doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2024.06.007

基于自由矩阵积分不等式方法的电力系统时滞相关稳定性分析

刘晓桂[1]，李　佳[1]，张灵芝[1]，褚衍廷[1]，唐勇强[2]，肖会芹[3]

（1. 湖南铁路科技职业技术学院 铁道供电与电气学院，湖南 株洲 412006；
2. 国网湖南电力公司 西湖供电支公司，湖南 邵阳 422000；
3. 湖南工业大学 电气与信息工程学院，湖南 株洲 412007）

摘　要：研究了电力系统时滞相关鲁棒稳定性问题。首先，建立了考虑系统时滞的电力系统模型；然后，通过构造时滞乘积增广型 Lyapunov-Krasovskii 泛函，并应用自由矩阵积分不等式方法，对泛函导数进行界定，得到了低保守性的稳定新判据；最后，通过单机无穷大系统、4 机 11 节点系统和典型二阶系统验证了所提方法的有效性。

关键词：Lyapunov-Krasovskii 泛函；广义自由矩阵积分不等式；电力系统；鲁棒稳定判据

中图分类号：TP13　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673-9833(2024)06-0046-09

引文格式：刘晓桂，李　佳，张灵芝，等. 基于自由矩阵积分不等式方法的电力系统时滞相关稳定性分析 [J]. 湖南工业大学学报，2024，38(6)：46-54.

Time-Delay Related Stability Analysis of Power Systems Based on Free-Matrix Integral Inequality Method

LIU Xiaogui[1]，LI Jia[1]，ZHANG Lingzhi[1]，CHU Yanting[1]，TANG Yongqiang[2]，XIAO Huiqin[3]

（1. College of Railway Power Supply and Electricity，Hunan Vocational College of Railway Technology，Zhuzhou Hunan 412006，China；2. State Grid Hunan Electric Power Company West Lake Power Supply Branch，Shaoyang Hunan 422000，China；3. College of Electrical and Information Engineering，Hunan University of Technology，Zhuzhou Hunan 412007，China）

Abstract：A study has been carried out on the robust stability problem related to time delay in power systems. Firstly, a power system model is established with time delay taken into consideration. Next, by constructing the delay-product-type augmented Lyapunov-Krasovskii functional, a new low conservatism stability criterion can be obtained with the free-matrix-based integral inequality method adopted to define the derivative of the functional. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by a single-machine infinite system, a 4-generator 11-bus power system and a typical second-order system.

Keywords：Lyapunov-Krasovskii functional (LKF)；generalized free-matrix integral inequality；power system；robust stability criterion

---

收稿日期：2023-08-28

基金项目：湖南省自然科学基金资助项目（2022JJ60075；2022JJ50097）；湖南省教育厅科学研究优秀青年基金资助项目（23B1021）

作者简介：刘晓桂，男，湖南铁路科技职业技术学院讲师，硕士，主要研究方向为电力系统，时滞系统和神经网络，E-mail：405319366@qq.com

通信作者：李　佳，女，湖南铁路科技职业技术学院副教授，硕士，主要研究方向为自动化管理和智能化管理，E-mail：123371488@qq.com

1 研究背景

随着电力市场化改革的不断深入和电力工业的飞速发展，我国电力行业呈现出大容量、超高压、远距离、分布式的发展特点，依靠传统的局部反馈控制策略已无法满足当今我国现代电网安全稳定运行的需要。因此，借助广域通信网络来对电力系统进行控制与监测已成为一种必然趋势 [1]。近年来，广域测量系统（wide-area measurement system，WAMS）的提出，极大推动了我国现代电网全局控制和分布式同步测量技术的发展。它的应用为电力系统的全局动态实时监测提供了条件，使广域互联电网的安全稳定运行和控制有了新机遇 [2]。然而，在广域通信网络中，信息的传输是远距离、大数据的，在信息采集、交换与数据处理过程中，不可避免地存在通信延迟现象 [3]，现有大量研究表明，这种通信延迟会在一定程度上使控制器的性能下降，甚至导致系统崩溃，给社会带来重大负面影响 [4]。因此，对电力系统时滞相关稳定性问题进行研究，具重要研究价值和现实意义 [5]。

目前时滞系统稳定性分析的主要方法是时域法，它是由 Lyapunov 直接法演变而来，相比频域法，时域法在分析系统中含不确定参数时有明显优势。基于时域分析方法，目前常采用 Lyapunov-Krasovskii 泛函（LKF）和线性矩阵不等式（LMI）相结合的框架 [6]。凸优化方法为 LMI 求解提供了方便，从而使得时域法得到了更长足的发展 [7]。基于 LKF 建立时滞相关稳定性判据时，泛函导数中不可避免地存在二次型积分项，界定这类二次型积分项是建立时滞相关稳定判据面临的主要困难。目前主要有自由权矩阵法 [8] 和积分不等式法 [9–10] 两种主流处理方法，而积分不等式法的决策变量较少，所以求解速度更快。

常用的积分不等式有 Jessen 不等式 [11]、Wirtinger 不等式 [10]、Bessel-Legendre 不等式 [12]、自由矩阵积分不等式 [9, 13]。尽管 Bessel-Legendre 不等式在界定二次型积分项时具有较小的保守性，但是在处理时变时滞时会产生逆凸问题，导致所得结论仍具有一定的保守性。相比之下，采用自由矩阵积分不等式界定这类二次型积分项时可避免逆凸问题，因而可以进一步降低保守性。

针对电力系统时滞相关稳定性问题，文献 [14] 提出一种基于 Lyapunov 理论的电力系统时滞相关稳定分析方法，该方法在泛函求导过程中，通过引入必要的松散项降低所得结论的保守性。文献 [15] 在文献 [14] 的基础上，考虑了系统中含不确定性参数问题，并利用 Schur 补引理对含不确定性的扰动项进行了变换，从而分析了含不确定性扰动的单一和双时滞情况下的电力系统稳定性问题。虽然文献 [15] 中的方法能够适用于多时滞电力系统，但是在建立系统稳定判据时，该方法的运算效率较低，而且会使系统存在较大的保守性，所以还有进一步研究和改进的空间。文献 [16] 采用改进自由权矩阵方法对电力系统时滞相关稳定问题进行研究，建立了新的稳定判据，在一定程度上降低了结果的保守性，但是由于较多自由变量的引入，依然使得系统运算效率较低。文献 [17] 优化了自由变量的引入数量，改进型判据提高了运算效率，却忽略了时滞导数及时变时滞可微性对系统稳定性的影响。在以上方法中，因为泛函的选取和解析过程相对简单，没有充分利用泛函各状态向量之间的关系，从而造成结论存在一定的保守性。因此，如何有效降低系统的保守性与提高运算效率，还有待学者们的进一步研究。

本文在以上研究的基础上，通过构建时滞乘积增广型 LKF，充分利用各状态向量之间的关系，并结合广义自由矩阵积分不等式方法对泛函导数进行有效界定，使计算值接近于理论值，从而得出一个具有更低保守性的稳定性准则。

