

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2025.01.006

# 基于扩展滑模扰动观测器的高速列车分布式 速度协同滑模控制

游 鑫, 赵凯辉, 吕玉映, 譙梦洁, 黄嘉懿, 李祥飞

(湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412007)

**摘 要:** 针对高速列车运行中因受外界未知扰动而导致的各车厢速度不同步问题, 提出一种基于扩展滑模扰动观测器的高速列车分布式滑模控制算法。首先, 考虑高速列车运行的受力情况, 建立高速列车多质点模型; 其次, 设计领航者车厢滑模控制器和跟随者车厢分布式滑模控制器, 构建扩展滑模扰动观测器估计外界未知干扰, 并反馈给分布式滑模控制器, 以消除外界未知干扰对高速列车各车厢速度同步造成的影响, 同时利用 Lyapunov 理论证明了算法的稳定性。最后, 通过 Matlab 仿真验证了该算法能实时精确观测外界未知扰动并反馈补偿, 跟随者车厢能快速跟踪领航者车厢的速度, 速度跟踪精确度高达 99.9%。

**关键词:** 高速列车; 分布式滑模控制; 扩展滑模扰动观测器; 跟踪精度

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2025)01-0043-08

**引文格式:** 游 鑫, 赵凯辉, 吕玉映, 等. 基于扩展滑模扰动观测器的高速列车分布式速度协同滑模控制[J]. 湖南工业大学学报, 2025, 39(1): 43-50.

## Distributed Speed Collaborative Sliding Mode Control for High-Speed Trains Based on Extended Sliding Mode Disturbance Observer

YOU Xin, ZHAO Kaihui, LÜ Yuying, QIAO Mengjie, HUANG Jiayi, LI Xiangfei

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** A distributed sliding mode control algorithm has been proposed for high-speed trains (HST) based on extended sliding mode disturbance observer (ESMDO) in view of a solution of asynchronous speeds in each carriage caused by unknown external disturbances during high-speed train operation. Firstly, considering the stress condition of high-speed train operation, the multi-particle model of high-speed trains is established. Secondly, a sliding mode controller for the leader carriage and a distributed sliding mode controller for the follower carriage are designed, and an extended sliding mode disturbance observer (ESMDO) is constructed to estimate unknown external disturbances, thus providing feedback to the distributed sliding mode controller to eliminate the influence of unknown external disturbances on the speed synchronization of each carriage of the high-speed train. Meanwhile, the stability of the algorithm is proved by using the Lyapunov theory. Finally, it is verified that the algorithm can accurately observe the unknown external disturbances in real time and provide feedback compensation by Matlab simulation. The follower carriage can quickly track the speed of the leader carriage, with a speed tracking accuracy as high as 99.9%.

收稿日期: 2023-11-25

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目 (2023JJ50193, 2023JJ30214, 2023JJ50196)

作者简介: 游 鑫, 男, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为高速列车多电机速度一致性协同容错控制,

E-mail: 445450918@qq.com

通信作者: 赵凯辉, 男, 湖南工业大学教授, 博士, 主要研究方向为永磁牵引系统智能控制及故障诊断,

E-mail: zhaokaihui@hut.edu.cn

**Keywords:** high-speed train; distributed sliding mode control; extended sliding mode disturbance observer; tracking accuracy

## 1 研究背景

高速列车 (high-speed train, HST) 具有运行速度快、输送能力强、安全性能高等优点, 已成为我国不可或缺的交通运输工具。高速列车在实际工况下运行时, 车厢与车厢间存在的纵向冲击力, 以及复杂多变的运行环境导致的未知干扰等, 都会影响各车厢的速度同步。因此, 研究高速列车在实际运行中的动态建模和各车厢的分布式控制算法, 已成为科研人员研究的关键问题<sup>[1]</sup>。

目前, 针对高速列车的运行控制技术, 科研人员提出了多种先进方法。如侯涛等<sup>[2]</sup>提出了一种基于高速列车多质点模型的模糊预测控制, 将预测控制和模糊控制的优点相结合, 有效减少了速度跟踪误差, 改善了加速时的波动情况, 提高了速度的控制精确度, 但其未考虑外部扰动对系统的影响。连文博等<sup>[3]</sup>针对高速列车 PID 在强干扰下稳定性不高、鲁棒性弱等问题, 通过设计自抗扰控制器, 提高了列车速度追踪精度和系统抗干扰能力, 但控制器参数过多, 当参数发生摄动时, 系统鲁棒性会大大降低。Zhong W. F. 等<sup>[4]</sup>提出了一种结合节能和时间最优高速列车控制策略的混合方案, 将预测区间内的最优控制问题转化为多阶段最优控制问题, 提高了系统的鲁棒性和速度追踪精度, 但未考虑车厢间相互作用。Luo M. Y. 等<sup>[5]</sup>针对高速列车牵引和制动的不同工作机理, 结合神经网络算法建立了牵引和制动工况下的高速列车模型, 并采用非线性反步设计方法设计控制器, 实现了对列车速度与位置追踪, 但仅限于当工况未发生突变时的情况。Wang Z. W. 等<sup>[6]</sup>针对高速列车不同工况场景, 提出了一种神经网络与滑模控制相结合的方法, 通过对控制参数的不断优化迭代, 提高了列车运行控制精度, 但未考虑列车加速与制动时的速度控制。以上研究都是针对高速列车单一的集中式控制, 但高速动车组具复杂的分布式特点, 其动力系统是分散在各个车厢上的, 因此选择合适的分布式控制策略, 才能保证高速列车稳定运行。

高速列车在运行过程中, 各车厢会因信息交流不及时导致速度不同步。将分布式控制算法引入高速列车速度控制中, 可以有效地解决这一问题, 而分布式控制算法的关键是通过分布式控制协议确保相邻智

