

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2025.01.001

不良级配粉细砂路基碾压数值模拟

祝方才¹, 杨志佳¹, 王杰², 刘鹏飞², 张华雨³

(1. 湖南工业大学 土木工程学院, 湖南 株洲 412007;

2. 中铁北京工程局集团第二工程有限公司, 湖南 长沙 410116;

3. 中建七局交通建设有限公司, 河南 郑州 450003)

摘要: 我国滨海地区存在大量粉细砂, 其级配较差, 为减少客土使用, 可将其用做路基填料。依托海南某旅游公路粉细砂填筑路基项目, 建立不良级配粉细砂路基压实过程的PFC2D模型, 研究压实作用力、静动碾压和压实遍数的压实效果, 建立压实度 K 和孔隙率 n 关系。结果发现, 不同压实力作用下粉细砂孔隙率沿深度变化不明显, 动碾相对于静碾压实效果更好且作用深度更深, 随碾压遍数增加, 粉细砂孔隙率减小, 路基压实度增大, 但碾压超过一定遍数后, 对压实效果提升不明显。数值模拟与现场试验结果较为一致。

关键词: 不良级配粉细砂; PFC2D; 碾压; 压实度; 孔隙率

中图分类号: TU43

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2025)01-0001-08

引文格式: 祝方才, 杨志佳, 王杰, 等. 不良级配粉细砂路基碾压数值模拟[J]. 湖南工业大学学报, 2025, 39(1): 1-8.

A Numerical Simulation of Compaction of Poorly Graded Silty Fine Sand Roadbeds

ZHU Fangcai¹, YANG Zhijia¹, WANG Jie², LIU Pengfei², ZHANG Huayu³

(1. College of Civil Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China;

2. 2nd Engineering Co. Ltd., China Railway Beijing Engineering Group Co., Ltd., Changsha 410116, China;

3. Communications Construction Company of CSCEC 7th Division Co., Ltd., Zhengzhou 450003, China)

Abstract: Due to the fact that coastal areas of China are characterized with a significant amount of silty fine sand with poor gradation, it can be used as roadbed filling materials for the reduction of the reliance on foreign soil. Based on a tourist highway project in Hainan, a PFC2D model has been established for the compaction process of poorly graded fine sand subgrades, followed by a research on the compaction effects of compaction force, static and dynamic rolling, and compaction passes, thus building the relationship between compaction degree K and porosity n . The results show that the porosity of fine sand remains relatively consistent at different depths under varying rolling compaction forces. Compared to static rolling, dynamic rolling is characterized with better compaction effect and deeper action depth. As the number of rolling passes increases, the porosity of fine sand decreases while the compaction degree of the roadbed increases. However, after a certain number of rolling passes, the improvement in compaction effect becomes less significant. The numerical simulation results are consistent with the field test results.

Keywords: poorly graded fine sand; PFC2D; rolling compaction; compaction degree; porosity

收稿日期: 2023-12-23

基金项目: 湖南省自然科学基金株洲联合基金资助项目(2022JJ50087)

作者简介: 祝方才, 男, 湖南工业大学教授, 博士, 主要研究方向为边坡和地下工程, E-mail: zhufangcai@163.com

0 引言

在滨海地区,地表覆盖着大量天然的粉细砂,例如海南省重点工程—东郊至龙楼公路,沿线 90% 以上分布有大量的含细粒土细砂。由于粉细砂的颗粒粒径均小于 2.36 mm,粒径分布较窄,从压实角度来看,其不是优质的路基填料,因此实际应用并不常见。若能把它们作为路基填料可解决滨海地区路基填筑的问题。此外,这也提供了一种有效的方式来利用当地丰富的粉细砂,从而实现生态保护的目标,实现生态、环保和经济效益的多重收益。因此,如何处理不良级配粉细砂路基是滨海地区公路建设面临的难点。

谭鹏等^[1]以海南某滨海旅游公路为依托,对不良级配粉细砂地基进行了冲击碾压试验,对压实度、弯沉、孔隙水压力和地表沉降等进行了检测,提出了适合滨海地区粉细砂地基的冲击碾压施工工艺,每轮施工完成后应等待地基中的超静孔隙水压力消失再进行下一轮次施工。任庆显^[2]以张石高速公路路基建设为工程背景,详细说明了不良级配粉细砂路基的施工过程,并介绍了灌水法施工工艺。袁建等^[3]通过击实试验,研究了不良级配粉细砂的击实特性;通过数值模拟研究了不良级配粉细砂的压实机理和压实影响因素;对粉细砂路基的现场施工工艺进行了详细介绍,并通过现场粉细砂压实试验对数值模拟结果进行验证。

