 本文用相对残差作为残差分析的参数。

2 模型的建立及求解

本文对文献[1]压弯箱梁的剪力滞系数数据进行分析处理。经过分析,将因变量取倒数后再按多元逐步回归的方法建模和求解,得到的模型比直接将原始数据进行多元逐步回归分析所得模型效果好。本文给出了最后的计算结果。

先以在跨中集中荷载作用下跨中截面的剪力滞系数实用计算公式为例来进行说明,其它情况的求解过程可参考这一情况。

压弯箱梁在跨中集中荷载作用下跨中截面剪力滞系数见表1。

原始数据经处理后仍是2个自变量,这2个自变量的一次项、二次项展开共有5项,因此,将所有自

$$\lambda^{-1} = 0.9506 - 1.8569x_1x_2 + 0.8202x_1 - 1186x_1^2 - 1.1725x_2 + 0.5067x_2^2, \quad (6)$$

统计量	1571.87	105.00	57.68	37.65	74.29	4.68
p	<0.0001	<0.0001	<0.0001	0.0005	<0.0001	<0.0306

其中: x_1 为轴压比 N/N_{cr} , $0 < x_1 \leq 0.4$;

x_2 为宽跨比 b/L , $0 < x_2 \leq 0.4$ 。

由拟合汇总结果可知模型方程的偏差为0.0006, χ^2 统计量为0.0057。

可以看出模型方程中5个变量的 T 统计量对应的 p 值均远小于0.05,可见这5个变量在0.05的显著水平下对回归方程的贡献是显著的。

将模型方程(6)的计算结果与表1的原始数据

变量一次、二次项和因变量进行多元回归分析运行,逐步剔除所有对因变量不显著的那些自变量,建立最优回归方程。

表1 跨中集中荷载作用下的跨中截面剪力滞系数

Table 1 Shear lag coefficient of mid-span section under central point load

荷载类型	轴压比	宽跨比 b/L			
		0.10	0.20	0.30	0.40
跨中集中荷载	0.1	1.10	1.28	1.53	1.79
	0.2	1.10	1.28	1.56	1.87
	0.3	1.10	1.30	1.62	2.03
	0.4	1.11	1.32	1.74	2.43

将全部5个候选变量进行回归分析,可求得回归方程为:

进行比较,可以看出用拟合模型计算出的 λ 值与原始数据的 λ 值非常接近,最大相对误差为2.80%,相对误差绝对值的平均值为1.12%,满足工程设计的精度要求。

按上述方法对另外3种情况进行分析,可得压弯箱梁剪力滞系数实用计算公式为:

$$\lambda^{-1} = k_0 + k_1x_1x_2 + k_2x_1 + k_3x_1^2 + k_4x_2 + k_5x_2^2, \quad (7)$$

其中: x_1 为轴压比 N/N_{cr} , $0 < x_1 \leq 0.4$;

x_2 为宽跨比 b/L , $0 < x_2 \leq 0.4$;

表2 $k_0 \sim k_5$ 取值表

Table 2 $k_0 \sim k_5$ achieve values table

荷载作用形式	截面位置	系					数	
		k_0	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	
跨中集中荷载	跨中	0.9506	-1.8569	0.8202	-1.1186	-1.1725	0.5067	
	四分点	1.1393	-1.9544	0.2591	0	-2.1150	2.3016	
均布荷载	跨中	1.0319	-1.9802	0.6083	-0.8822	-1.0127	0	
	四分点	1.0451	-1.7594	0.7193	-1.0055	-1.8034	1.5939	

$k_0 \sim k_5$ 取值见表2。

将压弯箱梁剪力滞系数的实用计算公式计算得出的结果与原始数据中的所有64组数据对比可以知道,用模型计算出的 λ 值与原始数据的 λ 值非常接近,相对误差绝对值的平均值为1.22%,满足工程计算精度要求。