能体之间的正常信息交流, 从而使每个智能体的状态最终一致<sup>[7-9]</sup>。带未知扰动的二阶多智能体一致性的研究策略, 被广泛地应用到高速列车速度一致性问题中。目前, 针对二阶多智能体系统的理论研究已经取得了很多突破。Li S. L. 等<sup>[10]</sup>提出了一种新的分布式控制律, 解决了智能体系统的最优输出问题, 即分别对齐次线性异构多智能体和扰动线性异构多智能体进行控制, 最终均使所有的多智能体收敛于最优输出。Wang G. 等<sup>[11]</sup>针对多个未知的高频增益和外部扰动, 设计了一种新的分布式算法, 减少了多智能体间的通信成本, 但增大了系统拓扑结构的复杂度。M. Shahvali 等<sup>[12]</sup>针对多智能体模型完全未知, 且具有高阶异构严格反馈动力学和外部干扰的情况, 提出了一种基于后退技术和神经自适应更新机制的全分布式控制器, 解决了领导者的输出约束问题。以上多智能体系统控制理论, 仅停留在理论研究层面, 未与具体的对象相结合。

如何将多智能体系统理论应用到实际的物理模型中, 已成为新的研究热点。宁君等<sup>[13]</sup>将分布式一致性理论与多无人船的协同控制相结合, 实现了多无人船的编队, 但没有考虑加速、制动等情况下的系统稳定性。郭戈等<sup>[14]</sup>在汽车车辆编队行驶中应用了领航者和跟随者一致性控制算法, 实现了多车辆编队的协同控制, 但在发生通信延迟时, 无法保证车辆之间的车速同步。He J. 等<sup>[15]</sup>将分布式算法应用到动车组之间的速度同步控制中, 同时结合滑模变结构控制, 提出了一种鲁棒一致性算法, 但没有讨论领航者输出受限时的情况。Wang W. P. 等<sup>[16]</sup>针对事件触发控制下单列高速列车的二阶一致性问题, 提出了一种事件触发控制策略, 实现了车厢间的速度同步, 但增大了车厢间的通信交流难度。魏文军等<sup>[17]</sup>针对高速列车系统的移动闭塞协同巡航控制问题, 提出了一种新的有限时间分布式算法, 减少了跟随者车厢与领航者车厢间速度追踪时间, 使各车厢之间的距离始终保持在安全范围之内。上述研究都是将分布式一致性算法与实际物理模型相结合, 实现对控制对象的精准控制。而如何消除非线性复合未知扰动等不确定性因素对高速列车车厢的速度同步造成的影响, 使高速列车各车厢更好地同步控制, 需要进一步研究。

为了有效解决高速列车在运行过程中受复合未



知扰动时导致的各车厢速度不同步问题, 本文提出一种基于扩展滑模扰动观测器 (extended sliding mode disturbance observer, ESMDO) 的分布式速度协同滑模控制策略, 使高速列车动车组的每节车厢都能与虚拟领航者速度一致。该策略基于高速列车多质点模型, 将多智能体分布式协同控制与滑模变结构控制结合设计了分布式滑模控制器; 同时将 ESMDO 引入控制算法中, 通过 ESMDO 实施精准估计高速列车运行过程中受到的未知复合扰动, 消除未知复合扰动对分布式滑模控制器的影响, 有效提高了系统鲁棒性。最后, 使用 Lyapunov 理论进行稳定性分析, 并通过 Matlab 进行实验仿真, 对所提方法进行验证。

## 2 系统描述

### 2.1 预备知识

高速列车系统由一个领航者车厢和多个跟随者车厢组成。在其运动过程中, 把每一节车厢视为一个质点, 多个车厢组成了一个多质点的多智能体系统。假设跟随者车厢  $1, 2, \dots, n$  均为多智能体系统的一个节点, 那么虚拟领航者  $0$  为图论中的根节点。每两个车厢之间的信息传递通过图论中的边集进行相互作用, 从而构成了邻接图。

**定义 1** 多智能体的信息交互是由节点集  $V_n$ 、边集  $E_n$  和权重邻接矩阵  $A_n$  构成的无向图  $G=\{V_n, E_n, A_n\}$ 。节点集  $V_n=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  中的每一个节点表示一个跟随者车厢。边集  $E_n=\{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V_n, i, j=1, 2, \dots, n, i \neq j\}$  中, 如果跟随者车厢  $v_i$  能向车厢  $v_j$  发送信息, 那么  $(v_i, v_j)$  就是这两个跟随者之间的边集, 且  $E_n \subseteq V_n \times V_n$ 。权重邻接矩阵  $A_n=(a_{ij} \in \mathbf{R}^{n \times n})$  中, 如果跟随者车厢  $i$  和  $j$  之间存在信息交流, 那么  $a_{ij}=1$ , 否则  $a_{ij}=0$ , 故  $A_n$  是一个对称矩阵。

拉普拉斯矩阵  $L_n=D_n-A_n$ , 其中  $D_n$  为入度矩阵, 且  $D_n=[d_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 。当  $i=1, 2, \dots, n$  时,  $d_{ij}=\sum_{j=1}^n a_{ij}$  为节点  $v_i$  的入度, 其中  $d_{ij}=0, i \neq j$ 。任意两个节点之间如果存在信息交流, 那么称无向图  $G$  是连通的, 其对应的  $L_n$  是对称半正定矩阵, 其特征值满足  $0=\lambda_1(L_n) \leq \lambda_2(L_n) \leq \dots \leq \lambda_n(L_n)$ 。若定义矩阵  $M=L_n+\text{diag}(a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0})$ , 则  $M$  是对称正定矩阵。

### 2.2 高速列车分布式模型

高速列车的车厢受力分析如图 1 所示, 其中  $f_i$ 、 $f_{i-1}$  分别为第  $i$ 、 $i-1$  节车厢的非线性耦合作用力,  $u_i$  为第  $i$  节车厢的输入信号,  $m_i$  为第  $i$  节车厢的质量,