当前,国内外常采用颗粒流模拟来研究砂土等散体介质^[4-6]。砂土颗粒的细观结构特性和其变化主要影响着粉细砂的密实度。所以,从微观层面来看,阐明不良级配粉细砂的紧实性规律非常关键。N. Hama^[7]、A. Salazar^[8]等使用离散单元法对砂进行数值模拟分析。蔡氧等^[9]利用颗粒流软件建立数值模型模拟细砂路基的填筑过程,探讨了不同因素如何影响细砂的密实度,并通过现场试验进行了验证。贾敏才等^[10]使用颗粒流软件 (particle flow code, PFC),建立了模拟砂土地基强夯的数值模型,从宏观、细观机制分析了冲击过程中接触力的传播和颗粒间的应力,并与室内模型试验对比,研究了干砂在强夯冲击过程中的动力反应特性。相对而言,对不良级配粉细砂路基碾压密实的细观机理研究还较少,现场碾压施工工艺参数的选取多依赖现场经验总结。

因此,本文采用颗粒流作为研究手段,模拟不良级配粉细砂的填筑过程,并通过现场试验进行验证,研究粉细砂的密实特点和不同因素对粉细砂压实的影响规律,为现场施工提供参考。

1 不良级配粉细砂路基数值模型

1.1 颗粒大小选择

本文选取滨海地区粉细砂的砂样进行筛分试验,根据《公路土工试验规程》(JTG 3430—2020)对粉细砂试样进行试验,级配曲线见图 1。滨海粉细砂砂样颗粒粒径基本在 0.075~0.6 mm 之间,并且小于 0.15 mm 的占 70% 左右,曲率系数为 1.0,不均匀系数为 2.0,根据《公路土工试验规程》(JTG 3430—2020)的规定,此滨海砂为级配不良砂,当粒径大于 0.075 mm 的颗粒占比超过总质量的 50% 时,判定为细砂。因此,在分析模型里,选择了 0.6 mm 和 0.075 mm 作为颗粒的最大和最小尺寸,并且随机产生。

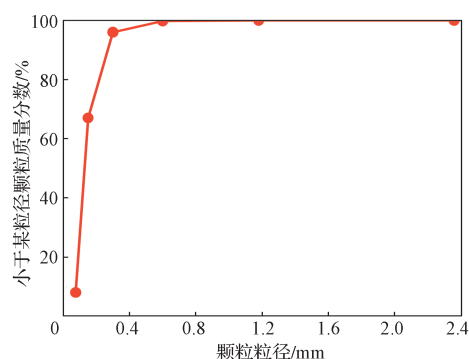


图 1 砂的颗粒级配曲线

Fig. 1 Sand particle gradation curve

1.2 模型建立

PFC 可通过孔隙率和范围随机生成指定粒径的颗粒,当模型尺寸和孔隙率确定以后,模型颗粒数量就由颗粒级配和粒径大小决定。由于粉细砂颗粒粒径较小,按实际粒径建模,会导致颗粒数量过多,运算时间较长。因此要对粉细砂颗粒尺寸进行放大,使数值模拟试样的级配接近实际砂样。R. P. Jensen 等^[11]的研究发现,当模型尺寸与模型内部颗粒平均半径的比值大于 30~40 时,颗粒的尺寸基本不影响数值模拟结果。

本研究考虑到碾轮的作用深度,颗粒模型取 1 m,模型宽度为 2 m。在模拟碾压过程考虑碾轮来回碾压,取模型长度为 6 m,模型如图 2 所示。

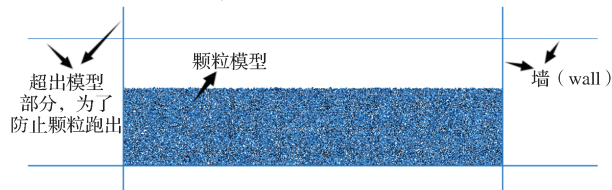


图 2 路基压实数值模型

Fig. 2 Numerical model of roadbed compaction

1.3 伺服力模拟

碾轮使用 wall (墙) 命令进行模拟,需要通过

fish 函数实现两种不同压实方式的模拟。用 fish 函数对碾轮施加竖向的伺服力来模拟碾轮自重,将碾轮 x 方向的速度参数设为常数 C_{vx} ,同时设定一个固定的转动角速度模拟压路机在水平方向上的运动。模拟静碾时, y 方向上速度参数设为 0;模拟振动碾压时, y 方向速度参数设为有关时间的余弦函数^[10,12]。两种压实方式的数学表达式如下,其中式(1)表示模拟静碾压实方式,式(2)表示模拟振动碾压。

$$\begin{cases} V_x = C_{vx}, \\ V_y = 0, \\ F_y = C_{yf} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} V_x = C_{vx}, \\ V_y = 0, \\ F_y = C_{yf} \cos \omega_y t \end{cases} \quad (2)$$

式(1)(2)中: V_x 和 V_y 分别为碾轮 x 和 y 方向的移动速度; F_y 为 y 方向上的作用力; C_{vx} 为碾轮速度; C_{yf} 为作用力; ω_y 为振动角频率; t 为时间。