本文主要贡献包括：

1）在构建 LKF 时，对增广向量 $\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}}(t,s)$ 和 $\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}}(t,s)$ 中的状态信息进行了扩充，同时，在泛函求导过程中引入了零等式，从而在很大程度上改善了系统的保守性。

2）构造的 LKF 中包含了 $\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{\eta}_4^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{U}_2\boldsymbol{\eta}_4(t)$ 和 $h(t)\boldsymbol{\eta}_3^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{U}_1\boldsymbol{\eta}_3(t)$ 两个时滞乘积项，因此，矩阵 $\boldsymbol{U}_1$ 和矩阵 $\boldsymbol{U}_2$ 与时滞 $h(t)$ 有关，它能够捕获到更多的与时滞有关的状态信息。同时，因状态向量 $\boldsymbol{\xi}(t)$ 中 $\dfrac{\int_{t-h}^{t-h(t)}\int_{\theta}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta}{\left(h-h(t)\right)^2}$、$\dfrac{\int_{t-h(t)}^{t}\int_{\theta}^{t}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta}{h^2(t)}$、$\dfrac{1}{h-h(t)}\int_{t-h}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s$ 和 $\dfrac{1}{h(t)}\int_{t-h(t)}^{t}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s$ 的引入，能避免在泛函求导过程中出现与时滞 $h(t)$ 有关的二次项，有利于利用 Matlab 中的 LMI 工具箱进行求解。

3）推导出一个能降低系统保守性的时滞相关稳定新判据。

本文最后借助电力系统中的单机无穷大系统、4 机 11 节点系统和典型二阶系统的数值实例进行实验仿真，得出实验结果，并将实验结果与已有文献的研究结果进行对比，以充分验证本文所提方法的有效性与优越性。

全文标号：$\mathbf{R}^{n\times m}$ 与 $\mathbf{R}^{n}$ 分别为实数域的 $n\times m$ 阶矩阵空间与 n 维向量空间; $\mathbf{S}^{n\times n}$ 为 $n\times n$ 的实对称矩阵;

N 为正整数；上标 T 为矩阵转置；上标 −1 为矩阵的逆；* 为对称矩阵中的对称项；$\boldsymbol{I}$ 和 **0** 分别为合适维度的单位矩阵和零矩阵；diag{⋯} 为块对角矩阵；$\boldsymbol{P}>0$ 意味着 $\boldsymbol{P}$ 为正定对称矩阵；$\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{X}\}=\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}$。

2 系统模型构建

本文考虑通信延迟环节的单机无穷大系统，其结构框图如图 1 所示，其中，G 为发电机组，T_1、T_2 为变压器，L 为两条并联输电线。

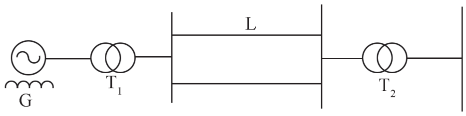

图 1 单机无穷大系统结构框图

Fig. 1 Single-machine infinite system structure diagram

对单机无穷大系统发电机组进行简化处理，用如下三阶微分方程表示发电机的动态模型：

$$\dot{\delta}=\omega_{\mathrm{B}}\omega，\tag{1}$$

式中：δ 为发电机功角；ω 为角速度；ω_{B} 为系统额定角速度，且 $\omega_{\mathrm{B}}=2\pi f_0$，其中 f_0 为基准频率。

$$M\dot{\omega}=-D\omega+P_{\mathrm{T}}-P_{\mathrm{G}}，\tag{2}$$

式中：M 为惯性时间常数；D 为阻尼系数；P_{T} 为输出机械功率；P_{G} 为发电机输出电磁功率。

$$T'_{\mathrm{d0}}\dot{E}'_q=E_{\mathrm{fd}}-E'_q-\left(x_{\mathrm{d}}-x'_{\mathrm{d}}\right)I_{\mathrm{d}}，\tag{3}$$

式中：T'_{d0}为发电机定子时间常数；E'_q为 q 轴电抗后暂态电势；E_{fd} 为励磁电势；x_{d} 为发电机稳态电抗；x'_{d}为发电机暂态电抗；I_{d} 为纵轴输出电流。

$$I_q=V_{\mathrm{s}}\sin\delta\Big/\left(x_{\mathrm{e}}+x_q\right)，\tag{4}$$

式中：I_q 为 q 轴输出电流；V_{s} 为无穷大母线端电压；x_{e} 为线路电抗；x_q 为 q 轴同步电抗。

$$I_{\mathrm{d}}=\left(E'_q-V_{\mathrm{s}}\cos\delta\right)\Big/\left(x_{\mathrm{e}}+x'_{\mathrm{d}}\right)，\tag{5}$$

$$V_{\mathrm{d}}=x_qI_q,\ V_q=E_q-x'_{\mathrm{d}}I_q,\ \ E_q=E'_q+\left(x_{\mathrm{d}}-x'_{\mathrm{d}}\right)I_q。\tag{6}$$

将式（5）代入式（3）可得：

$$T'_{\mathrm{d0}}\dot{E}'_q=-\frac{x_{\mathrm{d}}+x_{\mathrm{e}}}{x'_{\mathrm{d}}+x_{\mathrm{e}}}E'_q+\frac{x_{\mathrm{d}}-x'_{\mathrm{d}}}{x'_{\mathrm{d}}+x_{\mathrm{e}}}V_{\mathrm{s}}\cos\delta+E_{\mathrm{fd}}，\tag{7}$$

则发电机的机端电压方程为

$$V=\sqrt{V_{\mathrm{d}}^2+V_q^2}=\sqrt{\left[\left(\frac{x_qV_{\mathrm{s}}\sin\delta}{x_{\mathrm{e}}+x_q}\right)^2+\left(\frac{x_{\mathrm{e}}}{x_{\mathrm{e}}+x'_{\mathrm{d}}}E'_q+\frac{x'_{\mathrm{d}}}{x_{\mathrm{e}}+x'_{\mathrm{d}}}V_{\mathrm{s}}\cos\delta\right)^2\right]}。\tag{8}$$

假设系统的稳定平衡点为$\left(\delta_0,\ \omega_0,\ E'_{q0},\ E_{\mathrm{fd0}}\right)$，在此平衡点处进行线性化处理，可得如下线性方程：

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{\delta} & \Delta\dot{\omega} & \Delta\dot{E}'_q\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{H}_1\begin{bmatrix}\Delta\delta & \Delta\omega & \Delta E'_q\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{H}_2\Delta E_{\mathrm{fd}}，\tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{H}_1=\begin{bmatrix}0 & \omega_{\mathrm{B}} & 0\\ -K_1/M & -D/M & -K_2/M\\ -K_3/T'_{\mathrm{d0}} & 0 & -K_4/T'_{\mathrm{d0}}\end{bmatrix}$；

$$\boldsymbol{H}_2=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1/T'_{\mathrm{d0}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}；$$

其中，$K_1=E'_{q0}V_{\mathrm{s}}\cos\delta_0\big/\left(x_{\mathrm{e}}+x'_{\mathrm{d}}\right)$，