$D_{f_i}$  为未知复合扰动。

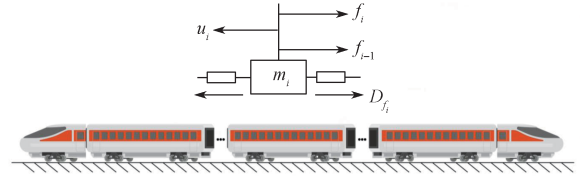


图 1 高速列车车厢受力分析图

Fig. 1 HST force analysis diagram

通过分析高速列车运行时的受力情况, 建立如下高速列车多质点模型<sup>[16, 18]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i, & i=1, 2, \dots, n; \\ m_i \dot{v}_i = u_i - f_i - D_{f_i}; \\ \vdots \\ m_i \dot{v}_i = u + f_{i-1} - f_i - D_{f_i}, & i=2, 3, \dots, n-1; \\ m_n \dot{v}_n = u_n + f_{n-1} - D_{f_n}. \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $x_i$ 、 $v_i$  分别为第  $i$  节车厢的位移和速度;  $f_i$  为第  $i$  节车厢的非线性耦合作用力, 且  $f_i=k_{0i}(1+\varepsilon\Delta x_i^2)\Delta x_i^2$ , 其中  $k_{0i}$  为常数,  $\varepsilon$  为非线性项;  $D_{f_i}$  为未知复合扰动, 可表示为  $D_{f_i}=a_{1i}+a_{2i}v_i+a_{3i}v_i^2+\phi_i$ , 其中  $a_{1i}$ 、 $a_{2i}$ 、 $a_{3i}$  为常数项,  $\phi_i$  为附加阻力, 包括隧道内空气附加阻力、坡道附加阻力及曲线附加阻力。

### 2.3 高速列车多智能体数学模型

高速列车可视为由一个虚拟领航者车厢和  $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 个跟随者车厢组成的系统, 其中虚拟领航者

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = v_0, \\ \dot{v}_0 = u_0. \end{cases}$$

式中:  $v_0$  为虚拟领航者车厢的速度;  $x_0$  为虚拟领航者车厢的位移;  $u_0$  为虚拟领航者车厢的控制输入, 速度  $v_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 为跟随者车厢的输出信号。

由式 (1) 可得跟随者  $v_i$  的动态模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i, \\ m_i \dot{v}_i = u_i + \sum_{i=1}^n (-1)^i a_{ij} f_i - D_{f_i}. \end{cases} \quad (2)$$

式 (2) 可进一步简化为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i, \\ \dot{v}_i = b_i(u_i + d_i). \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{式中: } d_i = \left( \sum_{i=1}^n (-1)^i a_{ij} f_i - D_{f_i} \right); \quad b_i = 1/m_i.$$

本文提出的基于 ESMDO 的高速列车的分布式速度滑模控制策略如图 2 所示。首先, 虚拟领航者把信息传递给分布式滑模控制器, 通过分布式滑模控制器再将速度、位移信息传递给各跟随者车厢; 然后, ESMDO 将扰动观测值反馈补偿至分布式滑模控制器

中, 消除未知扰动对跟随者车厢速度带来的影响, 从而实现各车厢速度同步。

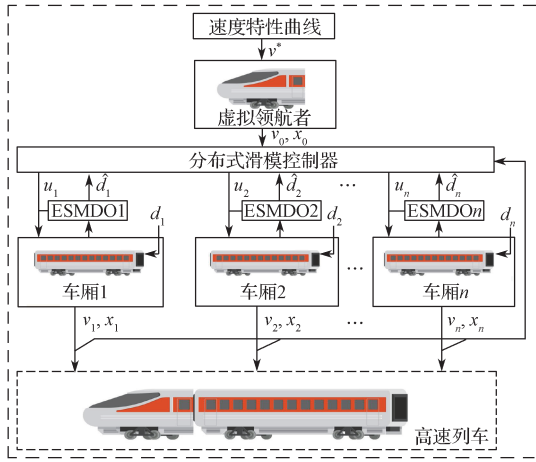


图2 带 ESMDO 的高速列车分布式滑模速度控制框图

Fig. 2 Block diagram of HST Distributed sliding mode speed control with ESMDO

### 3 虚拟领航者速度滑模控制器设计

本节设计滑模控制器, 以使虚拟领航者的速度与目标速度函数  $v^*$  保持一致。

虚拟领航一般采用 PID 控制器<sup>[19]</sup>, 但其调节精度不高, 不够精准。为提高虚拟领航者控制器的精确性, 设计了虚拟领航者滑模控制器。

把目标追踪曲线作为虚拟领航者的输入:

$$\begin{cases} \dot{x} = v_0, \\ \dot{v}_0 = u_0. \end{cases} \quad (4)$$

定义虚拟领航者的速度误差  $e_0$  为实际速度  $v_0$  与给定速度  $v^*$  之差, 即  $e_0 = v_0 - v^*$ 。

由式 (5) 可得:  $\dot{e}_0 = \dot{v}_0$ 。

选择滑模面  $s_0 = c_0 e_0$ , 式中  $c_0$  为待设计的参数, 且  $c_0 > 0$ 。

选取指数趋近率  $\dot{s}_0 = -k_1 \operatorname{sgn}(s_0) - k_2 s_0$ , 式中  $k_1$ 、 $k_2$  为待设计的参数, 且  $k_1 > 0$ 、 $k_2 > 0$ 。

于是可得虚拟领航者的控制律为

$$u_0 = (k_1 \operatorname{sgn}(s_0) + k_2 s_0) / c_0. \quad (6)$$

### 4 基于扩展滑模扰动观测器的跟随者分布式速度滑模控制器设计

#### 4.1 扩展滑模扰动观测器设计

考虑高速列车实际运行过程中受到外界未知扰动时, 其状态方程可表示为:

$$\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i + Cd_i. \quad (7)$$

式中:  $x_i$  为第  $i$  节跟随者车厢的状态变量;  $u_i$  为第  $i$

节跟随者车厢的输入信号;  $d_i$  为第  $i$  节跟随者车厢受到的外界未知扰动 (其中  $i=1, 2, \dots, n$ );  $A$ 、 $B$  和  $C$  为其系数矩阵。