1.4 参数选取

关于颗粒流的方法中,模拟的物体都会被视为由许多单独的细小颗粒的集合而组成的,因此在颗粒离散元软件中,不能直接对材料物体赋予它与本构模型有关的参数^[13]。对材料本构特性进行参数赋予是由接触本构模型来实现的。

解决接触行为的仿真方式是离散元运算中的关键之一,球、簇和墙之间的相互作用从局部影响到整体,反映出各种微小介质的力学行为,所以选择合适的接触模型十分关键。PFC 中内嵌了 10 种接触模型,常用的有线性模型、线性接触黏结模型、平行黏结模型和赫兹接触模型。线性模型适用于散体材料的模拟;线性接触黏结模型适用于连续介质的模拟;平行黏结模型适用于模拟黏结材料的力学行为;赫兹接触模型适用于分析光滑、弹性球体在摩擦接触中的变形中产生的法向力和剪切力^[14]。本研究模拟使用线性模型,能更真实和准确地反映不良级配粉细砂的宏观特性。图 3 为线性模型法向刚度与法向刚度的关系图。

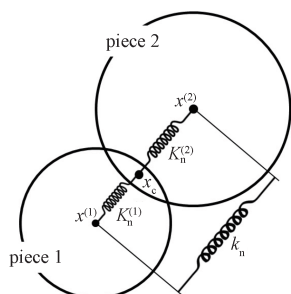


图 3 线性模型法向刚度与法向刚度的关系

Fig. 3 Relationship between normal stiffness and linear model normal stiffness

线性接触刚度模型可通过两个相互接触的实体间的法向刚度 K_n 和切向刚度 K_s 来定义。在计算 K_n 和 K_s 时,假设两个部件的刚度是串联的,计算公式如下:

$$K_n = \frac{K_n^{(1)} K_n^{(2)}}{K_n^{(1)} + K_n^{(2)}}, \quad (3)$$

$$K_s = \frac{K_s^{(1)} K_s^{(2)}}{K_s^{(1)} + K_s^{(2)}}. \quad (4)$$

式(3)(4)中,上标(1)和(2)分别表示颗粒 1 和 2 的属性。

数值模拟时,首先要选定合适的本构模型并指定相关参数,使模型能准确反映实际物体的力学性质。试错法是目前常用来确定材料细观参数的方法:首先,对材料进行室内三轴或直剪试验,得到材料的应力-应变曲线;然后,建立与室内试验相同的数值模型,赋予参数后进行模拟;将模拟所得的结果与实际试验相比较,若差别较大,则调整模型参数继续模拟,不断重复这一过程,直到两者结果基本吻合,此时模型所用参数就是材料的细观参数^[15]。

由试错法得到一组接近实际材料的细观参数,见表 1。

表 1 颗粒流模型参数

Table 1 Particle flow model parameters

材料	法向刚度/(N·m ⁻¹)	刚度比	摩擦因数	密度/(g·cm ⁻³)	颗粒数量
墙体	2.0e8	1.5	—	—	—
颗粒	1.0e8	1.5	0.4	1.63	14 229

1.5 压实模拟

颗粒生成后,删除上部的墙,使用 wall servo 命令施加伺服力。将时间和位移场清零,根据碾轮的移动速度计算滚动速度,保证碾轮和颗粒间发生的是静摩擦,并时刻更新碾轮的滚动中心。每次碾压到尽头后保存数值结果,将移速和滚动速度反向继续运算,每个模型均碾压 8 遍。根据现场施工流程,设计了如图 4 的 PFC 模拟路基压实流程图。

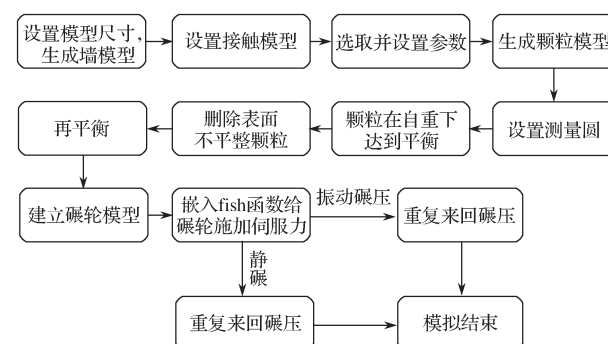


图 4 PFC 模拟路基压实流程图

Fig. 4 Flow diagram of PFC simulation roadbed compaction

2 模拟结果与分析

2.1 静载压实作用力的影响

为了探究不良级配粉细砂在不同静压力下压实效果的影响课题组选取了 3 种常见的压路机的重量作为参考标准, 分别是 140, 200, 260 kN。对不良级配粉细砂进行不同静载压实作用力碾压后, 得到模型中测量圆监测的孔隙率变化规律, 如图 5 所示。