$K_2=V_{\mathrm{s}}\sin\delta_0\big/\left(x_{\mathrm{e}}+x'_{\mathrm{d}}\right)$，

$K_3=\left(x_{\mathrm{d}}-x'_{\mathrm{d}}\right)V_{\mathrm{s}}\sin\delta_0\big/\left(x_{\mathrm{e}}+x'_{\mathrm{d}}\right)$，

$K_4=\left(x_{\mathrm{e}}+x_{\mathrm{d}}\right)\big/\left(x_{\mathrm{e}}+x'_{\mathrm{d}}\right)$；

且 E'_{q0} 为平衡点 q 轴电抗后暂态电势。

为了保持系统稳定，采用自动电压调节（automatic voltage regulator，AVR）励磁控制器进行控制，因系统中存在通信延迟现象，所以励磁系统的状态方程如下：

$$T_{\mathrm{A}}\dot{E}_{\mathrm{fd}}=-K_{\mathrm{A}}\left(V\left(t-h\left(t\right)\right)-V_{\mathrm{ref}}\right)+E_{\mathrm{fd0}}-E_{\mathrm{fd}}。\tag{10}$$

式中：T_{A} 为 AVR 时间常数；E_{fd0} 为励磁控制输出参考值；K_{A} 为 AVR 控制增益；V_{ref} 为机端电压参考值。

结合系统（9）和控制器方程（10），可得如下考虑通信延迟的电力系统状态方程：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{x}\left(t-h(t)\right),\ t>0;\\ \boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{\phi}(t),\ t\in[-h,\ 0]。\end{cases}\tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}$ 均为系统矩阵；$\boldsymbol{x}(t)\in\mathbf{R}^n$ 为状态向量；$h(t)$ 为满足时滞约束条件 $0\leqslant h(t)\leqslant h$、$\dot{h}(t)\in(0,\ \mu)$ 的连续时变时滞函数；$\boldsymbol{\phi}(t)$为 $t\in[-h,\ 0]$ 区间上的连续初始条件，且：

$$\boldsymbol{x}(t)=\begin{bmatrix}\Delta\delta & \Delta\omega & \Delta E'_q & \Delta E_{\mathrm{fd}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}，$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & \omega_{\mathrm{B}} & 0 & 0\\ -K_1/M & -D/M & -K_2/M & 0\\ -K_3/T'_{\mathrm{d0}} & 0 & -K_4/T'_{\mathrm{d0}} & 1/T'_{\mathrm{d0}}\\ 0 & 0 & 0 & -1/T_{\mathrm{A}}\end{bmatrix}，$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ -K_5K_{\mathrm{A}}/T_{\mathrm{A}} & 0 & -K_6K_{\mathrm{A}}/T_{\mathrm{A}} & 0\end{bmatrix}，$$

其中，

$$K_5=\frac{-x_{\mathrm{e}}x'_{\mathrm{d}}E'_{q0}\sin\delta_0}{\left(x_{\mathrm{e}}+x'_{\mathrm{d}}\right)\sqrt{\left(x_qV_{\mathrm{s}}\sin\delta_0\right)^2+\left(x_{\mathrm{e}}E'_{q0}+x'_{\mathrm{d}}V_{\mathrm{s}}\cos\delta_0\right)^2}}，$$

$$K_6=\frac{x_{\mathrm{e}}x'_{\mathrm{d}}E'_{q0}\cos\delta_0+x_{\mathrm{e}}^2E'_{q0}}{\left(x_{\mathrm{e}}+x'_{\mathrm{d}}\right)\sqrt{\left(x_qV_{\mathrm{s}}\sin\delta_0\right)^2+\left(x_{\mathrm{e}}E'_{q0}+x'_{\mathrm{d}}V_{\mathrm{s}}\cos\delta_0\right)^2}}。$$

由于实际电力系统在运行过程中会不断遭受外

界的扰动，而上述状态方程只是理想运行状态下的情况，所以实际运行状态下的时滞电力系统状态方程构建如下：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=(\boldsymbol{A}+\Delta\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}(t)+(\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}+\Delta\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}})\boldsymbol{x}(t-h(t)),\ t>0;\\ \boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{\phi}(t),\ t\in[-h,\ 0]。\end{cases} \tag{12}$$

式中：$\Delta\boldsymbol{A}$、$\Delta\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}$ 为系统中的参数扰动项，并且满足形式 $[\Delta\boldsymbol{A}\quad \Delta\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}]=\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{F}_0[\boldsymbol{E}_{\mathrm{a}}\quad \boldsymbol{E}_{\mathrm{b}}]$，其中 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{a}}$、$\boldsymbol{E}_{\mathrm{b}}$ 与 $\boldsymbol{W}_1$ 是已知维数的常数矩阵，$\boldsymbol{F}_0$ 为变化矩阵，并且满足 $\boldsymbol{F}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_0\leqslant\boldsymbol{I}$。

3　稳定新判据

3.1　主要引理

为得出本文新判据，需要用到以下引理。

引理 1[13]　给定 $N\in\mathbf{N}$，$\boldsymbol{\xi}\in\mathbb{R}^m$ 和连续可微函数 $\dot{\boldsymbol{x}}(\cdot)$，其中 $\dot{\boldsymbol{x}}(\cdot)$ 在 $[a,b]\rightarrow\mathbf{R}^n$ 区间上，关于任意矩阵 $\boldsymbol{Z}\in\mathbf{R}^{n\times n}>0$，$\boldsymbol{M}\in\mathbf{R}^{(N+1)n\times m}$，有以下不等式成立。

$$-\int_a^b\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\leqslant 2\varsigma_N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}_N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\xi}+(b-a)\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{Z}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\xi}。 \tag{13}$$

式中：

$$\varsigma_N=\begin{cases}\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(b)\quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(a)\right]^{\mathrm{T}},\ N=0;\\ \left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(b)\quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(a)\quad \dfrac{1}{b-a}\boldsymbol{\Theta}_0^{\mathrm{T}}\quad\cdots\quad\dfrac{1}{b-a}\boldsymbol{\Theta}_{N-1}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ N>0;\end{cases}$$

$$\bar{\boldsymbol{Z}}=\operatorname{diag}\left(\frac{1}{\boldsymbol{Z}},\ \frac{1}{3\boldsymbol{Z}},\ \cdots,\ \frac{1}{(2N+1)\boldsymbol{Z}}\right);$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_N=\left[\boldsymbol{\pi}_N^{\mathrm{T}}(0)\quad \boldsymbol{\pi}_N^{\mathrm{T}}(1)\quad\cdots\quad \boldsymbol{\pi}_N^{\mathrm{T}}(N)\right]^{\mathrm{T}};$$

