DOI：10.20271/j.cnki.1673−9833.2026.5006

考虑通信时滞的采样控制系统稳定性分析

王佳乐，王　炜，林惠潮，肖会芹

（湖南工业大学 交通与电气工程学院，湖南 株洲 412007）

摘　要：为探究通信时滞对采样数据系统稳定性的影响，首先构建采样控制系统的数学模型，将网络控制系统建模为带输入时滞的连续时间系统。在此基础上，通过构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函与双边闭环函数的组合泛函，并在时滞区间 $[t_{k+1}-\tau, t_{k+1}]$ 内引入一个附加零等式，建立了具有定常传输时滞的采样控制系统稳定性判据。最后，通过数值算例与现有文献结果进行对比分析，验证了该判据的有效性与优越性。实验结果表明，所提判据具有更低的保守性和更高的计算效率。

关键词：通信时滞；稳定性；采样系统；双边闭环函数；Lyapunov-Krasovskii 泛函

中图分类号：TP273；TM921.5　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673−9833(2026)05−0043−07

引文格式：王佳乐，王　炜，林惠潮，等 . 考虑通信时滞的采样控制系统稳定性分析 [J]. 湖南工业大学学报，2026，40(5)：43−49.

Stability Analysis of Sampled Control Systems Considering Communication Time Delays

WANG Jiale，WANG Wei，LIN Huichao，XIAO Huiqin

（School of Transportation and Electrical Engineering，Hunan University of Technology，Zhuzhou Hunan 412007，China）

Abstract：In view of an investigation of the impact of communication delay on the stability of sampled-data systems, a mathematical model of the sampled control system is first constructed, with the networked control system (NCS) modeled as a continuous-time system with input delay. On this basis, by constructing a combination functional of the Lyapunov-Krasovskii functional and the two-side closed-loop function, and introducing an additional zero equality within the time-delay interval $[t_{k+1}-\tau, t_{k+1}]$, a stability criterion has thus been established for sampled control systems with constant transmission delays. Finally, by comparing numerical examples with results from existing literature, the effectiveness and superiority of the criterion can be validated. Experimental results show that the proposed criterion is characterized with a lower conservatism and higher computational efficiency.

Keywords：communication time delay；stability；sampled-data systems；two-side looped-functional；Lyapunov-Krasovskii functional

1　研究背景

近年来，随着计算机与通信技术的发展，网络控制系统（networked control system，NCS）已成为自动化领域的重要研究方向 [1−3]。NCS 通过通信网络实现系统各组件间（如传感器、控制器和执行器等，如图 1 所示）的信号传输，以实现闭环控制。然而，受限于网络资源，高频采样易引发数据拥塞与传输延迟，导致系统不稳定。故已有大量研究致力于通过扩大最大采样周期以降低信道占用，这对于保障系统稳定性和提升通信资源利用率具有重要意义 [4−5]。

由于采样数据系统在通信与计算效率方面的显著

收稿日期：2025−07−20

基金项目：国家自然科学基金资助项目（62173136）

作者简介：王佳乐，男，湖南工业大学硕士生，主要研究方向为采样控制系统和时滞系统，E-mail：m23080800022@hut.edu.cn

通信作者：王　炜，女，湖南工业大学教授，主要研究方向为电力系统，网络控制系统等，E-mail：wangwei9804@163.com

优势，已成为现代控制系统中的重要研究方向[6−9]。当前采样数据系统的稳定性分析主要依赖以下 3 种方法：1）离散时间方法，将连续信号离散化，借助离散域工具分析系统性能[10−11]；2）混合离散－连续模型方法，即脉冲系统方法，基于脉冲系统建模，其系统解通常由带跳变的 Riccati 微分方程确定[12]；3）输入时滞方法，将闭环系统建模为无限维时滞微分方程，并利用 Razumikhin 或 Lyapunov-Krasovskii 方法进行稳定性分析[13−14]。

2012 年，文献 [15] 提出了一种基于闭环函数的方法来分析采样数据系统稳定性。在此基础上，文献 [16] 构造了双边闭环函数，能显著降低保守性，但其将系统视为理想模型，未考虑通信时滞的影响。文献 [17] 针对具通信延迟的采样数据系统，提出了结合 Lyapunov-Krasovskii 泛函与闭环泛函方法，并引入多个零等式以增强稳定性判据的适用性。文献 [18] 提出了一类新的双边闭环泛函，指出在某些情形下，适当的时滞可能有助于提升系统性能。文献 [19] 引入采样周期划分策略，将采样周期划分为两个子区间，并分别构建闭环泛函以提高分析精细度。文献 [20] 利用系统动力学在区间$[t,\ t_{k+1}-\tau]$内引入一个附加零等式，这为扩展最大采样区间提供了可能性。上述研究表明，如何基于系统特性构造有效零等式，是提升系统稳定性的重要方向，值得深入探索。

本文首先构建了采样控制系统的数学模型，将 NCS 表述为带有输入时滞的连续时间系统。在此基础上设计了结合 Lyapunov-Krasovskii 泛函与双边闭环函数的复合泛函，并引入一附加零等式，从而推导出适用于定常传输时滞采样系统的稳定性判据。最后，通过数值实例验证了所提方法的有效性与优越性。

本文采用如下符号：上标 T 和 −1 分别表示矩阵的转置和逆，$\mathbf{R}^n$ 为 n 维欧几里得空间，$\mathbf{R}^{n\times m}$ 为 $n\times m$ 维实矩阵，$\boldsymbol{P}>0$ 表示矩阵为正定的，diag{⋯} 表示块对角矩阵，$\mathbf{0}$ 和 $\boldsymbol{I}$ 分别代表零矩阵和单位矩阵，col{⋯} 表示一组列向量，* 表示对称矩阵中省略的对称项，$\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{X}\}=\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}$。

2 问题描述

图 1 为网络控制系统结构示意图。

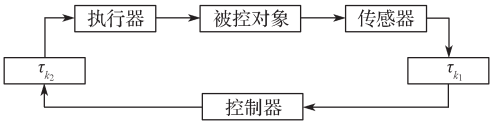

图 1 网络控制系统结构示意图

Fig. 1 Network control system schematic diagram

根据图 1 可建立如下模型：

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\bar{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{u}(t)\ , \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{x}(t)$ 为系统状态变量，且 $\boldsymbol{x}(t)\in\mathbf{R}^n$；$\boldsymbol{u}(t)$ 为控制输入，且 $\boldsymbol{u}(t)\in\mathbf{R}^m$；$\boldsymbol{A}\in\mathbf{R}^{n\times n}$、$\bar{\boldsymbol{B}}\in\mathbf{R}^{n\times m}$ 分别为系统矩阵和输入矩阵。