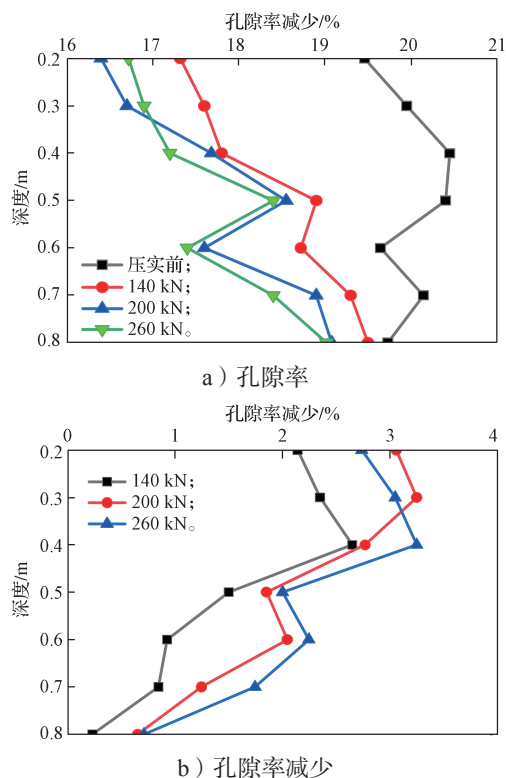


图 5 静碾作用力对孔隙率的影响

Fig. 5 Influence of static rolling compaction force on porosity

由图 5 可知, 模型压实前在自重作用下具有初始孔隙率, 随着深度增加, 不同深度的孔隙率差异并不明显。不同静载作用力压实后, 粉细砂的孔隙率减小, 且减小的程度各有不同。施加 140 kN 静载时, 孔隙率最大减少 2.7%; 施加 200 kN 静载时, 孔隙率最大减少 3.2%; 施加 260 kN 静载时, 孔隙率最大减少 3.3%。由此可知, 增大静载压实作用力对提高不良级配粉细砂路基的压实效果并不明显。

此外, 随着深度的增加, 孔隙率的减小值也逐渐减小, 表明静碾的压实效果随深度的增加而逐渐减弱。

2.2 碾压方式的影响

为研究不同碾压方式对不良级配粉细砂的压实效果的影响, 在恒定的 140 kN 作用下, 对碾轮通过 fish 函数施加两种竖向伺服力, 以模拟静碾和振动碾压。碾压 2, 4, 6, 8 遍后的静碾和振动碾压结果如图 6 所示。

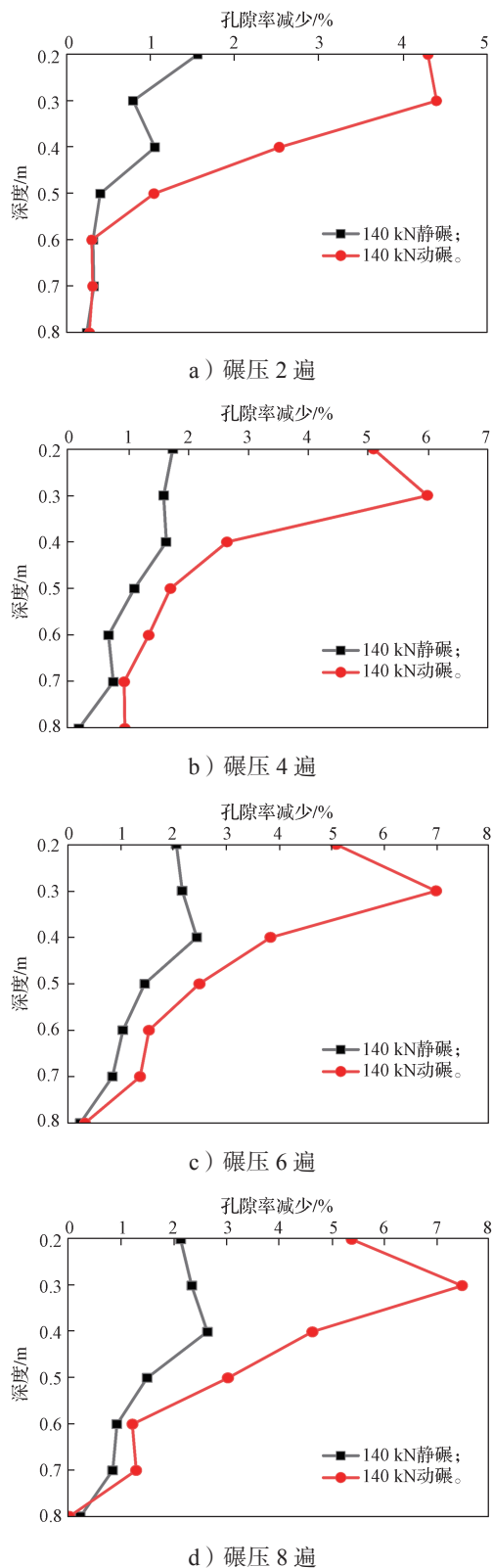


图 6 碾压方式对孔隙率的影响

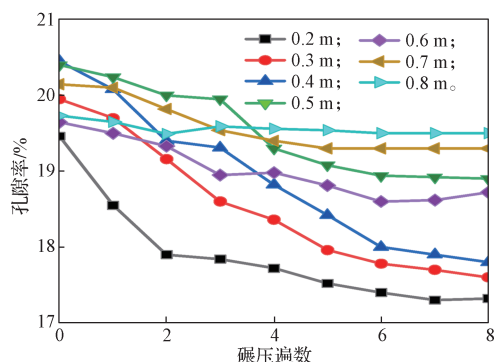
Fig. 6 Influence of rolling compaction methods on porosity