其中，$\boldsymbol{\Theta}_k=\int_a^b T_k(s)\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s$，

$$T_k(s)=(-1)^k\sum_{i=0}^{k}\left[(-1)^i\binom{k}{i}\binom{k+i}{i}\right]\left(\frac{s-a}{b-a}\right)^i,$$

$$\boldsymbol{\pi}_N(k)=\begin{cases}[\boldsymbol{I}\quad -\boldsymbol{I}],\ N=0;\\ \left[\boldsymbol{I}\quad (-1)^{k+1}\boldsymbol{I}\quad \lambda_{Nk}^0\boldsymbol{I}\quad\cdots\quad\lambda_{Nk}^{N-1}\boldsymbol{I}\right],\ N>0;\end{cases}$$

$$\lambda_{Nk}^j=\begin{cases}-(2j+1)\left(1-(-1)^{k+j}\right),\ j\leqslant k;\\ 0,\ j\geqslant k+1。\end{cases}$$

引理 2[18]　给定矩阵 $\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{F}(t)$ 和 $\boldsymbol{E}$，当 $\boldsymbol{F}(t)$ 满足关系式 $\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}(t)\leqslant\boldsymbol{I}$ 时，则存在标量 ε，使得以下等式成立：

$$\boldsymbol{H}\boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{E}+\left(\boldsymbol{H}\boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{E}\right)^{\mathrm{T}}\leqslant\varepsilon^{-1}\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}+\varepsilon\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}。$$

3.2　主要结论

本文应用时滞乘积增广型 Lyapunov-Krasovskii 泛函和广义自由矩阵积分不等式方法，推导出一个具有更低保守性的时滞电力系统稳定新判据。为了便于表述，定义如下向量和矩阵：

$$\boldsymbol{\eta}_{1\mathrm{a}}(t)=\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\quad \int_{t-h(t)}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{1\mathrm{b}}(t)=\left[\int_{t-h}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\quad \frac{1}{h(t)}\int_{t-h(t)}^{t}\int_{\theta}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{1\mathrm{c}}(t)=\left[\frac{1}{h-h(t)}\int_{t-h}^{t-h(t)}\int_{\theta}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_1(t)=\left[\boldsymbol{\eta}_{1\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{\eta}_{1\mathrm{b}}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{\eta}_{1\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}1}(t,\ s)=\left[\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}2}(t,\ s)=\left[\int_{s}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\theta)\mathrm{d}\theta\quad \int_{t-h(t)}^{s}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\theta)\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}}(t,\ s)=\left[\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}1}^{\mathrm{T}}(t,s)\quad \boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}2}^{\mathrm{T}}(t,s)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}1}(t,\ s)=\left[\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}2}(t,\ s)=\left[\int_{s}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\theta)\mathrm{d}\theta\quad \int_{t-h}^{s}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\theta)\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}}(t,\ s)=\left[\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}1}^{\mathrm{T}}(t,\ s)\quad \boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}2}^{\mathrm{T}}(t,\ s)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{3\mathrm{a}}(t)=\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\quad \int_{t-h(t)}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{3\mathrm{b}}(t)=\left[\frac{1}{h(t)}\int_{t-h(t)}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{3\mathrm{c}}(t)=\left[\frac{1}{h(t)}\int_{t-h(t)}^{t}\int_{\theta}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{3\mathrm{d}}(t)=\left[\frac{1}{h^2(t)}\int_{t-h(t)}^{t}\int_{\theta}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{3\mathrm{e}}(t)=\left[\int_{t-h}^{t}\int_{s}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(\alpha)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_3(t)=\left[\boldsymbol{\eta}_{3\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{\eta}_{3\mathrm{b}}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{\eta}_{3\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{\eta}_{3\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{\eta}_{3\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{4\mathrm{a}}(t)=\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\quad \int_{t-h}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{4\mathrm{b}}(t)=\left[\frac{1}{h-h(t)}\int_{t-h}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{4\mathrm{c}}(t)=\left[\frac{1}{h-h(t)}\int_{t-h}^{t-h(t)}\int_{\theta}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{4\mathrm{d}}(t)=\left[\frac{1}{\left(h-h(t)\right)^2}\int_{t-h}^{t-h(t)}\int_{\theta}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_{4\mathrm{e}}(t)=\left[\int_{t-h}^{t}\int_{s}^{t-h(t)}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(\alpha)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\eta}_4(t)=\left[\boldsymbol{\eta}_{4\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{\eta}_{4\mathrm{b}}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{\eta}_{4\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{\eta}_{4\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{\eta}_{4\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi_{1a}(t)=\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi_{1b}(t)=\left[\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\ \ \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t-h)\ \ \frac{1}{h(t)}\int_{t-h(t)}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi_{1c}(t)=\left[\frac{1}{h-h(t)}\int_{t-h}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi_{1d}(t)=\left[\frac{1}{h^{2}(t)}\int_{t-h(t)}^{t}\int_{\theta}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi_{2a}(t)=\left[\frac{1}{\left(h-h(t)\right)^{2}}\int_{t-h}^{t-h(t)}\int_{\theta}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi_{2b}(t)=\left[\int_{t-h(t)}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\quad \int_{t-h}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi_{2c}(t)=\left[\frac{1}{h(t)}\int_{t-h(t)}^{t}\int_{\theta}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi_{2d}(t)=\left[\frac{1}{h-h(t)}\int_{t-h}^{t-h(t)}\int_{\theta}^{t-h(t)}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi_{1}(t)=\left[\xi_{1a}^{\mathrm{T}}(t)\quad \xi_{1b}^{\mathrm{T}}(t)\quad \xi_{1c}^{\mathrm{T}}(t)\quad \xi_{1d}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi_{2}(t)=\left[\xi_{2a}^{\mathrm{T}}(t)\quad \xi_{2b}^{\mathrm{T}}(t)\quad \xi_{2c}^{\mathrm{T}}(t)\quad \xi_{2d}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\xi(t)=\left[\xi_{1}^{\mathrm{T}}(t)\quad \xi_{2}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{e}_{i}=\left[\boldsymbol{0}_{n\times(i-1)n}\quad \boldsymbol{I}_{n}\quad \boldsymbol{0}_{n\times(13-i)n}\right],\ i=1, 2, \cdots, 13。$$

接下来，本文推出以下稳定新判据：

定理 1 给定任意标量 h、$\varepsilon>0$，若存在正定对称矩阵 $\boldsymbol{W}\in\mathbf{S}^{6n\times 6n}$，$\boldsymbol{P}_1$、$\boldsymbol{P}_2\in\mathbf{S}^{4n\times 4n}$，$\boldsymbol{U}_1$、$\boldsymbol{U}_2\in\mathbf{S}^{7n\times 7n}$，$\boldsymbol{R}_1$、$\boldsymbol{R}_2\in\mathbf{S}^{n\times n}$ 和任意实矩阵 $\boldsymbol{N}_1$、$\boldsymbol{N}_2\in\mathbf{R}^{13n\times 3n}$、$\boldsymbol{S}_1$、$\boldsymbol{S}_2$、$\boldsymbol{S}_3$、$\boldsymbol{S}_4\in\mathbf{R}^{13n\times n}$，在满足时滞约束条件 $0\leqslant h(t)\leqslant h$，$\dot{h}(t)\in(0,\mu)$ 的情况下，有不等式（14）和（15）成立，则系统（11）是渐近稳定的。