采样状态由通信网络以恒定的传输延迟 τ_{k_1} 和 τ_{k_2} 传输速率，分别代表从传感器到控制器和从控制器到执行器的传输时滞。考虑传输时滞的影响，状态反馈控制器具有如下形式：

$$\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t_k-\tau),\ t_k\leqslant t<t_{k+1}\ , \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{K}$ 为给定控制器增益；τ 为系统中通信时滞常数，且 $\tau=\tau_{k_1}+\tau_{k_2}$；$t_k$ 为系统的控制信号更新时刻。

h_k 为 t_k 和 t_{k+1} 两个相邻时刻的更新周期，满足 $t_{k+1}-t_k=h_k$，$h_k\in[h_1,\ h_2]$，$h_2\geqslant h_1>0$，h_2 和 h_1 分别代表采样周期的最上界和最下界。

将式（2）代入式（1），可得到系统的状态方程：

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}(t_k-\tau),\ t\in[t_k,\ t_{k+1}), \tag{3}$$

式中 $\boldsymbol{B}=\bar{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K}$。

此外，定义 $\eta_k=h_k+\tau$，并将其上界记为 $\eta_{\mathrm{M}}=h_2+\tau$。

本文致力于探索在通信时滞存在的情形下，采样控制系统实现稳定所允许的最大采样周期。为支撑后续的稳定性判据推导，文中首先引入了一类基于自由权矩阵的积分不等式，从而为理论分析奠定基础。

引理 1[16] 给出正定矩阵 $\boldsymbol{H}\in\mathbf{R}^{n\times n}$，对于任意可导函数 $\boldsymbol{x}\in[\alpha,\ \beta]\to\mathbf{R}^n$，任意矩阵 $\boldsymbol{W}_1$、$\boldsymbol{W}_2$、$\boldsymbol{W}_3$ 有如下不等式成立：

$$-\int_\alpha^\beta \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{H}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\leqslant\boldsymbol{\Phi}_i,\ i=1,\ 2\ 。 \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{\Phi}_i=(\beta-\alpha)\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}}+\frac{1}{3}\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{W}_2^{\mathrm{T}}+\frac{1}{5}\boldsymbol{W}_3\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{W}_3^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{\theta}+\mathrm{Sym}\left\{\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{\chi}_1+\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{\chi}_2+\boldsymbol{W}_3\boldsymbol{\chi}_3^{(i)}\right)\boldsymbol{\theta}_i\right\}$；

$\boldsymbol{\chi}_1=\bar{\boldsymbol{e}}_1-\bar{\boldsymbol{e}}_2$，$\boldsymbol{\chi}_2=\bar{\boldsymbol{e}}_1+\bar{\boldsymbol{e}}_2-2\bar{\boldsymbol{e}}_3$；

$\boldsymbol{\chi}_3^{(1)}=\bar{\boldsymbol{e}}_1-\bar{\boldsymbol{e}}_2-6\bar{\boldsymbol{e}}_3+6\bar{\boldsymbol{e}}_4$，$\boldsymbol{\chi}_3^{(2)}=\bar{\boldsymbol{e}}_1-\bar{\boldsymbol{e}}_2+6\bar{\boldsymbol{e}}_3-6\bar{\boldsymbol{e}}_4$；

$\boldsymbol{\theta}_1=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\beta),\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\alpha),\ \frac{1}{\nu}\int_\alpha^\beta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s,\ \frac{2}{\nu^2}\int_\alpha^\beta\int_\alpha^s\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(u)\mathrm{d}u\mathrm{d}s\right\}$，

$\boldsymbol{\theta}_2=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\beta),\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\alpha),\ \frac{1}{\nu}\int_\alpha^\beta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s,\ \frac{2}{\nu^2}\int_\alpha^\beta\int_s^\beta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(u)\mathrm{d}u\mathrm{d}s\right\}$；

$\bar{\boldsymbol{e}}_j=\left[\mathbf{0}_{n\times(j-1)n},\ \boldsymbol{I}_n,\ \mathbf{0}_{n\times(4-j)n}\right]$，$j=1,\ 2,\ 3,\ 4$，

其中，$\nu=\beta-\alpha$，$\boldsymbol{\theta}$ 为任意向量。

3 采样控制系统稳定性分析

为便于描述，给出如下定义：

$$\boldsymbol{v}_1(t)=\frac{1}{t-t_k}\int_{t_k}^t\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s,\ \boldsymbol{v}_2(t)=\frac{1}{t_{k+1}-t}\int_t^{t_{k+1}}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s,$$

$$\boldsymbol{v}_3(t)=\frac{1}{t-t_k}\int_{t_k-\tau}^{t-\tau}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s,\ \boldsymbol{v}_4(t)=\frac{1}{t_{k+1}-t}\int_{t-\tau}^{t_{k+1}-\tau}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s,$$

$$\boldsymbol{v}_5(t)=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{x}(t_k),\ \boldsymbol{x}(t-\tau)-\boldsymbol{x}(t_k-\tau)\right\},$$

$$\boldsymbol{v}_6(t)=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{x}(t_{k+1}),\ \boldsymbol{x}(t-\tau)-\boldsymbol{x}(t_{k+1}-\tau)\right\},$$

$$\boldsymbol{v}_7(t)=\frac{1}{\tau}\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s,\ \boldsymbol{\zeta}_2(t)=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{x}(t),\dot{\boldsymbol{x}}(t)\right\},$$

$$\boldsymbol{\zeta}_1(t)=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{x}(t),\ \boldsymbol{x}(t-\tau),\ \tau\boldsymbol{v}_7(t)\right\},$$

$$\boldsymbol{\zeta}_3(t)=\mathrm{col}\left\{(t_{k+1}-t)\boldsymbol{v}_5(t),\ (t-t_k)\boldsymbol{v}_6(t)\right\},$$

$$\boldsymbol{\zeta}_4(t)=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{v}_5(t),\ \boldsymbol{v}_6(t)\right\},$$

$$\boldsymbol{\zeta}_5(t)=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{x}(t_{k+1}),\ \boldsymbol{x}(t_{k+1}-\tau),\ \boldsymbol{x}(t_k),\ \boldsymbol{x}(t_k-\tau)\right\},$$

$$\boldsymbol{\zeta}_6(t)=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{v}_5(t),\ (t-t_k)\boldsymbol{v}_1(t),\ (t-t_k)\boldsymbol{v}_3(t)\right\},$$

$$\boldsymbol{\zeta}_7(t)=\mathrm{col}\left\{\boldsymbol{v}_6(t),\ (t_{k+1}-t)\boldsymbol{v}_2(t),\ (t_{k+1}-t)\boldsymbol{v}_4(t)\right\},$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\zeta}(t)=\mathrm{col}\{&\boldsymbol{x}(t),\ \boldsymbol{x}(t_k),\ \boldsymbol{x}(t_{k+1}),\ \boldsymbol{x}(t-\eta_k),\ \boldsymbol{v}_1(t),\\&\boldsymbol{v}_2(t),\ \boldsymbol{v}_3(t),\ \boldsymbol{v}_4(t),\ \boldsymbol{x}(t-\tau),\ \boldsymbol{x}(t_k-\tau),\\&\boldsymbol{x}(t_{k+1}-\tau),\ \dot{\boldsymbol{x}}(t-\tau),\ \boldsymbol{v}_7(t)\},\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{e}_i=\left[\boldsymbol{0}_{n\times(i-1)n},\ \boldsymbol{I}_n,\ \boldsymbol{0}_{n\times(13-i)n}\right],\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ 13。$$