根据图 6 可知, 在振动压实过程中, 孔隙率的降低值会随着深度的增加而逐步减小。这主要是因为, 在压实之前, 土体上部孔隙率相对较高, 且振动的效果会从土体上部逐步降低, 这对上层颗粒的填充更为有

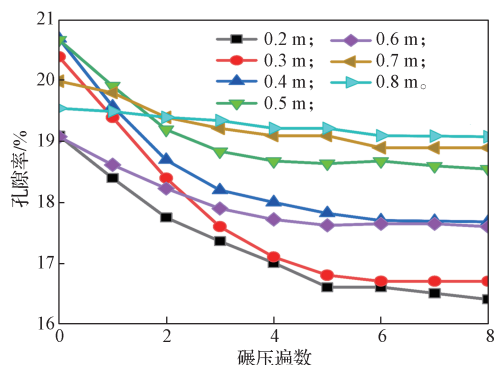
利。另外,在作用相同时间后,振动压实的孔隙率最大下降了 7.5%,而静碾压实的孔隙率最大下降只有 2.6%。这表明振动压实对粉细砂的压实效果明显优于静载压实,特别是对上部粉细砂的压实效果更优。

2.3 碾压遍数的影响

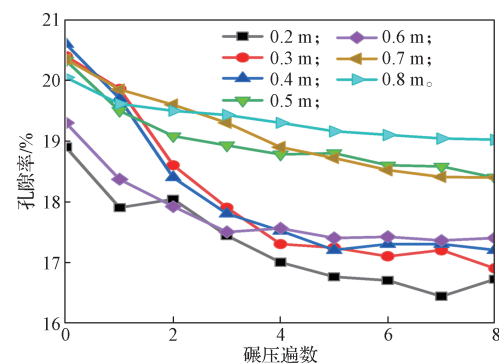
使用测量圆监测碾压过程中不同深度的孔隙率,得到碾压遍数与不同深度压实度变化的关系如图 7 所示。由图 7 可知,无论是静碾或振动压实,前 5 遍碾压均能较大程度提高粉细砂的压实度,若再进行碾压,粉细砂的压实度提高幅度较小。此外,当深度小于 0.4 m 时,随着碾压遍数的增加,孔隙率减小的幅度明显增加;而深度大于 0.5 m 时,孔隙率的减小幅度则不太显著。说明碾压遍数的增加对较深处的压实效果影响不大。



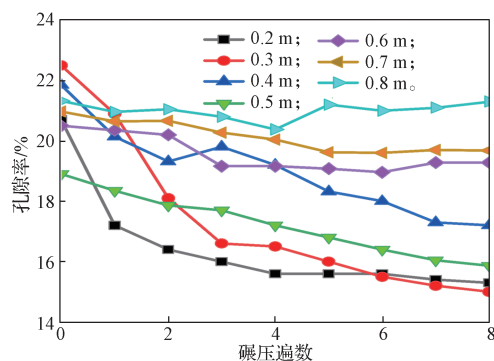
a) 静载 140 kN 碾压



b) 静载 200 kN 碾压



c) 静载 260 kN 碾压



d) 振动碾压

图 7 碾压遍数对孔隙率的影响

Fig. 7 Influence of rolling compaction times on porosity

3 不良级配粉细砂路基现场填筑试验

现场试验路段为海南某公路一工区和四工区某段浅挖路基工点。粉细砂路基填筑施工流程图如图 8 所示。

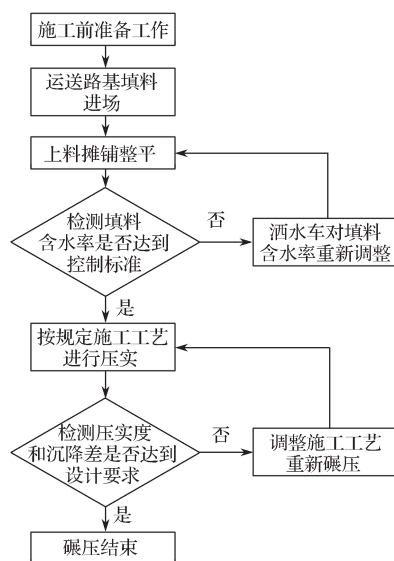


图 8 粉细砂填料压实试验流程图

Fig. 8 Flow chart of compaction test for fine sand filling materials

由于不良级配粉细砂较为松散,填砂路基采用灌砂法进行密实度检测时,极易塌孔,无法有效进行检测;环刀法也无法有效获得成型的砂样。因此,现场通过预埋土样盒的方式来检测粉细砂压实度,该方法在试验段摊铺后在指定地点埋设土样盒,然后进行试验,试验完成后将土样盒挖出来测量压实度;接着在摊铺后的粉细砂表面埋设沉降板,来检测不同工况下的沉降差;并且在摊铺稳压后的填砂作业面顶部埋设压实沉降板,用来检测不同机械、不同碾压遍数及不同碾压方式下的压实沉降差,进而分析压实度