**假设 1** 高速列车在运行过程中所受到的未知扰动有界, 且其导数也有界, 即  $|d_i| \leq D$ ,  $|\dot{d}_i| \leq \Omega$ 。

先将式 (7) 扰动信号  $d_i$  扩展成状态变量, 其扩展模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = Ax_i + Bu_i + Cd_i, \\ \dot{d}_i = \xi_i(t). \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $\xi_i(t)$  为扰动信号的变化率。

对系统 (8), 设计如下 ESMDO 实现对扰动信号  $d_i$  的精确估计:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i = A\hat{x}_i + Bu_i + C\hat{d}_i + u_{\text{smo}}, \\ \dot{\hat{d}}_i = l_i \cdot u_{\text{smo}}. \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\hat{x}_i$  为  $x_i$  的估计值;  $\hat{d}_i$  为未知复合扰动  $d_i$  的估计值;  $\dot{\hat{d}}_i$  为未知复合扰动  $\hat{d}_i$  的变化率;  $u_{\text{smo}}$  为待设计的滑模项;  $l_i > 0$  为 ESMDO 的增益。

式 (9) 减去式 (8), 可得如下误差动态方程:

$$\begin{cases} \dot{e}_{x_i} = \gamma e_{x_i} + e_{d_i} + u_{\text{smo}}, \\ \dot{e}_{d_i} = l_i \cdot u_{\text{smo}} - \xi_i(t). \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $\dot{e}_{x_i} = \dot{\hat{x}}_i - \dot{x}_i$  为系统状态变量观测误差;  $e_{d_i} = \hat{d}_i - d_i$  为未知复合扰动信号的观测误差;  $\gamma$  为待设计的参数。

选取如下指数趋近律:

$$\dot{e}_{x_i} = \eta_{1i} \operatorname{sgn}(e_{x_i}) - \eta_{2i} e_{x_i}. \quad (11)$$

式中:  $\eta_{1i}$ 、 $\eta_{2i}$  分别为待设计的系数。

联立式 (10) 和 (11), 并将  $e_{d_i}$  视为  $u_{\text{smo}}$  的扰动, 可得待设计的滑模项为

$$u_{\text{smo}} = -\gamma e_{x_i} - \eta_1 \operatorname{sgn}(e_{x_i}) - \eta_2 e_{x_i}. \quad (12)$$

**定理 1** 选取滑模面  $s_{x_i} = e_{x_i}$ , 选取式 (12) 的趋近律, 选取 ESMDO 增益分别为  $\eta_{1i} \geq |D|$ 、 $\eta_{2i} > 0$  和  $l_i > 0$ , 那么, 误差动态方程 (10) 在有限时间内将收敛到 0。

**证明:** 选取如下 Lyapunov 函数  $V_1$ :

$$V_1 = e_{x_i}^2 / 2.$$

对  $V_1$  求导, 并结合式 (12), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_{x_i} \dot{e}_{x_i} = e_{x_i} (\gamma e_{x_i} + e_{d_i} + u_{\text{smo}}) = \\ &= e_{x_i} (e_{d_i} - \eta_{1i} \operatorname{sgn}(e_{x_i}) - \eta_{2i} e_{x_i}) = e_{x_i} e_{d_i} - e_{x_i} \eta_{1i} \operatorname{sgn}(e_{x_i}) - \\ &\quad \eta_{2i} e_{x_i}^2 \leq e_{x_i} e_{d_i} - e_{x_i} \eta_{1i} \operatorname{sgn}(e_{x_i}) \leq \|e_{x_i}\| (\|e_{d_i}\| - \eta_{1i}). \end{aligned}$$

为保证  $\dot{V}_1 \leq 0$ , 参数  $\eta_{1i}$  应满足  $\eta_{1i} \geq \|e_{d_i}\|$ 。

当选择合适的增益  $\eta_{1i}$  时,  $\dot{V}_1 \leq 0$ , 所设计的

ESMDO 渐近稳定, 误差动态将在有限时间内达到滑模面。证毕。

当误差动态到达滑模面时, 此时有  $e_{v_i} = \dot{e}_{v_i} = 0$ , 式 (10) 可简化为  $\dot{e}_{d_i} + l_i \cdot e_{d_i} + \xi(t) = 0$ , 那么  $e_{d_i}$  的解为

$$\dot{e}_{d_i} = e^{-l_i t} \left[ F + \int \xi(t) \cdot e^{l_i t} dt \right].$$

式中:  $F$  为常数;  $l_i$  为参数, 且  $l_i > 0$ 。

于是, 可得到未知复合扰动信号估计值为

$$\hat{d}_i = l_i \cdot \int \left( -\frac{1}{m_i} e_{v_i} - \eta_{1i} \operatorname{sgn}(e_{v_i}) - \eta_{2i} e_{v_i} \right) dt,$$

式中:  $\eta_{1i}$ 、 $\eta_{2i}$  为第  $i$  个跟随者车厢所需设计参数。

#### 4.2 跟随者车厢分布式速度滑模控制器设计

定义第  $i$  个跟随者与虚拟领航者的位移与速度误差  $e_{x_i}$ 、 $e_{v_i}$  分别为  $e_{x_i} = x_i - x_0$ ,  $e_{v_i} = v_i - v_0$ 。

选择第  $i$  个跟随者车厢的位移与速度的滑模面分别为  $s_{x_i} = e_{x_i}$ ,  $s_{v_i} = e_{v_i}$ 。

将未知复合扰动的观测值  $\hat{d}_i$  反馈补偿, 设计跟随者分布式速度滑模控制器为

$$u_i = u_{i1} + u_{i2}, \quad (13)$$

式中:  $u_{i1}$  为分布式速度协同控制算法, 且

$$u_{i1} = -m_i \sum_{j=0}^n a_{ij} \left( \alpha_i (x_i - x_j) + \beta_i (v_i - v_j) \right) - m_i h_i \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=0}^n a_{ij} \left( \alpha_i (x_i - x_j) + \beta_i (v_i - v_j) \right) \right) - \hat{d}_i,$$