接下来，可以得到以下稳定性判据。

定理 1　对于给定的 h_1、h_2 和 τ，若存在 $\boldsymbol{P}>0$、$\boldsymbol{S}>0$、$\boldsymbol{Z}_1>0$、$\boldsymbol{Z}_3>0$、$\boldsymbol{U}_2>0$、$\boldsymbol{U}_4>0$，且存在任意合适维数的矩阵 $\boldsymbol{Q}_i$ (i=1, 2, 3)，$\boldsymbol{M}_j$、$\boldsymbol{Y}_j$、$\boldsymbol{L}_j$、$\boldsymbol{N}_j$ 和 $\boldsymbol{T}_j$ (j=1, 2)，$\boldsymbol{H}_k$ (k=1, 2, ⋯, 5)，对于 $h_k\in[h_1,\ h_2]$，使得如下线性矩阵不等式成立：

$$\boldsymbol{U}_3+\boldsymbol{Z}_2>0,\tag{5}$$

$$\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{Z}_3>0,\tag{6}$$

$$\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3>0,\tag{7}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Lambda}_1+h_k\boldsymbol{\Lambda}_2 & \sqrt{h_k}\boldsymbol{\Psi}_1 & \sqrt{\tau}\boldsymbol{\Psi}_2\\ * & -\boldsymbol{\Theta}_1 & \boldsymbol{0}\\ * & * & -\boldsymbol{\Theta}_2\end{bmatrix}<0,\tag{8}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Lambda}_1+h_k\boldsymbol{\Lambda}_3 & \sqrt{h_k}\boldsymbol{\Psi}_3 & \sqrt{\tau}\boldsymbol{\Psi}_2\\ * & -\boldsymbol{\Theta}_3 & \boldsymbol{0}\\ * & * & -\boldsymbol{\Theta}_2\end{bmatrix}<0,\tag{9}$$

则系统（3）是渐近稳定的，式（8）（9）中：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Lambda}_1=\mathrm{Sym}\{&\boldsymbol{\Pi}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Pi}_2+\boldsymbol{\Pi}_5^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_6+\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Pi}_7)+\boldsymbol{Y}_1\boldsymbol{\Pi}_{19}+\\&\boldsymbol{Y}_2\boldsymbol{\Pi}_{20}+\boldsymbol{\Pi}_{13}{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{18}+\boldsymbol{\Pi}_{15}{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{16}+\boldsymbol{M}_1\boldsymbol{\Pi}_{21}+\\&\boldsymbol{M}_2\boldsymbol{\Pi}_{22}+\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{\Pi}_{23}+\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{\Pi}_{24}+\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{\Pi}_{25}+\boldsymbol{N}_1\boldsymbol{\Pi}_{26}+\\&\boldsymbol{N}_2\boldsymbol{\Pi}_{27}+\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{\Pi}_{28}+\boldsymbol{T}_1\boldsymbol{\Pi}_{29}+\boldsymbol{T}_2\boldsymbol{\Pi}_{30}-\boldsymbol{H}_3\boldsymbol{\Pi}_{21}-\\&\boldsymbol{H}_4\boldsymbol{\Pi}_{26}+\boldsymbol{H}_5\boldsymbol{\Pi}_{33}-\tau\boldsymbol{H}_5\boldsymbol{\Pi}_{34}\}+\boldsymbol{\Pi}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\Pi}_3-\\&\boldsymbol{\Pi}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\Pi}_4+\tau\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{\Gamma}+h_2\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{\Gamma}+(\tau+h_2)\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{\Gamma},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Lambda}_2=\mathrm{Sym}\{&\boldsymbol{\Pi}_8^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_6+\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Pi}_7)+\boldsymbol{\Pi}_9^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_{10}+\boldsymbol{\Pi}_{15}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{17}+\\&\boldsymbol{H}_4\boldsymbol{\Pi}_{32}-\boldsymbol{H}_5\boldsymbol{\Pi}_{35}\}+\boldsymbol{\Pi}_7^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Pi}_7+\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_1\boldsymbol{\Gamma}+\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_3\boldsymbol{e}_{12},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Lambda}_3=\mathrm{Sym}\{&\boldsymbol{\Pi}_{11}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_6+\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Pi}_7)+\boldsymbol{\Pi}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_{10}+\\&\boldsymbol{\Pi}_{14}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{18}+\boldsymbol{H}_3\boldsymbol{\Pi}_{31}\}-\boldsymbol{\Pi}_7^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Pi}_7+\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_2\boldsymbol{\Gamma}+\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_4\boldsymbol{e}_{12};\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_1=[\boldsymbol{N}_1\quad\boldsymbol{N}_2\quad\boldsymbol{H}_1\quad\boldsymbol{T}_1\quad\boldsymbol{T}_2],\ \boldsymbol{\Psi}_2=[\boldsymbol{H}_2\quad\boldsymbol{Y}_1\quad\boldsymbol{Y}_2],$$

$$\boldsymbol{\Psi}_3=[\boldsymbol{M}_1\quad\boldsymbol{M}_2\quad\boldsymbol{L}_1\quad\boldsymbol{L}_2];$$

$$\boldsymbol{\Theta}_1=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{U}_2,\ 3\boldsymbol{U}_2,\ \boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3,\ \boldsymbol{U}_4,\ 3\boldsymbol{U}_4\},$$

$$\boldsymbol{\Theta}_2=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{Z}_3,\ \boldsymbol{Z}_1,\ 3\boldsymbol{Z}_1\},$$

$$\boldsymbol{\Theta}_3=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{Z}_3,3(\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{Z}_3),\boldsymbol{U}_3+\boldsymbol{Z}_2,3(\boldsymbol{U}_3+\boldsymbol{Z}_2)\};$$

$$\boldsymbol{\Gamma}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{B}\boldsymbol{e}_{10};$$