根据模型方程作压弯箱梁受梁高比和宽跨比影响的剪力滞系数三维图,如图1。

由图1可以看出压弯箱梁的剪力滞效应随宽跨比和轴压比的增大而增大,特别地,当轴压比大于0.3,宽跨比大于0.3后,剪力滞系数迅速增大,在实际工程

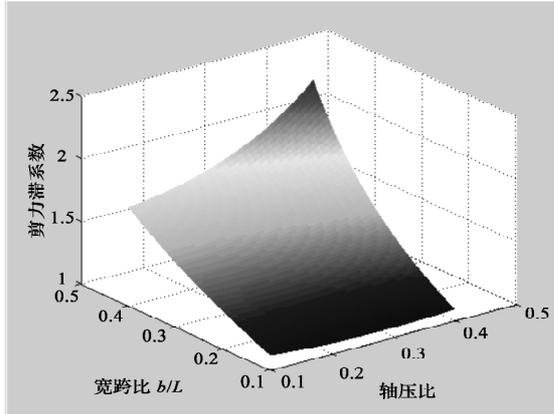
设计中应引起注意。

3 结论

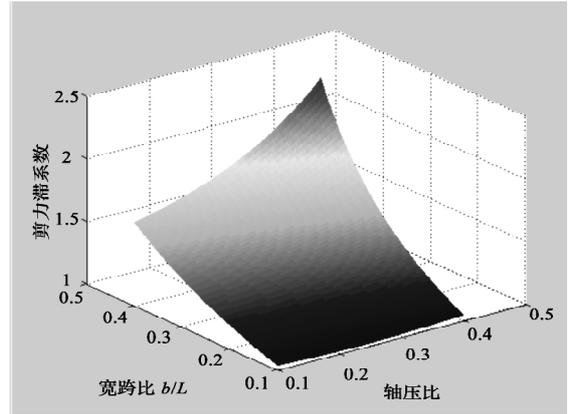
通过上述数学建模的讨论和压弯箱梁的剪力滞效应的理论分析,可得出以下几点结论:

1) 基于数理统计的基本原理,应用多元回归分析方法,建立了压弯箱梁的剪力滞实用计算的数学模型,并推导了剪力滞系数的计算公式,便于工程应用。

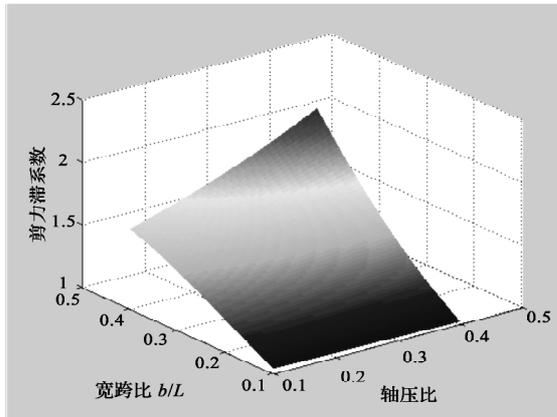
2) 在压弯箱梁剪力滞的实用计算的推导过程中,将二元非线性回归问题化为多元的线性问题,采用逐步剔除的方法选择模型方程的自变量,建立最优回归方程。其中用模型计算出的曲线箱梁剪力滞系数与原



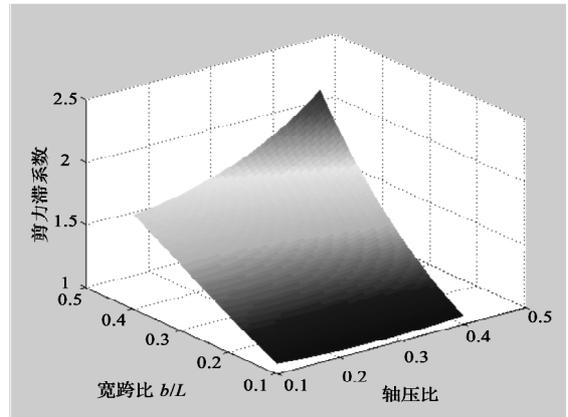
a) 跨中集中荷载 (跨中截面)



c) 均布荷载 (跨中截面)



b) 跨中集中荷载 (四分点截面)



d) 均布荷载 (四分点截面)

图1 压弯箱梁剪力滞系数三维图

Fig. 1 Three dimensions chart of shear lag coefficient in press-bent box girders

始数据的相对误差绝对值的平均值为 1.22 %。

3) 本文将已得的数据公式化, 为今后薄壁箱梁剪力滞的研究提供了新的方向。

参考文献:

[1] 程翔云, 罗旗帜. 箱梁在压弯荷载共同作用下的剪力滞[J]. 土木工程学报, 1991, 24(1): 52-64.

[2] 蔡松柏, 程翔云, 邵旭东. II形梁剪力滞效应的解析解[J]. 工程力学, 2003, 20(5): 82-86.
 [3] Luo Q Z, Tang J, Li Q S. Finite segment method for shear lag analysis of cable-stayed bridge[J]. J. Struct. Engrg (ASCE), 2002, 128(12): 1617-1622.
 [4] 罗旗帜, 吴幼明. 薄壁箱梁剪力滞理论的评述和展望[J]. 佛山科学技术学院学报: 自然科学版, 2001(3): 29-35.
 [5] JTG D62-2004, 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].
 [6] 贾俊平. 统计学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.