doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2024.06.006

# 计及电动汽车与飞轮储能单元的 孤岛微电网负荷频率控制

### 伍 怀,曾红兵,李新宇

(湖南工业大学 电气与信息工程学院,湖南 株洲 412007)

摘 要:针对孤岛微电网惯性和阻尼不足的问题,引入飞轮储能单元,并构建带飞轮储能单元的孤岛 微电网负荷频率控制模型,研究了通信时滞对孤岛微电网系统的影响。采用适用的 Lyaunov-Krasovskii 泛函 (LKF),通过广义自由权积分不等式对导数积分项进行界定,从而得到了时滞相关稳定性判据。当考虑电 动汽车电池状态对系统增益的影响时,将系统视为参数不确定时滞系统。通过不同的参数设定,进行了仿真 实验,结果证明了所提方法的有效性与优越性。

关键词:孤岛微电网;系统惯性;飞轮储能;负荷频率控制;时滞系统;电动汽车

中图分类号: TM714 文献标志码: A 文章编号: 1673-9833(2024)06-0036-10 引文格式: 伍 怀,曾红兵,李新宇. 计及电动汽车与飞轮储能单元的孤岛微电网负荷频率控制 [J]. 湖 南工业大学学报, 2024, 38(6): 36-45.

## Load Frequency Control of Islanded Microgrids Considering Electric Vehicles and Flywheel Energy Storage Units

WU Huai, ZENG Hongbing, LI Xinyu

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** In view of the insufficient inertia and damping in islanded microgrids, flywheel energy storage units have been introduced, followed by the construction of a load frequency control model for an isolated microgrids with flywheel energy storage units, with a focus on the impact of communication delay on islanded microgrid systems. The applicable Lyaunov Krasovskii functional (LKF) has been adopted for the definition of the derivative integral term through the generalized free weight integral inequality, thus obtaining a delay related stability criterion. When considering the impact of electric vehicle battery state on system gains, the system is treated as a parameter uncertain time-delay system. Based on different parameter settings, simulation experiments are conducted, with the results verifying the effectiveness and superiority of the method proposed in this paper.

**Keywords**: islanded microgrid; system inertia; fly wheel energy storage; load frequency control; time delay system; electric vehicle

收稿日期: 2023-10-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62173136); 湖南省自然科学基金资助项目(2021JJ50047)

作者简介: 伍 怀, 男, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为电力系统鲁棒控制, E-mail: 2594160863@qq.com

**通信作者**:曾红兵,男,湖南工业大学教授,主要研究方向为电力系统鲁棒控制,网络控制,

E-mail: zenghongbing@hut.edu.cn

### 1 研究背景

孤岛微电网(island microgrid, IMG)是与主电 网相互隔离的小型能源系统<sup>[1]</sup>,其主要分布在偏远 地区、山区和海岛等地方,为当地居民提供稳定可 靠的电力供应。由于可再生能源发电具有波动性和 不确定性<sup>[2]</sup>,孤岛微电网在面对快速变化的负荷需 求时需要实施精确的频率控制。由于 IMG 没有大电 网支撑,高比例可再生能源(RESs)由断路器接入 又导致其缺乏惯性<sup>[3-5]</sup>。

为理解负荷频率控制 (load frequency control, LFC)技术及其在孤岛微电网中的应用,首先需要了 解 LFC 的基本原理。LFC 主要通过监测电力系统的 负荷变化和频率变化,并根据这些信息进行相应调 整以维持系统稳定运行。在传统电力系统中,由于供 需平衡相对容易实现且控制对象集中, LFC 技术已 经较为成熟<sup>[6]</sup>。然而,在孤岛微电网中,由于可再生 能源的高渗透和通信网络的开放性, LFC 面临着新 的挑战。在孤岛微电网中,可再生能源(如太阳能、 风能等)的高渗透使得系统惯性不足成为一个突出问 题<sup>[7-9]</sup>。传统电力系统中,大型发电机具有较高的旋 转惯量,可以提供稳定的频率调节。然而,在孤岛微 电网中,可再生能源的发电单位通常较小,其旋转惯 量相对较低<sup>[10]</sup>。这必然导致系统频率变化率(ROCOF) 增大<sup>[11]</sup>。为解决这一问题,需要优化孤岛微电网的 LFC 方案, 在初级调频阶段采取更精细的控制策略, 以减小 ROCOF 的增大幅度:另需考虑的问题是通信 延迟对 LFC 性能造成的影响。在传统电力系统中, 由于控制对象集中且通信延迟较小,可忽略通信延迟 对系统稳定性造成的影响。然而,在开放式通信网络 环境下,通信延迟变得不可忽略,并可能导致系统失 稳等问题<sup>[12]</sup>。因此,在孤岛微电网 LFC 方案中,需 要考虑通信延迟对系统控制的影响,并根据实际情 况将 IMG 视作一个时滞系统。时滞系统是指系统状 态变量与其自身在过去时间点上的值之间存在延迟。 由于时滞引入了额外的复杂性,对其进行稳定性分析 和控制设计是一项具有挑战性的任务。