和压实沉降差的变化来探究获取最佳的填砂路基施工作业条件。

4 现场试验与模拟结果对比分析

4.1 孔隙率和压实度的相关关系

孔隙率 n 的计算公式为

$$n = 1 - (\rho_d / \rho_s) \times 100\%; \quad (5)$$

压实度 K 的计算公式为

$$K = \rho_d / \rho_{d \max} \circ \quad (6)$$

式 (5) (6) 中: ρ_d 为现场填土实际干密度, 单位为 g/cm^3 ; ρ_s 为现场填土颗粒密度, 单位为 g/cm^3 ; $\rho_{d \max}$ 为室内击实最大干密度, 单位为 g/cm^3 。

根据式 (5) (6) 可推导出

$$K = (1 - n) \rho_s / \rho_{d \max} \circ \quad (7)$$

对于某种填料来说, 由室内试验确定的最大干密度和颗粒密度是定值, 根据式 (7) 可以看出: 压实度 K 和孔隙率 n 呈线性关系, 且为负相关。因此, 本文通过现场试验压实度和数值模拟的孔隙率的相关关系来进行影响因素的对比分析。

4.2 静载压实作用力的影响

为研究不同静载压实力对粉细砂的压实效果影响, 对比 140 kN 和 200 kN 静载压实作用力与碾压遍数关系曲线, 结果如图 9 所示。

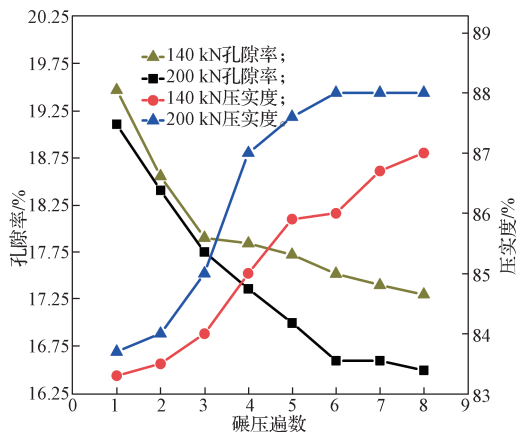


图 9 静碾作用力对孔隙率和压实度的影响

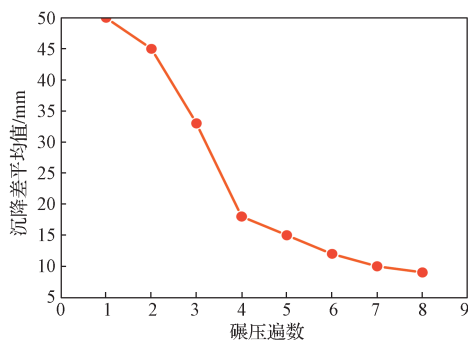
Fig. 9 Influence of static rolling compaction force on porosity and compaction degrees

在一工区, 使用 140 kN 压路机进行两次静载压实后, 粉细砂路基的平均压实度达到了 83.5%。相较之下, 四工区采用了 200 kN 压路机进行相同次数的静载压实, 其粉细砂路基的压实度均值升至 84.0%。通过比较两工区路段的压实度, 可以得出, 增加静载压实力并没有显著提高粉细砂的压实效果。因此, 选择更大工作重量的压实机械并不能有效地改善粉

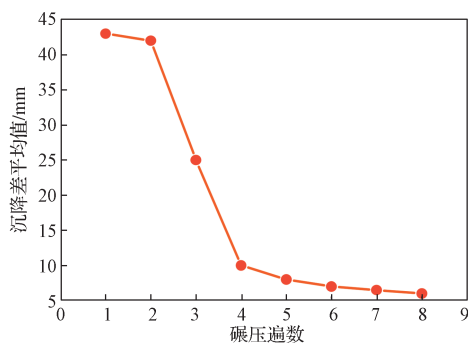
细砂路基的填筑效果。这一结论与之前对粉细砂颗粒流模拟的研究结果一致。

4.3 碾压方式的影响

为探究压实方式对不良级配粉细砂路基压实效果的影响, 采用额定工作荷载为 140 kN 的压路机, 分别为静载压实和振动压实的方式进行试验段路基的压实试验, 检测结果如图 10 所示。并通过对比不同碾压方式的沉降差和孔隙率减少与碾压遍数的关系曲线, 结果如图 11 所示。



a) 静压



b) 振动压实

图 10 填砂路基压实沉降差与碾压遍数关系曲线

Fig. 10 Relationship curve between compaction settlement difference and rolling compaction times of sand filling roadbeds