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\psi}(0,\mu_i) & h\boldsymbol{N}_2\\ * & -\bar{\boldsymbol{R}}_1\end{bmatrix}<0,\ \mu_i=0,\ \mu; \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\psi}(h,u_i) & h\boldsymbol{N}_1\\ * & -\bar{\boldsymbol{R}}_2\end{bmatrix}<0,\ \mu_i=0,\ \mu。 \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{\psi}\left(h(t),\dot{h}(t)\right)=\boldsymbol{\psi}_1+\boldsymbol{\psi}_2+\boldsymbol{\psi}_3$，且

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\psi}_1=&\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\lambda_1+\boldsymbol{H}_{ac}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\lambda_a+\boldsymbol{H}_{bc}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\lambda_b+\boldsymbol{H}_5^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\lambda_2+\\&\boldsymbol{S}_1\left(h(t)\boldsymbol{e}_6-\boldsymbol{e}_{10}\right)+\boldsymbol{S}_2\left(\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{e}_7-\boldsymbol{e}_{11}\right)+\\&\boldsymbol{S}_3\left(h(t)\boldsymbol{e}_8-\boldsymbol{e}_{12}\right)+\boldsymbol{S}_4\left(\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{e}_9-\boldsymbol{e}_{13}\right)\}-\\&\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{H}_{ab}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{H}_{ab}+\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{H}_{ba}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{H}_{ba}+\\&\boldsymbol{H}_{aa}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{H}_{aa}-\boldsymbol{H}_{bb}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{H}_{bb}+h^2\boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{e}_0+\\&h\left(1-\dot{h}(t)\right)\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{R}_1-\boldsymbol{R}_2\right)\boldsymbol{e}_4,\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\psi}_2=\mathrm{Sym}\{h\boldsymbol{N}_1\boldsymbol{M}_1+h\boldsymbol{N}_2\boldsymbol{M}_2\},$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\psi}_3=&\mathrm{Sym}\{\boldsymbol{H}_5^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_1\lambda_3+\boldsymbol{H}_6^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_2\lambda_4\}+\\&\dot{h}(t)\boldsymbol{H}_5^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_1\boldsymbol{H}_5-\dot{h}(t)\boldsymbol{H}_6^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_2\boldsymbol{H}_6;\end{aligned}$$

其中，

$$\boldsymbol{H}_1=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{13}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{H}_2=\left[\boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad 0\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{H}_3=\left[\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{H}_4=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}\quad h(t)\left(\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}\right)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{H}_5=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}}\quad h\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{H}_6=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{13}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\quad h\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{H}_{aa}=\left[\boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad 0\quad \boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{H}_{ab}=\left[\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}\quad 0\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{H}_{ac}=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}\quad h(t)\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\quad h(t)\left(\boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{12}^{\mathrm{T}}\right)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\lambda}_a=\left[0\quad 0\quad \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad -\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{H}_{ba}=\left[\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad 0\quad \boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{H}_{bb}=\left[\boldsymbol{e}_5^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\quad 0\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{H}_{bc}=$$
$$\left[\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}\quad \left(h-h(t)\right)\boldsymbol{e}_{13}^{\mathrm{T}}\quad \left(h-h(t)\right)\left(\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_{13}^{\mathrm{T}}\right)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\lambda}_b=\left[0\quad 0\quad \left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad -\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_1=\left[\boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\quad \left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_2=\left[\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}-\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_3=\left[\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}+\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\lambda}_1=\left[\boldsymbol{\gamma}_1^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\gamma}_2^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\gamma}_3^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\lambda}_2=\left[0\quad 0\quad \boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_4=\left[h(t)\boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\quad h(t)\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_5=\left[h(t)\left(\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\right)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_6=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_7=\left[h(t)\left(\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}-\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}}\right)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_8=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}-2\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_9=\left[h(t)\left(h\boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\right)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\lambda}_3=\left[\boldsymbol{\gamma}_4^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\gamma}_5^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\gamma}_6^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\gamma}_7^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\gamma}_8^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\gamma}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_{10}=\left[\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\quad \left(h-h(t)\right)\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_{11}=\left[\left(h-h(t)\right)\left(\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\right)\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_{12}=\left[\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}+\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$\boldsymbol{\gamma}_{13}=\left[\left(h-h(t)\right)\left(\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}+\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right)\right]^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{\gamma}_{14}=\left[\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}+2\dot{h}(t)\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{\gamma}_{15}=\left[\left(h-h(t)\right)\left(h\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{e}_4^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\right)\right]^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{\lambda}_4=\left[\boldsymbol{\gamma}_{10}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{\gamma}_{11}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{\gamma}_{12}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{\gamma}_{13}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{\gamma}_{14}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{\gamma}_{15}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{M}_{1\mathrm{a}}=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-2\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{M}_{1\mathrm{b}}=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}+6\boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}}-12\boldsymbol{e}_8^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{M}_1=\left[\boldsymbol{M}_{1\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{M}_{1\mathrm{b}}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{M}_{2\mathrm{a}}=\left[\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}-2\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{M}_{2\mathrm{b}}=\left[\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}+6\boldsymbol{e}_7^{\mathrm{T}}-12\boldsymbol{e}_9^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{M}_2=\left[\boldsymbol{M}_{2\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{M}_{2\mathrm{b}}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{e}_0=\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{e}_2$，

$\bar{\boldsymbol{R}}_i=\mathrm{diag}\left(\boldsymbol{R}_i,\ 3\boldsymbol{R}_i,\ 5\boldsymbol{R}_i\right)$，$i=1, 2$。

证明　选取如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$\begin{aligned}V(\boldsymbol{x}_t)=&\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{W}\boldsymbol{\eta}_1(t)+h(t)\boldsymbol{\eta}_3^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{U}_1\boldsymbol{\eta}_3(t)+\\&\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{\eta}_4^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{U}_2\boldsymbol{\eta}_4(t)+\\&\int_{t-h(t)}^{t}\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}(t,s)\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}}(t,s)\mathrm{d}s+\\&\int_{t-h}^{t-h(t)}\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{T}}(t,\ s)\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}}(t,\ s)\mathrm{d}s+\\&h\int_{t-h}^{t-h(t)}(h-t+s)\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}_1\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s+\\&h\int_{t-h(t)}^{t}(h-t+s)\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,\end{aligned}\tag{16}$$

当矩阵满足 $\boldsymbol{W}>0$、$\boldsymbol{U}_1>0$、$\boldsymbol{U}_2>0$、$\boldsymbol{P}_1>0$、$\boldsymbol{P}_2>0$、$\boldsymbol{R}_1>0$、$\boldsymbol{R}_2>0$ 时，该泛函正定，即 $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}_t)>0$ 成立。