在对时滞系统进行稳定性分析时,需要构造合适的李雅普诺夫泛函,并通过求解相应的线性矩阵不等式(linear matrix inequality,LMI)来获得稳定性条件。近年来,学者们提出了一些新颖且有效的方法来构造李雅普诺夫泛函,以更精确地描述系统的稳定性。这些方法通常基于系统的特性,如时滞的上界或分布特性等。同时,在处理李雅普诺夫泛

函导数中的单积分项时,学者们提出了矩阵不等式 的方法。这些方法通过引入一些合适的变量和约束 条件,将李雅普诺夫泛函导数中的单积分项转化为 矩阵不等式形式,进而可用现有矩阵不等式技术求 解。这种方法在时滞系统稳定性分析和控制设计中 具有重要意义。如何获得更大的时滞上界(maximum delay stability margin, MDSM)从而降低结论保守 性,是科研工作者的努力方向。为此,提出不同的 LKF,如增广型泛函<sup>[13-14]</sup>、时滞乘积型泛函<sup>[15]</sup>等。 也给出了多种估计泛函导数方法,如积分不等式 法<sup>[16-18]</sup>, 互凸组合法<sup>[19]</sup>。如文献 [20] 基于 Lyapunov 理论和 LMI 方法,利用基于 Wirtinger 的改进积分 不等式,给出了单时变时滞和多时变时滞的时滞相 关稳定性判据与准则。文献 [21] 提出一种用于提高 多区域 LFC 系统稳定性分析的计算效率模型重构技 术。但与传统 LFC 系统的研究成果相比,对微电网 LFC系统的研究较少。文献 [22] 研究了一个区域负 载频率控制 LFC 系统与电动汽车(EV)的时滞相关 稳定性问题。提出了含电动汽车并入微电网 LFC 系 统的两种闭环模型,包括基于模型重构技术的模型 和考虑荷电状态的不确定参数模型。利用 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法,给出了所研究系统的两个时滞 相关的稳定性判据; 文献 [23] 给出了多时滞不确定 电力系统鲁棒稳定性新判据。值得指出的是,同时考 虑大规模接入可再生能源导致的低惯性和开放通信 网络中通讯延迟对系统稳定运行的影响,在现有孤岛 微电网 LFC 研究中鲜有报导。

基于上述分析,本文研究时滞影响下并考虑可再 生能源过高渗透的孤岛微电网LFC系统稳定性问题。 首先,为增加系统惯性,接入飞轮储能单元,提出一 种新的孤岛微电网LFC模型。采用一个适合本系统 的LKF,得到保守性较小的结论。最后,通过不同 场景的仿真,分析了本文提出方法的IMG时滞稳定 裕度,及孤岛微电网系统的动态性能。

本文采用如下符号: 上标"-1"和"T"分别 表示矩阵的逆和转置,  $\mathbb{R}^m$ 表示 m 维欧几里德空间,  $\mathbb{R}^{m \times n}$  表示  $m \times n$  维实矩阵,  $\mathbb{Z} > 0$  时表示矩阵是正定 的, diag{…} 表示块对角矩阵,  $\mathbb{I}$ 和 0 分别表示合 适维度的单位矩阵和零矩阵, col{…} 表示列矩阵, sym{X}= $X + X^T$ 。

### 2 时滞影响下孤岛微电网模型

本文系统包括不同类型微源,通信链路(虚线) 用于连接分布式电力设备、交换控制命令和状态信

息,且假设微电网未连接到主电网,为孤岛运行系统, 其简化模型见图1。



Fig. 1 Simplified IMG model

因传统孤岛微电网系统缺乏惯性,导致系统无法 正常惯性响应,本文加入储能模块,即飞轮储能单元 (fly wheel energy storage unit, FESU), 为微电网 增加必要的惯性支撑。FESU以Δf作为输入,其动 态方程描述如下:

$$\Delta P_{\rm FESU} = \frac{K_{\rm FESU}}{1 + sT_{\rm FESU}} \Delta f_{\circ} \tag{(1)}$$

系统各参数含义如表1所示。电动汽车并网的孤 岛微电网系统框如图2所示。可再生能源(风能、太 阳能)为IMG系统中主要能量来源。本研究中只考 虑风能、太阳能出力的间歇性和波动性,将其和负载 需求(住宅负载和工业负载)一起视为 IMG 中扰动 变量(ΔP<sub>D</sub>),不参与系统频率调节。