其中,  $\alpha_i$ 、 $\beta_i$  为待设计参数;  $u_{i2}$  为滑模控制项, 且

$$u_{i2} = -m_i z_i \operatorname{sgn}(\alpha_i s_{x_i} + \beta_i s_{v_i}),$$

其中  $z_i$  为待设计参数, 且  $z_i > 0$ 。

在跟随者车厢的分布式滑模控制算法中引入滑模项  $u_{i2}$ , 增强了系统的鲁棒性; 将未知扰动  $d_i$  的观测值  $\hat{d}_i$  引入分布式速度滑模控制器, 消除了其对速度同步造成的影响。

**假设 2** 任意两节跟随者车厢之间存在信息交流, 其通信拓扑图为无向图, 且每节跟随者车厢均能得到虚拟领航者的输出信号, 那么该拉普拉斯矩阵  $L_n$  为对称正半定矩阵。

由引理<sup>[19]</sup>可知, 待设计的参数  $\alpha_i$  和  $\beta_i$  需满足如下不等式:

$$\max \{ \alpha_i / (2\beta_i^2) \} < \chi_i.$$

式中  $\chi_i$  为其相似半定矩阵的特征值。

**定理 2** 设计跟随者车厢的分布式速度滑模控制器为式 (13), 如果满足不等式  $h_{i\min} + z_{i\min} > |\varepsilon_i|_{\max}$ , 且  $\alpha$  和  $\beta$  满足  $\max \{ \alpha_i / (2\beta_i^2) \} < \chi_{i\min}$ , 当  $\forall i=1, 2, \dots, n$ ,  $\lim_{t \rightarrow 0} v_i = v_0$  时, 各跟随者车厢与虚拟领航者车厢的速度

同步。

**证明** 令  $x_i - x_0 = \tilde{x}$ ,  $v_i - v_0 = \tilde{v}$ ,  $d_i - \hat{d}_i = \tilde{d}$ 。将式 (13) 代入式 (3), 可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_i = \tilde{v}_i, \\ \dot{\tilde{v}}_i = -\sum_{j=0}^n a_{ij} \left( \alpha_i (\tilde{x}_i - \tilde{x}_j) + \beta_i (\tilde{v}_i - \tilde{v}_j) \right) - h_i \operatorname{sgn} \left( \sum_{j=0}^n a_{ij} \left( \alpha_i (\tilde{x}_i - \tilde{x}_j) + \beta_i (\tilde{v}_i - \tilde{v}_j) \right) \right) - z_i \operatorname{sgn} \left( \sum_{j=0}^n a_{ij} (\alpha_i s_{x_i} + \beta_i s_{v_i}) \right) + \frac{\tilde{d}_i}{m_i} - \dot{v}_0. \end{cases} \quad (14)$$

将式 (14) 改写成如下矩阵形式:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{v}; \\ \dot{\tilde{v}} = \varepsilon - \alpha M \tilde{x} - \beta M \tilde{v} - H \operatorname{sgn}(\alpha M \tilde{x} - \beta M \tilde{v}) - Z \operatorname{sgn}(\alpha S_x + \beta S_v). \end{cases}$$

式中:  $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n]$ ;  $\tilde{v} = [\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \dots, \tilde{v}_n]$ ;

$$\varepsilon = \left[ \frac{\tilde{d}_1}{m_1} - \dot{v}_0, \frac{\tilde{d}_2}{m_2} - \dot{v}_0, \dots, \frac{\tilde{d}_n}{m_n} - \dot{v}_0 \right]; H = \operatorname{diag}(h_1, h_2, \dots, h_n);$$

$Z = \operatorname{diag}(z_1, z_2, \dots, z_n)$  为对角矩阵;  $M$  为对称正半定矩阵。

定义误差向量  $X = [\tilde{x}^T, \tilde{v}^T]^T$ , 选取式 (15) 所示 Lyapunov 函数, 式中  $P$  为半定矩阵:

$$V = X^T P X. \quad (15)$$

由式 (15) 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{v}^T \alpha M \tilde{v} + 2 \tilde{x}^T \alpha \beta M^2 \tilde{v} + \tilde{x}^T \alpha M \tilde{v} + \dot{\tilde{v}}^T \alpha M \tilde{v} = \\ &= \tilde{v}^T \alpha M \tilde{v} + 2 \tilde{x}^T (\alpha \beta M^2) \tilde{v} + \dot{\tilde{v}}^T \alpha M (\varepsilon - \alpha M \tilde{x} - \beta M \tilde{v} - H \operatorname{sgn}(\alpha M \tilde{x} - \beta M \tilde{v})) - \\ &= \dot{\tilde{v}}^T \alpha M (Z \operatorname{sgn}(\alpha S_x + \beta S_v)) + \tilde{x}^T \alpha M (\varepsilon - \alpha M \tilde{x} - \beta M \tilde{v} - H \operatorname{sgn}(\alpha M \tilde{x} - \beta M \tilde{v})) - \\ &= \tilde{x}^T \alpha M (Z \operatorname{sgn}(\alpha S_x + \beta S_v)) = \\ &= \tilde{v}^T (\alpha M - \beta^2 M^2) \tilde{v} - \tilde{x}^T \alpha^2 M^2 \tilde{x} + \\ &= (\tilde{v}^T \alpha + \tilde{x}^T \beta) M (\varepsilon - H \operatorname{sgn}(\alpha M \tilde{x} - \beta M \tilde{v})) - \\ &= Z \operatorname{sgn}(\alpha \tilde{x} + \beta \tilde{v}) \leq -X^T Q X - \\ &= h_{i\min} \left\| (\tilde{v}^T \alpha + \tilde{x}^T \beta) M \right\| + |\varepsilon|_{\max} \left\| (\tilde{v}^T \alpha + \tilde{x}^T \beta) M \right\| - \\ &= z_{i\min} \left\| (\tilde{v}^T \alpha + \tilde{x}^T \beta) M \right\| \leq -X^T Q X + \\ &= (|\varepsilon|_{\max} - h_{i\min}) \left\| (\tilde{v}^T \alpha + \tilde{x}^T \beta) M \right\|. \end{aligned}$$