$$\boldsymbol{\Pi}_1=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\quad\tau\boldsymbol{e}_{13}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\Pi}_2=\left[\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_3=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\Pi}_4=\left[\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_5=\left[\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_6=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_7=\left[\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\Pi}_8=\left[\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_9=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{10}=\left[\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\Pi}_{11}=\left[\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{12}=\left[\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{13}=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{14}=\left[\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{e}_5^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\Pi}_{15}=\left[\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{16}=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{17}=\left[\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\Pi}_{18}=\left[\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\quad-\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad-\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{19}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_9,\ \boldsymbol{\Pi}_{20}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_9-2\boldsymbol{e}_{13},\ \boldsymbol{\Pi}_{21}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2,$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{22}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2-2\boldsymbol{e}_5,\ \boldsymbol{\Pi}_{23}=\boldsymbol{e}_9-\boldsymbol{e}_{10},\ \boldsymbol{\Pi}_{24}=\boldsymbol{e}_9+\boldsymbol{e}_{10}-2\boldsymbol{e}_7,$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{25}=\boldsymbol{e}_{10}-\boldsymbol{e}_4,\ \boldsymbol{\Pi}_{26}=\boldsymbol{e}_3-\boldsymbol{e}_1,\ \boldsymbol{\Pi}_{27}=\boldsymbol{e}_3+\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_6,$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{28}=\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_{10},\ \boldsymbol{\Pi}_{29}=\boldsymbol{e}_{11}-\boldsymbol{e}_9,\ \boldsymbol{\Pi}_{30}=\boldsymbol{e}_{11}+\boldsymbol{e}_9-2\boldsymbol{e}_8,$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{31}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{e}_{10}+\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_5,\ \boldsymbol{\Pi}_{32}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{e}_{10}+\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_6,\ \boldsymbol{\Pi}_{33}=\boldsymbol{e}_3-\boldsymbol{e}_{11},$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{34}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_{13}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{e}_{10},\ \boldsymbol{\Pi}_{35}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_6-\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_8。$$

证明　首先构造如下泛函：

$$\boldsymbol{V}(t)=\sum_{i=1}^{5}\boldsymbol{V}_{1i}(t)+\sum_{j=1}^{6}\boldsymbol{V}_{2j}(t),\tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{V}_{11}(t)=\boldsymbol{\zeta}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{\zeta}_1(t)$，$\boldsymbol{V}_{12}(t)=\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{\zeta}_2^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{S}\boldsymbol{\zeta}_2(s)\mathrm{d}s$，

$$\boldsymbol{V}_{13}(t)=\int_{-\tau}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(u)\boldsymbol{Z}_1\dot{\boldsymbol{x}}(u)\mathrm{d}u\mathrm{d}\theta,$$

$$\boldsymbol{V}_{14}(t)=\int_{-\eta_{\mathrm{M}}}^{-\tau}\int_{t+\theta}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(u)\boldsymbol{Z}_2\dot{\boldsymbol{x}}(u)\mathrm{d}u\mathrm{d}\theta,$$

$$\boldsymbol{V}_{15}(t)=\int_{-\eta_{\mathrm{M}}}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(u)\boldsymbol{Z}_3\dot{\boldsymbol{x}}(u)\mathrm{d}u\mathrm{d}\theta;$$

$$\boldsymbol{V}_{21}(t)=2\boldsymbol{\zeta}_3^{\mathrm{T}}(t)\left[\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\zeta}_4(t)+\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\zeta}_5(t)\right]+2\boldsymbol{\zeta}_6^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\zeta}_7(t),$$

$$\boldsymbol{V}_{22}(t)=(t_{k+1}-t)(t-t_k)\boldsymbol{\zeta}_5^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{G}\boldsymbol{\zeta}_5(t),$$

$$\boldsymbol{V}_{23}(t)=(t_{k+1}-t)\int_{t_k}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_1\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,$$

$$V_{24}(t)=-(t-t_k)\int_t^{t_{k+1}}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,$$

$$V_{25}(t)=(t_{k+1}-t)\int_{t_k-\tau}^{t-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_3\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,$$

$$V_{26}(t)=-(t-t_k)\int_{t-\tau}^{t_{k+1}-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_4\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s。$$

对所构建的泛函求导可得：

$$\dot{V}(t)=\sum_{i=1}^{5}\dot{V}_{1i}(t)+\sum_{j=1}^{6}\dot{V}_{2j}(t),\tag{11}$$

式中：$\dot{V}_{11}(t)=2\zeta^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Pi}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Pi}_2\zeta(t)$,

$$\dot{V}_{12}(t)=\zeta^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{\Pi}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\Pi}_3-\boldsymbol{\Pi}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\Pi}_4)\zeta(t),$$

$$\dot{V}_{13}(t)=\zeta^{\mathrm{T}}(t)\tau\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{\Gamma}\zeta(t)+\boldsymbol{J}_1,$$

$$\dot{V}_{14}(t)=\zeta^{\mathrm{T}}(t)h_2\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{\Gamma}\zeta(t)+\boldsymbol{J}_2,$$

$$\dot{V}_{15}(t)=\zeta^{\mathrm{T}}(t)\eta_M\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{\Gamma}\zeta(t)+\boldsymbol{J}_3;$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_{21}(t)=2\zeta^{\mathrm{T}}(t)\{&\boldsymbol{\Pi}_5^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_6+\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Pi}_7)+\boldsymbol{\Pi}_{13}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{18}+\\&\boldsymbol{\Pi}_{15}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{16}+(t_{k+1}-t)[\boldsymbol{\Pi}_8^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_6+\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Pi}_7)+\\&\boldsymbol{\Pi}_9^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_{10}+\boldsymbol{\Pi}_{15}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{17}]+(t-t_k)[\boldsymbol{\Pi}_{11}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_6+\\&\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Pi}_7)+\boldsymbol{\Pi}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_{10}+\boldsymbol{\Pi}_{14}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{18}]\}\zeta(t),\end{aligned}$$

$$\dot{V}_{22}(t)=\zeta^{\mathrm{T}}(t)[(t_{k+1}-t)-(t-t_k)]\boldsymbol{\Pi}_7^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Pi}_7\zeta(t),$$

$$\dot{V}_{23}(t)=\zeta^{\mathrm{T}}(t)[(t_{k+1}-t)\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_1\boldsymbol{\Gamma}]\zeta(t)+\boldsymbol{J}_4,$$

$$\dot{V}_{24}(t)=\zeta^{\mathrm{T}}(t)[(t-t_k)\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_2\boldsymbol{\Gamma}]\zeta(t)+\boldsymbol{J}_5,$$

$$\dot{V}_{25}(t)=\zeta^{\mathrm{T}}(t)[(t_{k+1}-t)\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_3\boldsymbol{e}_{12}]\zeta(t)+\boldsymbol{J}_6,$$

$$\dot{V}_{26}(t)=\zeta^{\mathrm{T}}(t)[(t-t_k)\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_4\boldsymbol{e}_{12}]\zeta(t)+\boldsymbol{J}_7。$$