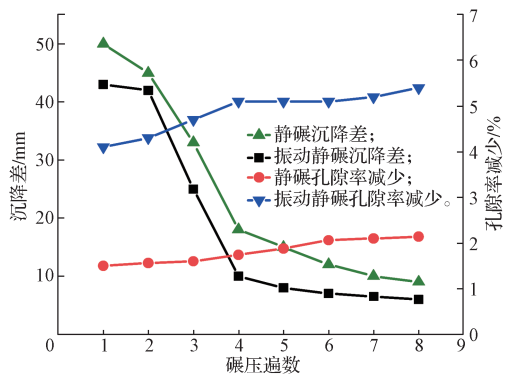


图 11 碾压方式对沉降差和孔隙率的影响

Fig. 11 Influence of rolling compaction methods on settlement difference and porosity

由图 10 可知, 在 1 遍静碾压实后沉降差为 50 mm, 在 6 遍静碾压实后沉降差减小至 12 mm; 而在

1遍振动压实后沉降差为43 mm,在6遍振动压实后沉降差减小至3 mm。振动压实相较于静载压实沉降差较大,说明振动压实的效果更好。与前文中压实方式对粉细砂压实度影响的颗粒流模拟得出结论相同。

且由图11还可知,现场试验的沉降差逐渐减小,数值模拟的孔隙率减少值逐渐增加。通过对比分析静碾和振动碾压两种方式,也表明振动碾压相较于静碾对不良级配粉细砂的压实效果更明显。

4.4 碾压遍数的影响

为研究碾压遍数对粉细砂压实度的影响,探讨了不同深度的压实度平均值与碾压遍数的关系曲线,如图12所示,并对比分析现场压实度和模拟孔隙率,结果如图13所示。

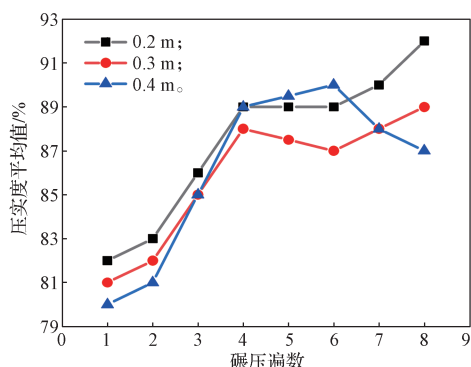


图12 填砂路基压实度与碾压遍数关系曲线

Fig. 12 Relationship curves between compaction degree and rolling compaction times of sand filling roadbeds

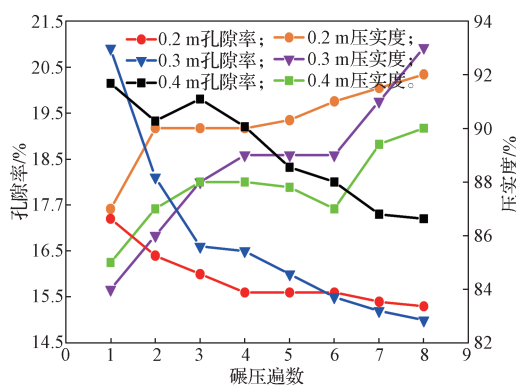


图13 碾压遍数对孔隙率和压实度的影响

Fig. 13 Influence of rolling compaction times on porosity and compaction degrees

从图12可以看出,在进行前4次静载碾压过程中,0.2, 0.3, 0.4 m深度位置的压实度会随着碾压次数的增多而逐步提高;然而,当碾压次数达到第4次或第5次时,压实度的曲线呈现“缓台”状态,也就是说,随着碾压次数的增多,压实度的提高速率会减缓。在接下来的第6至第7次碾压过程中,压实度只有略微的增加。通过颗粒流模拟得出,前5遍碾压对

于不良级配粉细砂的压实度产生了显著的提升效果,且再继续增加碾压遍数对粉细砂的压实效果没有明显提高,此结论与现场试验所得结论较为一致。

由图13可知,通过对比不同深度下的压实效果,随着碾压遍数增加,对不良级配粉细砂路基压实效果越好,但碾压到一定遍数时,再增加碾压遍数对粉细砂的压实效果提升不大。

5 结论

本文利用颗粒流模型,通过压实度 K 和孔隙率 n 的相关关系,将颗粒流数值模拟结果与现场试验结果进行对比,结论如下:

1) 增加静载压实作用力对提高不良级配粉细砂路基的压实效果并不明显,且随着深度的增加,对较深处粉细砂的压实度提高不显著。

2) 振动碾压对不良级配粉细砂的压实效果明显优于静载碾压的压实效果,尤其是对上部粉细砂的压实效果更好。

3) 前5次的碾压能极大地改善不良级配粉细砂的压实程度,其后再增加碾压次数,其压实效果则提升不显著。

参考文献:

- [1] 谭鹏, 杨戈, 吕奋, 等. 冲击碾压处理滨海粉细砂地基试验研究[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2014, 42(2): 266-271.
TAN Peng, YANG Ge, LÜ Fen, et al. Experimental Research on Treatment of Silty-Fine Sand Foundation with Impaction and Grind Method(IGM)[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2014, 42(2): 266-271.
- [2] 任庆显. 粉细砂路基灌水法施工技术研究[C]// 首届山东材料大会. 济南: 山东省科协材料学科群, 2007: 126-129.
REN Qingxian. Research on Construction Technology of Silty Sand Subgrade Irrigation Method[C]//The First Shandong Proceedings of the Materials Conference. Jinan: Shandong Association for Science and Technology Materials Science Group, 2007: 126-129.
- [3] 袁建, 李曼容, 罗志刚, 等. 非洲滨海地区粉细砂路基砂芯压实施工技术[J]. 公路交通科技, 2019, 36(6): 31-40.
YUAN Jian, LI Manrong, LUO Zhigang, et al. Compaction Construction Technique for Sand Core of Silty Sand Subgrade in Africa Coastal Area[J]. Journal of Highway and Transportation Research and

- Development, 2019, 36(6): 31–40.
- [4] 周 健, 王家全, 孔祥利, 等. 砂土颗粒与土工合成材料接触界面细观研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(1): 61–67.
- ZHOU Jian, WANG Jiaquan, KONG Xiangli, et al. Mesoscopic Study of the Interface between Sandy Soil and Geosynthetics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(1): 61–67.
- [5] 孔 亮, 彭 仁. 颗粒形状对类砂土力学性质影响的颗粒流模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(10): 2112–2119.
- KONG Liang, PENG Ren. Particle Flow Simulation of Influence of Particle Shape on Mechanical Properties of Quasi-Sands[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(10): 2112–2119.
- [6] CHEN Y, MUNKHOLM L J, NYORD T. A Discrete Element Model for Soil-Sweep Interaction in Three Different Soils[J]. Soil and Tillage Research, 2013, 126: 34–41.
- [7] HAMA N, OUAHBI T, TAIBI S, et al. Numerical Analysis of Internal Stability of Granular Materials Using Discrete Element Method[M]//Boca Raton: CRC Press, 2014: 527–531.
- [8] SALAZAR A, SÁEZ E, PARDO G. Modeling the Direct Shear Test of a Coarse Sand Using the 3D Discrete Element Method with a Rolling Friction Model[J]. Computers and Geotechnics, 2015, 67: 83–93.
- [9] 蔡 氧, 张 磊, 钱劲松. 细砂路基碾压密实的颗粒流模拟与试验验证[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2017, 45(4): 527–532.
- CAI Yang, ZHANG Lei, QIAN Jinsong. Discrete Element Method Simulation and Experimental Verification on Roller Compaction of Fine Sand[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2017, 45(4): 527–532.
- [10] 贾敏才, 王 磊, 周 健. 干砂强夯动力特性的细观颗粒流分析[J]. 岩土力学, 2009, 30(4): 871–878.
- JIA Mincai, WANG Lei, ZHOU Jian. Mesomechanical Analysis of Characteristics of Dry Sands in Response to Dynamic Compaction with PFC2D[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(4): 871–878.
- [11] JENSEN R P, BOSSCHER P J, PLESHA M E, et al. DEM Simulation of Granular Media–Structure Interface: Effects of Surface Roughness and Particle Shape[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1999, 23(6): 531–547.
- [12] 周 健, 池 永. 砂土力学性质的细观模拟[J]. 岩土力学, 2003, 24(6): 901–906.
- ZHOU Jian, CHI Yong. Mesomechanical Simulation of Sand Mechanical Properties[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(6): 901–906.
- [13] 王尔豪. 饱和密实含泥砂土力学特性的 PFC3D 颗粒流模拟[D]. 南昌: 南昌大学, 2019.
- WANG Erhao. PFC3D Particle Flow Simulation of Mechanical Properties Of Saturated Dense Muddy Sandy Soil[D]. Nanchang: Nanchang University, 2019.
- [14] 石 崇, 张 强, 王盛年. 颗粒流(PFC5.0)数值模拟技术及应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2018: 86–87.
- SHI Chong, ZHANG Qiang, WANG Shengnian. Numerical Simulation Technology and Application with Particle Flow Code (PFC 5.0)[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2018: 86–87.
- [15] 贤 彬. 大理岩加卸荷破坏过程的颗粒流数值模拟及其试验验证[D]. 青岛: 青岛理工大学, 2011.
- XIAN Bin. Particle Flow Numerical Simulation and Experimental Verification of Marble Failure Process Under Loading and Unloading[D]. Qingdao: Qingdao University of Technology, 2011.

(责任编辑: 申 剑)