因为  $z_i > 0$ , 所以当  $h_{i\min} > |\varepsilon_i|_{\max}$  时, 可得:

$$\dot{V} \leq -X^T Q X \leq -\lambda_{\min}(Q) \|X\|^2.$$

式中:  $\lambda_{\min}(Q)$  为矩阵  $Q$  的最小特征值。

因  $Q$  为对称正定矩阵, 所以  $\lambda_{\min}(Q) > 0$ , 故  $\dot{V} < 0$ , 此时系统全局稳定。当且仅当  $X = [\tilde{x} \ \tilde{v}]^T = 0$ , 跟随者



与虚拟领航者速度同步, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|v_i - v_0\| = 0$ 。证毕。

## 5 仿真验证及结果分析

本节仿真验证了不带 ESMDO 的分布式滑模控制器和基于 ESMDO 的跟随者车厢分布式滑模控制器的控制性能。考虑未知扰动时, CRH3 型高速列车的单节车厢的参数如表 1 所示。

表 1 高速列车的参数

Table 1 HST parameters

| 参 数                 | 取 值          | 单 位                                  |
|---------------------|--------------|--------------------------------------|
| $m_i, i=1, 2, 3, 4$ | 8 000        | kg                                   |
| $k_{0i}$            | 8 000        | N/m                                  |
| $a_{3i}$            | 0.011 76     | N/kg                                 |
| $a_{2i}$            | 0.000 776 16 | N·s/m·kg                             |
| $a_{1i}$            | 0.000 16     | N·s <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> ·kg |

选取高速列车目标速度曲线如下:

$$v^* = \begin{cases} 10t, & 0 < t < 8; \\ 80, & 8 \leq t < 14; \\ 220 - 10t, & 14 \leq t \leq 24. \end{cases}$$

高速列车的目标速度曲线  $v^*$  只传递给虚拟领航者车厢 0, 跟随者车厢 1~4 追踪领航者车厢的速度  $v^*$ 。此时, 相邻车厢的连接权重  $a_{ij}=1$ , 相邻车厢进行信息交换, 故通信交互拓扑图如图 3 所示。

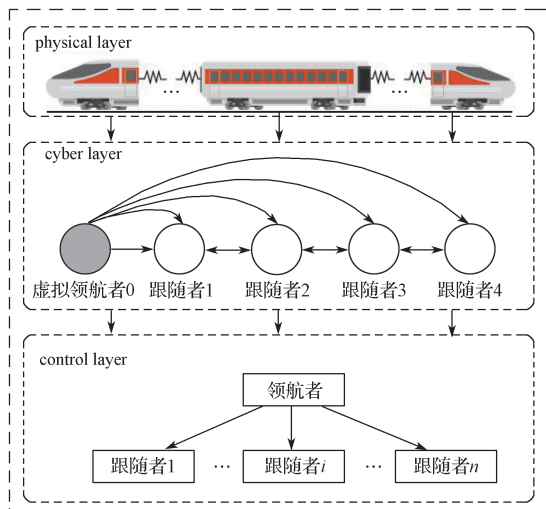


图 3 通信交互拓扑图

Fig. 3 Communication interaction topology diagram

### 5.1 不带 ESMDO 的高速列车分布式速度滑模控制

为模拟高速列车在运行过程中的复杂性, 选择均匀信号、突变信号、缓变信号、高频信号 4 种信号作为未知扰动, 分别作用于跟随者车厢 1~4。不带 ESMDO 时, 高速列车的速度跟踪曲线如图 4 所示, 位移误差曲线如图 5 所示。

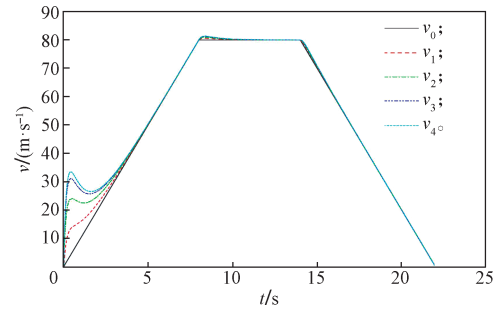


图 4 不带 ESMDO 时的速度跟踪曲线

Fig. 4 Velocity tracking curves without ESMDO

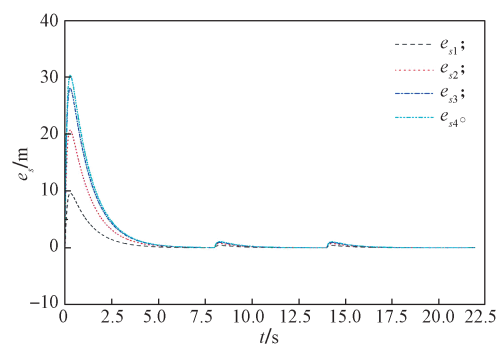


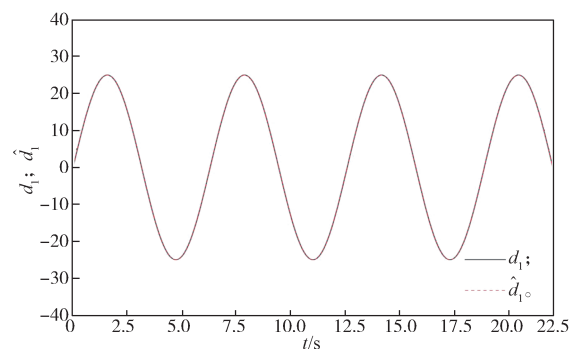
图 5 不带 ESMDO 时的位移误差曲线

Fig. 5 Displacement error curves without ESMDO

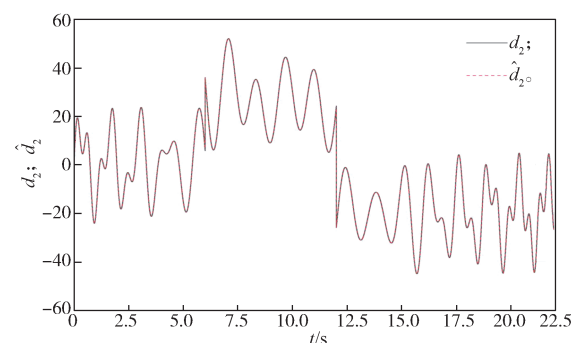
由图 4 和图 5 可以看出, 在加速、匀速、制动过程中, 未引入 ESMDO 时, 跟随者车厢与虚拟领航者车厢的速度误差收敛较慢。