其中，$\boldsymbol{J}_1=-\int_{t-\tau}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_1\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s$, $\boldsymbol{J}_2=-\int_{t-\eta_{\mathrm{M}}}^{t-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s$,

$$\boldsymbol{J}_3=-\int_{t-\eta_{\mathrm{M}}}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_3\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,\ \boldsymbol{J}_4=-\int_{t_k}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_1\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,$$

$$\boldsymbol{J}_5=-\int_{t}^{t_{k+1}}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,\ \boldsymbol{J}_6=-\int_{t_k-\tau}^{t-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_3\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,$$

$$\boldsymbol{J}_7=-\int_{t-\tau}^{t_{k+1}-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_4\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s。$$

根据 $\eta_{\mathrm{M}}\geqslant\eta_k$ 和 $\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3>0$，可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}_2+\boldsymbol{J}_3=&-\int_{t-\eta_k}^{t-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s-\int_{t-\eta_k}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_3\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s-\\&\int_{t-\eta_{\mathrm{M}}}^{t-\eta_k}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)(\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3)\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\leqslant\\&-\int_{t-\eta_k}^{t-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s-\int_{t-\eta_k}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_3\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s=\\&-\int_{t_k-\tau}^{t_k}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_3\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s-\int_{t_k-\tau}^{t-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s-\\&\int_{t_k}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_3\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s-\int_{t-\eta_k}^{t_k-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)(\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3)\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,\end{aligned}$$

随后可得 $\boldsymbol{J}_2+\boldsymbol{J}_3+\boldsymbol{J}_4+\boldsymbol{J}_6\leqslant\hat{\boldsymbol{J}}_2+\hat{\boldsymbol{J}}_3+\hat{\boldsymbol{J}}_4+\hat{\boldsymbol{J}}_6$，（12）

式中：$\hat{\boldsymbol{J}}_2=-\int_{t_k}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)(\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{Z}_3)\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s$,

$$\hat{\boldsymbol{J}}_3=-\int_{t_k-\tau}^{t-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)(\boldsymbol{U}_3+\boldsymbol{Z}_2)\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,$$

$$\hat{\boldsymbol{J}}_4=-\int_{t-\eta_k}^{t_k-\tau}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)(\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3)\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,$$

$$\hat{\boldsymbol{J}}_6=-\int_{t_k-\tau}^{t_k}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_3\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s。$$

根据引理 1 进行界定，可得：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}_1\leqslant&\zeta^{\mathrm{T}}(t)\left[\tau\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2i-1}\boldsymbol{Y}_i\boldsymbol{Z}_1^{-1}\boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}\right]\zeta(t)+\\&\zeta^{\mathrm{T}}(t)[\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{Y}_1\boldsymbol{\Pi}_{19}+\boldsymbol{Y}_2\boldsymbol{\Pi}_{20}\}]\zeta(t),\end{aligned}\tag{13}$$

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{J}}_2\leqslant&\zeta^{\mathrm{T}}(t)\left[(t-t_k)\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2i-1}\boldsymbol{M}_i(\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{Z}_3)^{-1}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}\right]\zeta(t)+\\&\zeta^{\mathrm{T}}(t)[\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{M}_1\boldsymbol{\Pi}_{21}+\boldsymbol{M}_2\boldsymbol{\Pi}_{22}\}]\zeta(t),\end{aligned}\tag{14}$$

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{J}}_3\leqslant&\zeta^{\mathrm{T}}(t)\left[(t-t_k)\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2i-1}\boldsymbol{L}_i(\boldsymbol{U}_3+\boldsymbol{Z}_2)^{-1}\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\right]\zeta(t)+\\&\zeta^{\mathrm{T}}(t)[\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{\Pi}_{23}+\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{\Pi}_{24}\}]\zeta(t),\end{aligned}\tag{15}$$

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{J}}_4\leqslant&\zeta^{\mathrm{T}}(t)\left[(t_{k+1}-t)\boldsymbol{H}_1(\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3)^{-1}\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}\right]\zeta(t)+\\&\zeta^{\mathrm{T}}(t)[\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{H}_{25}\}]\zeta(t),\end{aligned}\tag{16}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}_5\leqslant&\zeta^{\mathrm{T}}(t)\left[(t_{k+1}-t)\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2i-1}\boldsymbol{N}_i\boldsymbol{U}_2^{-1}\boldsymbol{N}_i^{\mathrm{T}}\right]\zeta(t)+\\&\zeta^{\mathrm{T}}(t)[\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{N}_1\boldsymbol{\Pi}_{26}+\boldsymbol{N}_2\boldsymbol{\Pi}_{27}\}]\zeta(t),\end{aligned}\tag{17}$$

$$\hat{\boldsymbol{J}}_6\leqslant\zeta^{\mathrm{T}}(t)[\tau\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{Z}_3^{-1}\boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}}+\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{\Pi}_{28}\}]\zeta(t),\tag{18}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}_7\leqslant&\zeta^{\mathrm{T}}(t)\left[(t_{k+1}-t)\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2i-1}\boldsymbol{T}_i\boldsymbol{U}_4^{-1}\boldsymbol{T}_i^{\mathrm{T}}\right]\zeta(t)+\\&\zeta^{\mathrm{T}}(t)[\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{T}_1\boldsymbol{\Pi}_{29}+\boldsymbol{T}_2\boldsymbol{\Pi}_{30}\}]\zeta(t),\end{aligned}\tag{19}$$

类似于文献 [16]，有如下零等式成立：

$$\boldsymbol{0}=2\zeta^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{H}_3[(t-t_k)\boldsymbol{\Pi}_{31}-\boldsymbol{\Pi}_{21}]\zeta(t),\tag{20}$$

$$\boldsymbol{0}=2\zeta^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{H}_4[(t_{k+1}-t)\boldsymbol{\Pi}_{32}-\boldsymbol{\Pi}_{26}]\zeta(t),\tag{21}$$

式中：$\boldsymbol{H}_3$、$\boldsymbol{H}_4$ 为任意适合维度的矩阵。

对于 $\tau\leqslant h_k$，还存在以下等式：

$$\begin{aligned}\int_{t_{k+1}-\tau}^{t_{k+1}}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s=&\boldsymbol{x}(t_{k+1})-\boldsymbol{x}(t_{k+1}-\tau)=\\&\boldsymbol{A}\int_{t_{k+1}-\tau}^{t_{k+1}}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s+\tau\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}(t_k-\tau),\end{aligned}\tag{22}$$

$$\int_{t_{k+1}-\tau}^{t_{k+1}}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s=\int_{t}^{t_{k+1}}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s+\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s-\int_{t-\tau}^{t_{k+1}-\tau}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s。\tag{23}$$

利用扩展矢量 $\zeta(t)$ 和式（22）（23），可以得到如下零等式：

$$\boldsymbol{0}=2\zeta^{\mathrm{T}}(t)\{\boldsymbol{H}_5[\boldsymbol{\Pi}_{33}-\tau\boldsymbol{\Pi}_{34}-(t_{k+1}-t)\boldsymbol{\Pi}_{35}]\}\zeta(t),\tag{24}$$