沿着系统轨迹方程对 $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}_t)$ 进行求导运算，可得：

$$\begin{aligned}\dot{V}(\boldsymbol{x}_t)=&2\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}}_1(t)+\dot{h}(t)\boldsymbol{\eta}_3^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{U}_1\boldsymbol{\eta}_3(t)+\\&2h(t)\boldsymbol{\eta}_3^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{U}_1\dot{\boldsymbol{\eta}}_3(t)-\dot{h}(t)\boldsymbol{\eta}_4^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{U}_2\boldsymbol{\eta}_4(t)+\\&2\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{\eta}_4^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{U}_2\dot{\boldsymbol{\eta}}_4(t)+\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}(t,\ t)\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}}(t,\ t)-\\&\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}(t,\ t-h(t))\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}}(t,\ t-h(t))+\\&\left(1-\dot{h}(t)\right)\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{T}}(t,\ t-h(t))\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}}(t,\ t-h(t))-\\&\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{T}}(t,\ t-h)\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}}(t,\ t-h)+\\&2\int_{t-h(t)}^{t}\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}(t,\ s)\boldsymbol{P}_1\frac{\partial\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{a}}(t,\ s)}{\partial t}\mathrm{d}s+\\&2\int_{t-h}^{t-h(t)}\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{T}}(t,\ s)\boldsymbol{P}_2\frac{\partial\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{b}}(t,\ s)}{\partial t}\mathrm{d}s+\\&h\left(1-\dot{h}(t)\right)\left(h-h(t)\right)\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\boldsymbol{R}_1\dot{\boldsymbol{x}}(t-\\&h(t))-h\left(1-\dot{h}(t)\right)\left(h-h(t)\right)\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t-\\&h(t))\boldsymbol{R}_2\dot{\boldsymbol{x}}(t-h(t))+h^2\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}_2\dot{\boldsymbol{x}}(t)-\\&h\int_{t-h}^{t-h(t)}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}_1\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s-\\&h\int_{t-h(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s。\end{aligned}\tag{17}$$

应用引理 1，式（17）最后两个积分不等式可以转化为

$$\begin{aligned}&-h\int_{t-h}^{t-h(t)}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}_1\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s-h\int_{t-h(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}_2\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\leqslant\\&\xi^{\mathrm{T}}(t)\left[\mathrm{Sym}\{h\boldsymbol{N}_1\boldsymbol{M}_1+h\boldsymbol{N}_2\boldsymbol{M}_2\}+\varXi\left(h(t)\right)\right]\xi(t),\end{aligned}\tag{18}$$

式中，

$$\varXi\left(h(t)\right)=hh(t)\boldsymbol{N}_1\bar{\boldsymbol{R}}_2^{-1}\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}+h\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{N}_2\bar{\boldsymbol{R}}_1^{-1}\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}。$$

接下来，给定任意矩阵 $\boldsymbol{S}_1$、$\boldsymbol{S}_2$、$\boldsymbol{S}_3$、$\boldsymbol{S}_4\in\mathbf{R}^{13n\times n}$，并结合 $\xi(t)$ 中的状态向量，可得到以下 4 个零等式：

$$2\xi^{\mathrm{T}}(t)\left[\boldsymbol{S}_1\left(h(t)\boldsymbol{e}_6-\boldsymbol{e}_{10}\right)\right]\xi(t)=0,\tag{19}$$

$$2\xi^{\mathrm{T}}(t)\left[\boldsymbol{S}_2\left(\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{e}_7-\boldsymbol{e}_{11}\right)\right]\xi(t)=0,\tag{20}$$

$$2\xi^{\mathrm{T}}(t)\left[\boldsymbol{S}_3\left(h(t)\boldsymbol{e}_8-\boldsymbol{e}_{12}\right)\right]\xi(t)=0,\tag{21}$$

$$2\xi^{\mathrm{T}}(t)\left[\boldsymbol{S}_4\left(\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{e}_9-\boldsymbol{e}_{13}\right)\right]\xi(t)=0。\tag{22}$$

将零等式（19）~（22）的左边加到 $\dot{\boldsymbol{V}}(t)$ 中，并应用不等式（18）可得：

$$\dot{V}(t)\leqslant\xi^{\mathrm{T}}(t)\left(\boldsymbol{\psi}\left(h(t),\ \dot{h}(t)\right)+\varXi\left(h(t)\right)\right)\xi(t)。$$

在满足约束条件 $0\leqslant h(t)\leqslant h$、$\dot{h}(t)\in(0,\mu)$ 时，若 $\boldsymbol{\psi}\left(h(t),\ \dot{h}(t)\right)+\varXi\left(h(t)\right)\leqslant0$，则系统（11）渐近稳定。由 Schur 补引理可知，$\boldsymbol{\psi}\left(h(t),\ \dot{h}(t)\right)+\varXi\left(h(t)\right)\leqslant0$ 等价于等式（14）与（15），所以证明结束。

对于具有不确定性参数的电力系统模型，只需将无扰动项的系统矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}$ 用 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{F}_0\boldsymbol{E}_{\mathrm{a}}$、$\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{F}_0\boldsymbol{E}_{\mathrm{b}}$ 代替，然后应用引理 2 处理即可。

4　实例分析

4.1　单机无穷大系统

为验证本文提出方法的有效性，先将本文方法应用于电力系统的单机无穷大系统模型中，系统状态矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}$ 中标称参数取值见表 1。

表 1　系统矩阵中的标称参数

Table 1　Nominal parameters in the system matrix

参数	x_{d}	x'_{d}	x_q	E'_{q0}	T'_{d0}	δ_0	ω_{B}
取值	1.0	0.4	0.4	1.249 2	10	46.094	376.99
参数	M	K_{A}	T_{A}	V_{s}	V_{ref}	D	x_{e}
取值	10	180	1.0	1.0	1.05	7.0	0.5

根据表 1 中给定的标称参数值，可以得出系统状态矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}$ 分别如下：

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&376.9911&0&0\\-0.0963&-0.7000&-0.0801&0\\-0.0480&0&-0.1667&0.1000\\0&0&0&-1.0000\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\38.018\,7&0&-95.256\,0&0\end{bmatrix}。$$

假设励磁放大系数的扰动量为 r，整定值为 K_{A}，则系统在此扰动下的实际系数为 $\tilde{K}_{\mathrm{A}}=K_{\mathrm{A}}+r$ 。

为了分析扰动量 r 对系统稳定性产生的影响，系统参数的不确定性可被视为

$$\boldsymbol{W}_1=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&r\end{bmatrix},\ \boldsymbol{E}_{\mathrm{a}}=\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{E}_{\mathrm{b}}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&1&0\end{bmatrix}。$$