### 5.2 ESMDO 估计的未知扰动

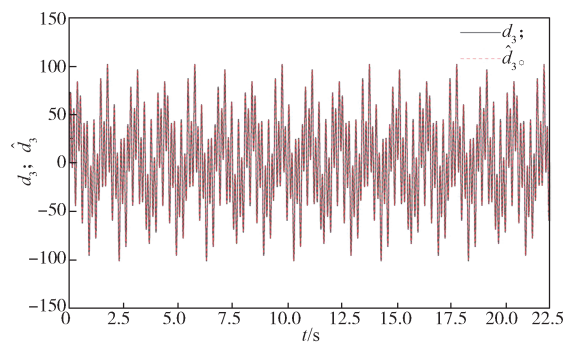
为验证扩展滑模扰动观测器精度, 本节仿真条件与 5.1 相同, 得到的各车厢扰动观测效果见图 6。



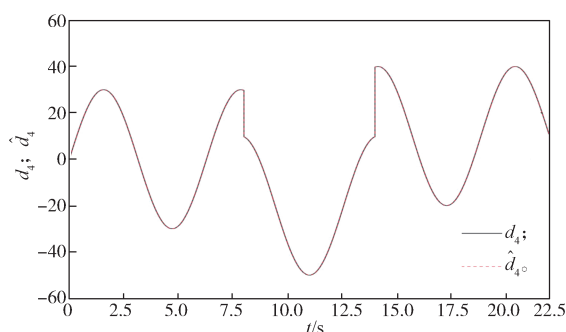
a) 车厢 1



b) 车厢 2



c) 车厢3



d) 车厢4

图6 各车厢的扰动观测效果

Fig. 6 Disturbance observation effect of each carriage

由图6可看出,ESMDO观测跟随者车厢1均匀扰动时、ESMDO观测跟随者车厢2缓变扰动时、ESMDO观测跟随者车厢3高频扰动时、ESMDO观测跟随者车厢4突变扰动时,观测值均与设定值一致。

### 5.3 基于ESMDO的高速列车分布式速度滑模控制

带ESMDO时,各车厢的位移曲线如图7所示,速度跟踪图如图8所示,速度误差如图9所示。

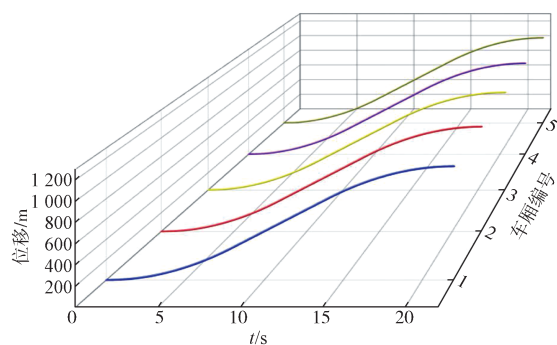


图7 带ESMDO时各车厢的位移曲线

Fig. 7 Displacement curves of each carriage with ESMDO

由图7可以看出,在引入ESMDO后,高速列车各个车厢位移的同步率达到了99.9%。由图8和9可得,在加速阶段,高速列车各车厢的速度从0开始加速,每个跟随者车厢与领航者车厢的速度误差率均保持在0.021%内。在匀速阶段,每个跟随者车厢与领航者车厢的速度误差率均保持在0.025%内。在减速制动阶段,每个跟随者车厢与领航者车厢间的速度误

差率保持在0.029%内。

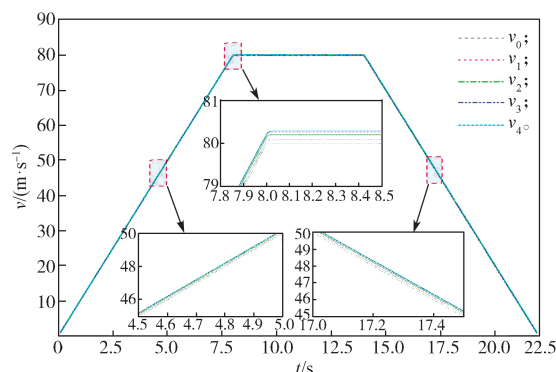


图8 带ESMDO时各车厢的速度跟踪曲线

Fig. 8 Velocity tracking curves with ESMDO

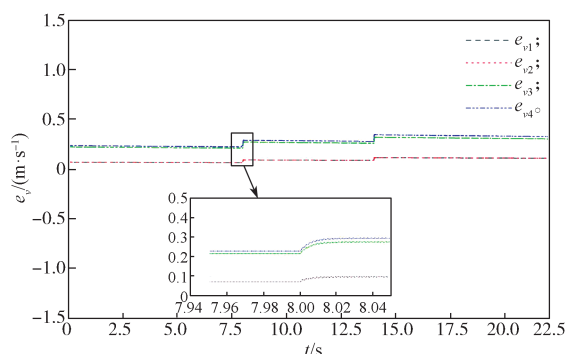


图9 带ESMDO时各车厢的速度误差曲线

Fig. 9 Velocity error curves of each carriage with ESMDO

使用图3所示通信拓扑结构对各车厢速度进行控制,在第8s和第14s时,当车厢运行状态发生变化瞬间,车厢速度会出现不同步的状况,但在0.1s内各车厢速度又会重新达到一致,满足高速列车实际运行的速度要求。