式中，$\boldsymbol{H}_5$ 为任意适合维度的矩阵。

将式（13）~（21）和（24）加入式 $\dot{V}(t)$ 中，可得：

$$\dot{V}(t)\leqslant\zeta^{\mathrm{T}}(t)\left[\frac{(t_{k+1}-t)}{h_k}\boldsymbol{\Delta}_1+\frac{(t-t_k)}{h_k}\boldsymbol{\Delta}_2\right]\zeta(t),\tag{25}$$

式中：$\boldsymbol{\Delta}_1=\boldsymbol{\Lambda}_1+h_k\boldsymbol{\Lambda}_2+\boldsymbol{\Lambda}_4$; $\boldsymbol{\Delta}_2=\boldsymbol{\Lambda}_1+h_k\boldsymbol{\Lambda}_3+\boldsymbol{\Lambda}_5$。

其中，$\boldsymbol{\Lambda}_4=\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2i-1}(h_k\boldsymbol{N}_i\boldsymbol{U}_2^{-1}\boldsymbol{N}_i^{\mathrm{T}}+h_k\boldsymbol{T}_i\boldsymbol{U}_4^{-1}\boldsymbol{T}_i^{\mathrm{T}}+\tau\boldsymbol{Y}_i\boldsymbol{Z}_1^{-1}\boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}})+$

$$h_k\boldsymbol{H}_1\left(\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3\right)^{-1}\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}+\tau\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{Z}_3^{-1}\boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_5=\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2i-1}\Big\{h_k\boldsymbol{M}_i\left(\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{Z}_3\right)^{-1}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}+\tau\boldsymbol{Y}_i\boldsymbol{Z}_1^{-1}\boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}+$$

$$h_k\boldsymbol{L}_i\left(\boldsymbol{U}_3+\boldsymbol{Z}_2\right)^{-1}\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\Big\}+\tau\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{Z}_3^{-1}\boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}}。$$

由定理 1 和 Schur 补可知，若式（5）~（9）成立，则$\dot{\boldsymbol{V}}(t)<0$，因而系统渐近稳定。

注释 1　在定理中，构造泛函来研究带有时滞的采样控制系统稳定性。其中，$\sum_{j=1}^{6}\boldsymbol{V}_{2j}(t)$ 满足闭环条件 $\boldsymbol{V}_{2j}\left(t_k\right)=\boldsymbol{V}_{2j}\left(t_{k+1}\right)=0$ [15]，$\sum_{i=1}^{5}\boldsymbol{V}_{1i}(t)$ 包含从 $\boldsymbol{x}(t_k)$ 到 $\boldsymbol{x}(t)$、$\boldsymbol{x}(t)$ 到 $\boldsymbol{x}(t_{k+1})$、$\boldsymbol{x}(t_k-\tau)$ 到 $\boldsymbol{x}(t-\tau)$ 和 $\boldsymbol{x}(t-\tau)$ 到 $\boldsymbol{x}(t_{k+1}-\tau)$ 的信息，可以有效降低保守性。

注释 2　将 $\boldsymbol{J}_2$+$\boldsymbol{J}_3$ 分成 4 部分，并且将其与其他具有相同积分区间的积分项组合起来，此时，矩阵 $\boldsymbol{R}_1$、$\boldsymbol{R}_3$ 和 $\boldsymbol{Z}_2$ 不再要求正定，可以降低保守性。

注释 3　引入式（20）（21）的零等式，使 $\boldsymbol{x}(t_{k+1})$、$\boldsymbol{x}(t_{k+1}-\tau)$、$\int_{t}^{t_{k+1}}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s$、$\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s$ 和 $\int_{t-\tau}^{t_{k+1}-\tau}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s$ 之间建立了紧密联系，可以大大降低保守性。

为突出本文引入零等式的优势，将式（24）去掉（即令 $\boldsymbol{H}_5$=0），得到如下推论。

推论 1　对于给定的 h_1、h_2 和 τ，若存在 $\boldsymbol{P}>0$、$\boldsymbol{S}>0$、$\boldsymbol{Z}_1>0$、$\boldsymbol{Z}_3>0$、$\boldsymbol{U}_2>0$、$\boldsymbol{U}_4>0$，且存在任意具有合适维数的矩阵 $\boldsymbol{Q}_i$ (i=1, 2, 3)，$\boldsymbol{M}_j$、$\boldsymbol{Y}_j$、$\boldsymbol{L}_j$、$\boldsymbol{N}_j$ 和 $\boldsymbol{T}_j$(j=1, 2)，$\boldsymbol{H}_{\hat{k}}(\hat{k}=1,2,\cdots,4)$，对于 $h_k\in[h_1,\ h_2]$，使得如下线性矩阵不等式成立：

$$\boldsymbol{U}_3+\boldsymbol{Z}_2>0,\tag{26}$$

$$\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{Z}_3>0,\tag{27}$$

$$\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3>0,\tag{28}$$

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_1+h_k\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_2 & \sqrt{h_k}\boldsymbol{\Psi}_3 & \sqrt{\tau}\boldsymbol{\Psi}_2\\ * & -\boldsymbol{\Theta}_3 & 0\\ * & * & -\boldsymbol{\Theta}_2\end{bmatrix}<0,\tag{29}$$

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_1+h_k\boldsymbol{\Lambda}_3 & \sqrt{h_k}\boldsymbol{\Psi}_3 & \sqrt{\tau}\boldsymbol{\Psi}_2\\ * & -\boldsymbol{\Theta}_3 & 0\\ * & * & -\boldsymbol{\Theta}_2\end{bmatrix}<0,\tag{30}$$

则系统（3）渐近稳定，式中：

$$\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_1=\mathrm{Sym}\Big\{\boldsymbol{\Pi}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Pi}_2+\boldsymbol{\Pi}_5^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_6+\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Pi}_7\right)+\boldsymbol{Y}_1\boldsymbol{\Pi}_{19}+\boldsymbol{Y}_2\boldsymbol{\Pi}_{20}+$$
$$\boldsymbol{\Pi}_{13}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{18}+\boldsymbol{\Pi}_{15}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{16}+\boldsymbol{M}_1\boldsymbol{\Pi}_{21}+\boldsymbol{M}_2\boldsymbol{\Pi}_{22}+\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{\Pi}_{23}+$$
$$\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{\Pi}_{24}+\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{\Pi}_{25}+\boldsymbol{N}_1\boldsymbol{\Pi}_{26}+\boldsymbol{N}_2\boldsymbol{\Pi}_{27}+\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{\Pi}_{28}+\boldsymbol{T}_1\boldsymbol{\Pi}_{29}+$$
$$\boldsymbol{T}_2\boldsymbol{\Pi}_{30}-\boldsymbol{H}_3\boldsymbol{\Pi}_{21}-\boldsymbol{H}_4\boldsymbol{\Pi}_{26}\Big\}+\boldsymbol{\Pi}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\Pi}_3-\boldsymbol{\Pi}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\Pi}_4+$$
$$\tau\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{\Gamma}+h_2\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{\Gamma}+\left(\tau+h_2\right)\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{\Gamma},$$

$$\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_2=\mathrm{Sym}\Big\{\boldsymbol{\Pi}_8^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_6+\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Pi}_7\right)+\boldsymbol{\Pi}_9^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_{10}+$$
$$\boldsymbol{\Pi}_{15}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{\Pi}_{17}+\boldsymbol{H}_4\boldsymbol{\Pi}_{32}\Big\}+\boldsymbol{\Pi}_7^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Pi}_7+\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_1\boldsymbol{\Gamma}+\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_3\boldsymbol{e}_{12}。$$