表 2 列出了应用本文方法，当扰动量 r 取不同值时，系统方程（12）保持渐近稳定的时滞稳定裕度 $h_{\max}$。

表 2 不同 r 情况下的系统时滞稳定裕度 $h_{\max}$

Table 2 Time delay stability margin $h_{\max}$ under different r conditions

r	本文方法	文献 [17]	文献 [15]	r	本文方法	文献 [17]	文献 [15]
0.5	0.065 1	0.058 7	0.057 0	5.0	0.061 6	0.045 7	0.039 7
1.0	0.064 7	0.057 6	0.055 2	6.0	0.060 9	0.044 4	0.035 3
1.5	0.064 3	0.055 7	0.053 4	7.0	0.060 1	0.041 7	0.030 7
2.0	0.064 0	0.054 5	0.051 6	8.0	0.059 4	0.039 2	0.026 3
2.5	0.063 6	0.053 3	0.049 7	9.0	0.058 6	0.036 3	0.022 0
4.0	0.062 4	0.047 9	0.043 9	10.0	0.057 8	0.034 3	0.018 0

表 2 中的实验结果表明：在单机无穷大系统中，应用本文定理，当给定不同扰动量 r 时，得出的系统时滞稳定裕度 $h_{\max}$ 不同，且随扰动量 r 取值的增大呈减小趋势。同时，将本文方法得出的实验数据与其它文献中的数据进行对比后发现，应用本文定理计算出的系统时滞稳定裕度 $h_{\max}$ 明显大于其它文献的对应值，图 2 进一步阐明了以上结论。

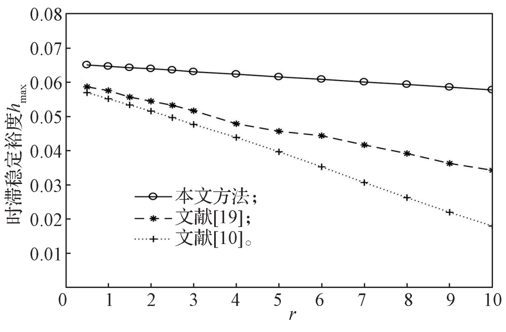

图 2 通过改变 r 获得的不同判据下系统时滞稳定裕度 $h_{\max}$

Fig. 2 Time delay stability margin $h_{\max}$ by changing r obtained by different criteria

4.2 4 机 11 节点系统

为进一步验证本文方法的优越性，将定理 1 用于图 3 所示 4 机 11 节点系统中进行分析。

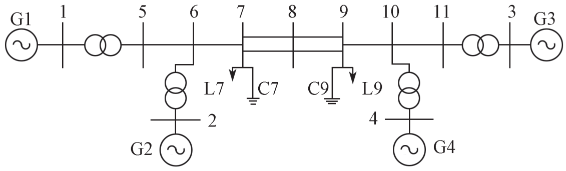

图 3 4 机 11 节点系统

Fig. 3 4-generator 11-bus power system

根据文献 [19] 中的模态分析方法，降阶后的系统状态矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和时滞矩阵 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}$ 分别如下：

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&0&0&376.9&0&0\\0&0&0&0&376.9&0\\0&0&0&0&0&376.9\\-0.073&0.065&0.004&-0.730&0.272&0.076\\0.058&-0.087&0.009&1.160&-0.343&-0.134\\0.008&0.011&-0.082&-0.020&0.047&-0.554\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&-0.234&-0.839&0.010\\0&-0.001\,1&0.001&-0.348&-1.362&-0.138\\0&0.001&0&0.049&-0.290&-0.638\end{bmatrix}。$$

对比表 3 中的实验仿真结果得出：应用本文定理 1 求解出的系统时滞稳定裕度 $h_{\max}$ 明显优于其它文献，即验证了本文方法相比其它文献的优越性。

表 3 不同判据求得的系统时滞稳定裕度 $h_{\max}$

Table 3 Time delay stability margin $h_{\max}$ obtained by different criteria

判据	本文方法	文献 [20]	文献 [19]	文献 [5]
h/s	0.447 5	0.328	0.288	0.195

4.3 典型二阶系统

为了进一步验证本文方法在改善系统保守性方面的优势，借助两个典型二阶实例进行实验仿真。

典型二阶实例系统状态矩阵如下：

例 1 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-2&0\\0&-0.9\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}-1&0\\-1&-1\end{bmatrix}$。

例 2 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&1\\-1&-2\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}0&0\\-1&1\end{bmatrix}$。

借助 Matlab 进行实验仿真，通过给定不同时滞变化率 μ 值，计算出系统的时滞稳定裕度 $h_{\max}$，所得结果见表 4 和 5，表 4 中还列出了其它文献所提方法的变量数（number of decision variables，NDVs）。

表 4　例 1 给定不同 μ 下的系统时滞稳定裕度 h_{max}

Table 4　System delay stability margin h_{max} with different μ given by example 1

方　法	μ				
	0.1	0.2	0.5	0.8	NDVs
文献 [21]	4.939	−	3.298	2.869	446
文献 [22]	4.943	−	3.322	2.899	705
文献 [23]	4.945	−	3.314	2.882	419
文献 [24](Conditions Ⅰ)	4.946 8	4.279 1	3.337 2	2.918 8	514
文献 [24](Conditions Ⅱ)	4.966 3	4.319 1	3.395 8	2.983 3	514
本文方法	5.091 0	4.472 5	3.528 2	3.126 8	886

表 5　例 2 给定不同 μ 下的系统时滞稳定裕度 h_{max}

Table 5　System delay stability margin h_{max} with different μ given by example 2

方　法	μ			
	0.1	0.2	0.5	0.8
文献 [21]	7.401 0	4.765 0	2.709 0	2.091 0
文献 [24](Conditions Ⅰ)	7.432 2	4.825 8	2.749 7	2.115 0
文献 [24](Conditions Ⅱ)	7.572 3	4.946 9	2.801 3	2.137 0
本文方法	7.718 9	5.022 6	2.840 3	2.179 1

观察表 4、表 5 中的实验结果后发现：应用本文方法能使系统的保守性得到较大改善，但是本文方法牵涉的决策变量较多，计算复杂度相应增大。其中，本文仿真结果得到改善的主要原因由 Lyapunov-Krasovskii 泛函中时滞乘积项 $h(t)\boldsymbol{\eta}_3^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{U}_1\boldsymbol{\eta}_3(t)$ 和 $\left(h-h(t)\right)\boldsymbol{\eta}_4^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{U}_2\boldsymbol{\eta}_4(t)$ 的建立、零等式的引入以及泛函中增广向量 $\boldsymbol{\eta}_a(t,s)$ 和 $\boldsymbol{\eta}_b(t,s)$ 中包含更多状态信息 3 个方面决定的。通过以上实验仿真，充分说明了本文方法在改善系统保守性方面具有良好的优势。

5　结语

本文主要针对电力系统中模型进行分析，通过构建时滞乘积增广型 Lyapunov-Krasovskii 泛函、充分利用泛函中各状态向量之间的关系，在泛函求导过程中通过引入零等式，并应用自由矩阵积分不等式方法对泛函导数进行界定，得到了更小保守性的时滞相关稳定新判据。并将所提判据应用于单机无穷大系统、4 机 11 节点系统和典型二阶系统的稳定性分析，计算结果表明，本文所提方法具有更小的保守性。

参考文献：

[1] 钱　伟，王晨晨，费树岷 . 区间变时滞广域电力系统稳定性分析与控制器设计 [J]. 电工技术学报，2019，34(17)：3640−3650.
QIAN Wei，WANG Chenchen，FEI Shumin. Stability Analysis and Controller Design of Wide-Area Power System with Interval Time-Varying Delay[J]. Transactions of China Electrotechnical Society，2019，34(17)：3640−3650.