## 6 结论

本文提出了一种基于ESMDO的高速列车分布式速度协同滑模控制算法,有效地解决了高速列车因未知扰动引起的车厢之间的速度不同步问题。通过和未引入ESMDO的分布式速度协同滑模控制算法进行对比,得到如下结论:

1) 用滑模控制器替代传统PID控制器后,虚拟领航者不同阶段的速度会更快地达到参考速度,因而各跟随者车厢达到参考速度的时间减少。

2) 利用ESMDO对高速列车运行中受到的未知扰动实时观测,并反馈到分布式速度滑模控制器,有效消除了未知扰动对各车厢速度同步的影响,减小了收敛时间,提高了系统的抗干扰能力。

3) 将多智能体分布式协同控制算法与滑模变结构控制算法相结合,提出了一种新的分布式速度协同滑模控制算法,提高了列车运行的稳定性。

## 参考文献:

- [1] 何之煜, 徐 宁. 基于自适应迭代学习控制的列车自动驾驶算法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2020, 20(2): 69-75.  
HE Zhiyu, XU Ning. Automatic Train Operation Algorithm Based on Adaptive Iterative Learning Control Theory[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2020, 20(2): 69-75.
- [2] 侯 涛, 郭洋洋, 陈 昱, 等. 基于多质点模型的高速列车速度控制研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2020, 17(2): 314-325.  
HOU Tao, GUO Yangyang, CHEN Yu, et al. Study on Speed Control of High-Speed Train Based on Multi-Point Model[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2020, 17(2): 314-325.
- [3] 连文博, 刘伯鸿, 李婉婉, 等. 基于自抗扰控制的高速列车自动驾驶速度控制[J]. 铁道学报, 2020, 42(1): 76-81.  
LIAN Wenbo, LIU Bohong, LI Wanwan, et al. Automatic Operation Speed Control of High-Speed Train Based on ADRC[J]. Journal of the China Railway Society, 2020, 42(1): 76-81.
- [4] ZHONG W F, LI S K, XU H Z, et al. On-Line Train Speed Profile Generation of High-Speed Railway with Energy-Saving: A Model Predictive Control Method[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(5): 4063-4074.
- [5] LUO M Y, KE Q, LI J N. Research on Automatic Braking and Traction Control of High-Speed Train Based on Neural Network[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1952(3): 032048.
- [6] WANG Z W, OU D X. Parameter Adaptive Research of Automatic Train Control Algorithm Based on Sliding Mode PID[J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2024, 2678(3): 728-741.
- [7] AMIRKHANI A, BARSHOOI A H. Consensus in Multi-Agent Systems: A Review[J]. Artificial Intelligence Review, 2022, 55(5): 3897-3935.
- [8] ZHENG Y S, MA J Y, WANG L. Consensus of Hybrid Multi-Agent Systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(4): 1359-1365.
- [9] HAN N N, ZHENG Y L. The  $H_\infty$  Distributed Formation and Tracking Control for High-Order Multi-Agent Systems[C]//2020 39th Chinese Control Conference (CCC). Shenyang: IEEE, 2020: 4936-4940.
- [10] LI S L, NIAN X H, DENG Z H, et al. Predefined-Time Distributed Optimization of General Linear Multi-Agent Systems[J]. Information Sciences: An International Journal, 2022, 584(C): 111-125.
- [11] WANG G, WANG C L, DING Z T, et al. Distributed Consensus of Nonlinear Multi-Agent Systems with Mismatched Uncertainties and Unknown High-Frequency Gains[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2021, 68(3): 938-942.
- [12] SHAHVALI M, AZARBAHRAM A, NAGHIBI-SISTANI M B, et al. Bipartite Consensus Control for Fractional-Order Nonlinear Multi-Agent Systems: An Output Constraint Approach[J]. Neurocomputing, 2020, 397: 212-223.
- [13] 宁 君, 彭周华, 李铁山, 等. 带有输入量化的分布式多无人船舶自适应模糊编队控制[J/OL]. [2003-07-25]. 控制与决策. <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0007>.  
NING Jun, PENG Zhouhua, LI Tieshan, et al. Fuzzy-Adaptive Distributed Formation Control of Unmanned Surface Vehicles with Input Quantization[J/OL]. [2003-07-25]. Control and Decision. <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0007>.
- [14] 郭 戈, 张忍永康, 杨冬琪, 等. 网联车辆有限时间分布式轨迹优化和协同控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(8): 2355-2363.  
GUO Ge, ZHANG Renyongkang, YANG Dongqi, et al. Finite-Time Distributed Trajectory Optimization and Collaborative Control of Connected Vehicle Platoon[J]. Control and Decision, 2023, 38(8): 2355-2363.
- [15] HE J, YANG B C, ZHANG C F, et al. Robust Consensus Braking Algorithm for Distributed EMUs with Uncertainties[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(17): 2766-2774.
- [16] WANG W P, LE J W, WANG Z, et al. Event-Triggered Consensus Control for High-Speed Train with Time-Varying Actuator Fault[J]. IEEE Access, 2020, 8: 50553-50564.
- [17] 魏文军, 葛俊德, 武晓春. 有限时间内的动车组群分布式协同巡航多智能体控制[J]. 控制理论与应用, 2022, 39(5): 915-922.  
WEI Wenjun, GE Junde, WU Xiaochun. Distributed Cooperative Cruise Multi-Agent Control of Electric Multiple Units Group in Finite Time[J]. Control Theory & Applications, 2022, 39(5): 915-922.
- [18] WANG Q, SUN C Y, CHAI X F, et al. Disturbance Observer-Based Sliding Mode Control for Multi-Agent Systems with Mismatched Uncertainties[J]. Assembly Automation, 2018, 38(5): 606-614.
- [19] 赵凯辉, 邱鹏旗, 张昌凡, 等. 高速列车分布式速度协同跟踪控制方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(9): 12-20.  
ZHAO Kaihui, QIU Pengqi, ZHANG Changfan, et al. Research on Distributed Speed Coordinated Tracking Control for High-Speed Train[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(9): 12-20.

(责任编辑: 廖友媛)