注释 4　注意式（22）（23）只在$\tau\leqslant h_k$时才会成立，所以当$\tau>h_k$时定理 1 不成立，但是，去掉零等式的推论 1 是成立的。

4　数值分析

例 1　考虑具有通信时滞的采样控制系统模型，其中 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -0.1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ -0.375 & -1.15\end{bmatrix}$。

这个例子被广泛应用于现有研究，当不考虑时滞时（即 τ=0），最大传输周期可计算为 1.729 4 s，这个结果也可通过定理 1 或推论 1 获得。对于 $\tau\neq0$，由不同的 τ 和 h_1 得出的最大采样周期 h_2 见表 1。

表 1　不同 h_1 和 τ 值条件下获得的 h_2

Table 1 Obtained h_2 for different values of h_1 and τ　　s

方法来源	τ		
	0.1	0.2	0.6
文献 [18]（h_1=0.6 s）	1.672	1.500	0.892
文献 [19]（h_1=0.6 s）	1.772	1.609	0.897
定理 1（h_1=0.6 s）	1.827	1.721	0.912
推论 1（h_1=0.6 s）	1.697	1.501	0.897
文献 [18]（h_1=0.7 s）	1.702	1.540	0.911
文献 [19]（h_1=0.7 s）	1.700	1.660	0.915
定理 1（h_1=0.7 s）	1.862	1.785	0.983
推论 1（h_1=0.7 s）	1.728	1.545	0.915
文献 [18]（h_1=0.8 s）	1.732	1.581	0.940
文献 [19]（h_1=0.8 s）	1.784	1.695	0.946
定理 1（h_1=0.8 s）	1.891	1.844	1.054
推论 1（h_1=0.8 s）	1.759	1.588	0.940

由表 1 可知，本文提出的方法在不同采样周期下界 h_1 和时滞 τ 条件下，均获得与现有方法相比更大的最大采样周期 h_2，显著降低保守性。尤其在 h_1=0.7 s、τ=0.2 s 的情况下，本文方法所得 h_2=1.785 s，明显优于文献 [18] 的 1.540 s 和文献 [19] 的 1.660 s，充分证明了本文方法的有效性与先进性。

在不同时滞下，不同方法在定周期采样条件下所能达到的最大采样周期如表 2 所示。

表 2　不同时滞下定周期采样的最大采样周期

Table 2　Maximum sampling period for fixed-period sampling with different time delays　　s

方法来源	τ		
	0.1	0.2	0.4
文献 [18]	1.922 3	2.085 0	1.784 3
文献 [19]	1.933 7	2.113 3	2.027 4
文献 [20]	1.955 4	2.185 5	2.605 5
定理 1	1.965 6	2.204 0	2.640 9
推论 1	1.914 0	2.039 7	1.573 9

由表 2 中数据可知，本文所提出的方法在各组参数下均取得了更大的最大采样周期，表现出优于现有方法的稳定性性能。例如，当时滞 τ=0.4 s 时，本文方法所得最大采样周期为 2.640 9 s，明显高于其他方法的对应值，进一步表明了所提方法在减小保守性方面的优势。

当 τ=0.2 s 时，系统的最大采样周期为 2.204 0 s，令系统初始状态时滞为 $\boldsymbol{x}(0)=[2,-1.8]^{\mathrm{T}}$，代入仿真模型，得到例 1 的系统状态图如图 2 所示。

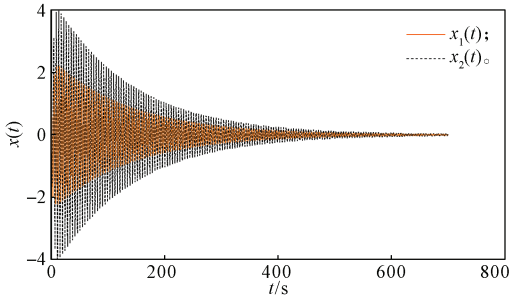

图 2 系统状态图

Fig. 2 State response of the system

图 2 所示仿真结果表明，系统状态变量在采样控制作用下均呈现振荡衰减并最终收敛于 0，可见系统在所选采样周期和控制策略下是渐近稳定的。在初始状态下，系统状态在采样控制作用下立即进入振荡衰减过程，约在 t=200 s 时振荡幅值已经明显减小，表明系统具有较快的收敛趋势。这一结果验证了本文所提方法在保证采样控制系统稳定性方面的有效性与可行性。

决策变量的数量（NDVs）直接反映了计算复杂度的高低，是评估方法实用性的重要指标之一。不同方法在构建稳定性判据时所涉及的决策变量的数量如表 3 所示。

表 3 不同方法中涉及的决策变量的数量

Table 3 Number of decision variables involved in different methods

方法来源	NDVs	方法来源	NDVs
文献 [18]	$277.5n^2+7.5n$	定理 1	$261n^2+8n$
文献 [19]	$1\,231.5n^2+14.5n$	推论 1	$248n^2+8n$
文献 [20]	$322n^2+7n$		

观察表 3 中的数据可以得知，本文提出方法所需的决策变量数量明显低于上述文献。结合表 1 和表 2 中的数据可知，本文方法在保持更好稳定性的同时，还能显著降低计算负担，提升工程实现的可行性。特别是在大规模高维系统中，这种结构优化的优势将更加突出，体现出本文方法在高效性与实用性之间的领先优势。

例 2 考虑单区域负荷频率控制系统，基于文献 [21]，给出如下参数：

$$\boldsymbol{x}(t)=\left[\Delta f \quad \Delta P_{\mathrm{m}} \quad \Delta P_{\mathrm{v}} \quad \int ACE\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} -\dfrac{D}{M} & \dfrac{1}{M} & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{T_{\mathrm{t}}} & \dfrac{1}{T_{\mathrm{t}}} & 0 \\ -\dfrac{1}{T_{\mathrm{g}}R} & 0 & -\dfrac{1}{T_{\mathrm{g}}} & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\dfrac{\beta K_{\mathrm{p}}}{T_{\mathrm{g}}} & 0 & 0 & -\dfrac{K_{\mathrm{i}}}{T_{\mathrm{g}}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