[2] 钱　伟，吴嘉欣，费树岷 . 不确定区间变时滞电力系统的镇定器设计 [J]. 电机与控制学报，2020，24(11)：82−92.
QIAN Wei，WU Jiaxin，FEI Shumin. Stabilizer Design of Uncertain Power Systems Under the Influence of Interval Time-Varying Delays[J]. Electric Machines and Control，2020，24(11)：82−92.

[3] 周一辰，覃　露，李永刚，等 . 基于事件触发控制的时滞电力系统负荷频率控制 [J]. 电力自动化设备，2022，42(7)：236−243.
ZHOU Yichen，QIN Lu，LI Yonggang，et al. Load Frequency Control of Power System with Time-Delay Based on Event-Triggered Control[J]. Electric Power Automation Equipment，2022，42(7)：236−243.

[4] 金　丽 . 大规模时滞电力系统负荷频率控制的稳定性分析与鲁棒性设计 [D]. 武汉：中国地质大学，2021.
JIN Li. Stability Analysis and Robustness Design for Load Frequency Control in Large-Scale Delayed Power Systems[D]. Wuhan：China University of Geosciences，2021.

[5] YANG B，SUN Y Z. A New Wide Area Damping Controller Design Method Considering Signal Transmission Delay to Damp Interarea Oscillations in Power System[J]. Journal of Central South University，2014，21(11)：4193−4198.

[6] 高　超，钱　伟 . 广域时滞电力系统控制器的优化算法及其应用 [J]. 电子测量技术，2016，39(5)：70−74，79.
GAO Chao，QIAN Wei. Optimization Algorithm of Wide-Area Controller for Time-Delay Power System and Its Application[J]. Electronic Measurement Technology，2016，39(5)：70−74, 79.

[7] 李啸骢，王夏明 . 基于积分不等式多时滞电力系统的改进稳定判据 [J]. 电力系统自动化，2020，44(1)：59−66.
LI Xiaocong，WANG Xiaming. Integral Inequality Based Improved Stability Criterion for Power System with Multiple Time Delays[J]. Automation of Electric Power Systems，2020，44(1)：59−66.

[8] HE Y，WANG Q G，XIE L H，et al. Further Improvement of Free-Weighting Matrices Technique for Systems with Time-Varying Delay[J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2007，52(2)：293−299.

[9] ZENG H B，HE Y，WU M，et al. Free-Matrix-Based Integral Inequality for Stability Analysis of Systems with Time-Varying Delay[J]. IEEE Transactions on Automatic

Control，2015，60(10)：2768–2772.
[10] SEURET A，GOUAISBAUT F. Wirtinger-Based Integral Inequality：Application to Time-Delay Systems[J]. Automatica (Journal of IFAC)，2013，49(9)：2860–2866.
[11] GU K Q，CHEN J，KHARITONOV V. Stability of Time-Delay Systems[M]. Boston：Birkhauser，2003：318–323.
[12] SEURET A，GOUAISBAUT F. Hierarchy of LMI Conditions for the Stability Analysis of Time-Delay Systems[J]. Systems & Control Letters，2015，81：1–7.
[13] ZENG H B，LIU X G，WANG W，et al. New Results on Stability Analysis of Systems with Time-Varying Delays Using a Generalized Free-Matrix-Based Inequality[J]. Journal of the Franklin Institute，2019，356(13)：7312–7321.
[14] 贾宏杰，安海云，余晓丹 . 电力系统改进时滞依赖型稳定判据 [J]. 电力系统自动化，2008，32(19)：15–19，24.
JIA Hongjie，AN Haiyun，YU Xiaodan. An Improved Delay-Dependent Stability Criteria for Power System with Multiple Time Delays[J]. Automation of Electric Power Systems，2008，32(19)，15–19，24.
[15] 贾宏杰，安海云，余晓丹 . 电力系统时滞依赖型鲁棒稳定判据及其应用 [J]. 电力系统自动化，2010，34(3)：6–11.
JIA Hongjie，AN Haiyun，YU Xiaodan. A Delay-Dependent Robust Stability Criterion for Power System and Its Application[J]. Automation of Electric Power Systems，2010，34(3)：6–11.
[16] 安海云 . 基于自由权矩阵理论的电力系统时滞稳定性研究 [D]. 天津：天津大学，2011.
AN Haiyun. The Research of Time Delay Stability for Power System Based on Free-Weighing Matrices Theory[D]. Tianjin：Tianjin University，2011.
[17] 孙国强，屠 越，孙永辉，等 . 时变时滞电力系统鲁棒稳定性的改进型判据 [J]. 电力系统自动化，2015，39(3)：59–62.
SUN Guoqiang，TU Yue，SUN Yonghui，et al. An Improved Robust Stability Criterion for Power Systems with Time-Varying Delay[J]. Automation of Electric Power Systems，2015，39(3)：59–62.
[18] PETERSEN I R，HOLLOT C V. A Riccati Equation Approach to the Stabilization of Uncertain Linear Systems[J]. Automatica (Journal of IFAC)，1986，22(4)：397–412.
[19] 马 静，李俊臣，李益楠，等 . 基于改进自由权矩阵与广义特征值的时滞稳定上限计算方法研究 [J]. 电力系统保护与控制，2014，42(18)：1–8.
MA Jing，LI Junchen，LI Yinan，et al. Research on Time-Delay Upper-Bound of Power System Wide-Area Damping Controllers Based on Improved Free-Weighting Matrices and Generalized Eigenvalue Problem[J]. Power System Protection and Control，2014，42(18)：1–8.
[20] CHAIBI N，TISSIR E H. Delay Dependent Robust Stability of Singular Systems with Time-Varying Delay[J]. International Journal of Control, Automation and Systems，2012，10(3)：632–638.
[21] CHEN J，PARK J H，XU S Y. Stability Analysis of Systems with Time-Varying Delay：A Quadratic-Partitioning Method[J]. IET Control Theory & Applications，2019，13(18)：3184–3189.
[22] CHEN Y，CHEN G. Stability Analysis of Systems with Timevarying Delay via a Novel Lyapunov Functional[J]. CAA Journal of Automatica Sinica，2019，6(4)：1068–1073.
[23] LONG F，JIANG L，HE Y，et al. Stability Analysis of Systems with Time-Varying Delay via Novel Augmented Lyapunov-Krasovskii Functionals and an Improved Integral Inequality[J]. Applied Mathematics and Computation，2019，357(C)：325–337.
[24] ZENG H B，LIN H C，HE Y，et al. Improved Negativity Condition for a Quadratic Function and Its Application to Systems with Time-Varying Delay[J]. IET Control Theory & Applications，2020，14(18)：2989–2993.

（责任编辑：廖友媛）