式中：Δf、ΔP_{m}、ΔP_{v}、ACE 分别为频率偏差、发电机机械输出、阀门位置、区域控制误差；取发电机 D=1.0，发电机转动惯量 M=10，调速器时间常数 T_{g}=0.1，涡轮机时间常数 T_{t}=0.3，转速降 R=0.05，频率偏差因子 β=21，控制器增益 K_{p}=0.2，K_{i}=0.4。对于不同的时滞 τ，在 $h_{\mathrm{M}}=h_{\mathrm{m}}$ 的情况下获得的最大采样周期如表 4 所示。

表 4 由不同时滞 τ 获得的最大采样周期

Table 4 Obtained maximum sampling period for differentt τ s

方法来源	τ			
	0.3	0.7	1.0	1.5
文献 [21]	3.7	3.2	2.9	2.3
定理 1	5.2	5.9	6.4	7.0
推论 1	5.2	5.7	5.6	3.8

分析表 4 可知，文献 [21] 的方法在各时滞下的结果均相对保守，最大采样周期仅为 3.7 s，而本文定理 1 的结果都保持在 5.2~7.0 s 之间，在扩大采样周期稳定性上具有明显优势，表现出对时滞变化更强的鲁棒性。此外，对于 LFC 系统而言，通信时滞是普遍存在的，能够在更大时滞条件下保持较大采样周期，意味着系统可以以更低的采样频率稳定运行，减少通信负担，具有重要的工程实际意义与应用前景。

5 结语

本文针对通信时滞下的采样控制系统稳定性问题，建立了一个将 NCS 刻画为含输入时滞的连续时间模型的新框架。基于该模型，提出了一种融合 Lyapunov-Krasovskii 泛函与双边闭环函数的组合式稳定性判据，并且通过引入附加零等式深度挖掘系统状态间的耦合关系，显著降低了分析保守性。数值算例结果表明，在相同通信时滞下，所求最大允许采样周期均优于现有相关文献的结果，同时保持了较低的计算复杂度，验证了所提方法具有较好的时滞鲁棒性与工程实用性。

参考文献：

[1] ZHANG X M，HAN Q L，GE X H，et al. Networked Control Systems：A Survey of Trends and Techniques[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica，2020，7(1)：1−17.

[2] YANG H，PENG C，CAO Z R，et al. A Novel Semantic-Based Multi-Packet Parallel Transmission Scheme for Networked Control Systems[J]. Automatica，2025，174：112120.

[3] ZHANG Y，SHANGGUAN X C，HE Y，et al. Sawtooth-Characteristic-Based Resilient Control Design for Wireless Networked Control Systems Under Denial-of-Service Attacks[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering，2025，22：8912−8924.

[4] HETEL L，FITER C，OMRAN H，et al. Recent Developments on the Stability of Systems with Aperiodic Sampling：An Overview[J]. Automatica，2017，76：309−335.

[5] 曾红兵，翟正亮，王　炜 . 基于双边闭环 Lyapunov 泛函的采样控制系统稳定新判据 [J]. 控制理论与应用，2020，37(5)：1153−1158.
ZENG Hongbing，ZHAI Zhengliang，WANG Wei. New Stability Criteria for Sampled-Data Control Systems Based on a Two-Sided Looped Lyapunov Functional[J]. Control Theory & Applications，2020，37(5)：1153−1158.

[6] WANG W，LIANG J M，ZENG H B. Sampled-Data-Based Stability and Stabilization of Lurie Systems[J]. Applied Mathematics and Computation，2025，501：129455.

[7] 王玉雯，曾红兵，付国龙 . 考虑传输时滞的电力负荷频率采样控制系统稳定性分析 [J]. 湖南工业大学学报，2024，38(5)：26−32.
WANG Yuwen，ZENG Hongbing，FU Guolong. Stability Analysis of Power Load Frequency Sampling Control System Considering Transmission Delay[J]. Journal of Hunan University of Technology，2024，38(5)：26−32.

[8] WANG W M，ZENG H B，LIANG J M，et al. Sampled-Data-Based Load Frequency Control for Power Systems Considering Time Delays[J]. Journal of the Franklin Institute，2025，362(2)：107477.

[9] 练红海，肖伸平，陈　刚，等 . 基于时间相关 Lyapunov 泛函方法的采样数据系统稳定判据 [J]. 湖南工业大学学报，2017，31(1)：56−59.
LIAN Honghai，XIAO Shenping，CHEN Gang，et al. On the Stability Criteria for Sampled-Data Systems Based on Time-Dependent Lyapunov Functional Theory[J]. Journal of Hunan University of Technology，2017，31(1)：56−59.

[10] SOO S. Stability and Stabilization of Nonuniform Sampling Systems[J]. Automatica，2008，44(12)：3222−3226.

[11] FUJIOKA H. A Discrete-Time Approach to Stability Analysis of Systems with Aperiodic Sample-and-Hold Devices[J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2009，54(10)：2440−2445.

[12] NAGHSHTABRIZI P，HESPANHA J P，TEEL A R. Exponential Stability of Impulsive Systems with Application to Uncertain Sampled-Data Systems[J]. Systems & Control Letters，2008，57(5)：378−385.

[13] FRIDMAN E，SEURET A，RICHARD J P. Robust Sampled-Data Stabilization of Linear Systems：An Input Delay Approach[J]. Automatica，2004，40(8)：1441−1446.

[14] FRIDMAN E. A Refined Input Delay Approach to Sampled-Data Control[J]. Automatica，2010，46(2)：421−427.

[15] SEURET A. A Novel Stability Analysis of Linear Systems Under Asynchronous Samplings[J]. Automatica，2012，48(1)：177−182.

[16] ZENG H B，TEO K L，HE Y. A New Looped-Functional for Stability Analysis of Sampled-Data Systems[J]. Automatica，2017，82：328−331.

[17] LEE S H，PARK M J，KWON O M，et al. Less Conservative Results for Stability of Sampled-Data Systems with Constant Delay[J]. Journal of the Franklin Institute，2020，357(15)：10960−10976.

[18] ZENG H B，ZHAI Z L，HE Y，et al. New Insights on Stability of Sampled-Data Systems with Time-Delay[J]. Applied Mathematics and Computation，2020，374：125041.

[19] WANG W M，ZENG H B，XIAO H Q，et al. A Sampling-Period-Partitioning Approach for Stability Analysis of Sampled-Data Systems with Constant Delay[J]. Journal of the Franklin Institute，2022，359(9)：4331−4345.

[20] PARK J. An Improved Stability Criterion for Networked Control Systems with a Constant Transmission Delay[J]. Journal of the Franklin Institute，2022，359(9)：4346−4365.

[21] SHANGGUAN X C，ZHANG C K，HE Y，et al. Robust Load Frequency Control for Power System Considering Transmission Delay and Sampling Period[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics，2021，17(8)：5292−5303.

（责任编辑：廖友媛）