#### 表 1 孤岛微电网 LFC 系统控制参数

Table 1 Control parameters of LFC system in island microgrids

参数符号	参数含义
М	发电机转动惯量
D	发电机阻尼系数
$\Delta P_{ m FESU}$	FESU 输出功率变化
$\Delta P_{ m D}$	负荷变化量
$\Delta P_{ m WTG}$	WTG 输出功率变化
$P_{ m wind}$	风电输出功率
$arPsi_{ m solar}$	太阳能功率
$\Delta P_{ m PV}$	光伏电池输出功率变化
$\Delta P_{ m V}$	调速器输出量
$\Delta {P}_{ m EV}$	电动汽车输出功率
$\Delta P_{ m DEG}$	柴油发电机组输出功率变化
R	调速器速度跌落系数
ACE	区域控制误差
$\Delta f$	系统频率偏差





图 2 中,  $e^{-st}$  为信号传输中产生的时变时滞,  $\alpha_1$ 和 α<sub>2</sub> 分别为 EV 和调速系统的参与因子,代表 EV 和 调速系统参与频率调节的比例。T<sub>T</sub>、T<sub>G</sub>、T<sub>PV</sub>、T<sub>WTG</sub>、 T<sub>FESU</sub>、T<sub>EV</sub>分别为涡轮、调速器、光伏发电、风力发 电机 (wind turbine generator, WTG)、FESU、电动 汽车的时间惯性常数。

状态变量和输出变量定义如下:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \Delta f & \Delta P_{\rm m} & \Delta P_{\rm V} & \Delta P_{\rm EV} & \Delta P_{\rm FESU} \end{bmatrix}^{1},$$
$$y(t) = ACE(t)_{\circ} \qquad (2)$$
$$ACE(t) = \beta \Delta f(t), \qquad (3)$$

式中:

$$\beta = \frac{1}{R} + D_{\circ} \tag{4}$$

图 2 所示动力学模型可描述为式(5)和(6):

$$\begin{cases} \Delta \dot{f}(t) = -\frac{D}{M} \Delta f(t) + \frac{1}{M} \Delta P_{\text{DEG}}(t) + \frac{1}{M} \Delta P_{\text{EV}}(t) - \\ \frac{1}{M} \Delta P_{\text{FESU}}(t) - \frac{1}{M} \Delta P_{\text{D}}(t) + \frac{1}{M} \Delta P_{\text{WTG}}(t), \\ \Delta \dot{P}_{\text{DEG}}(t) = -\frac{1}{T_{\text{T}}} \Delta P_{\text{DEG}}(t) + \frac{1}{T_{\text{T}}} \Delta P_{\text{V}}(t), \\ \Delta \dot{P}_{\text{V}}(t) = -\frac{1}{RT_{\text{G}}} \Delta f(t) - \frac{1}{T_{\text{G}}} \Delta P_{\text{V}}(t) + \frac{\alpha_2}{T_{\text{G}}} \Delta P_{\text{C}}(t) \circ \\ \begin{cases} \Delta \dot{P}_{\text{EV}}(t) = -\frac{\rho K_{\text{EV}}}{T_{\text{EV}}} \Delta f(t) - \frac{1}{T_{\text{EV}}} \Delta P_{\text{EV}}(t) + \\ \frac{\alpha_1 K_{\text{EV}}}{T_{\text{EV}}} \Delta P_{\text{C}}(t), \\ \Delta \dot{P}_{\text{FESU}}(t) = \frac{K_{\text{FESU}}}{T_{\text{FESU}}} \Delta f(t) - \frac{1}{T_{\text{FESU}}} \Delta P_{\text{FESU}}(t), \\ \int \dot{A} C E(t) = \beta \Delta f(t) \circ \end{cases}$$
(5)

根据以上模型可得系统数学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t - \tau(t)) + F\boldsymbol{\omega}(t); \\ \dot{\mathbf{y}}(t) = C\mathbf{x}(t) \circ \end{cases}$$
(7)

式中:  $\tau(t)$ 为时滞,且是满足 $0 \leq \tau(t) \leq \overline{\tau}$ 的时变函数,

其中 $\overline{\tau}$ 为延迟稳定裕度;  $u(t-\tau(t))=\Delta P_{\rm c}$ ,其中 $\Delta P_{\rm c}$ 为系统控制信号的变化;

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & \frac{1}{M} & 0 & \frac{1}{M} & -\frac{1}{M} \\ 0 & -\frac{1}{T_{\mathrm{T}}} & \frac{1}{T_{\mathrm{T}}} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{T_{\mathrm{G}}R} & 0 & -\frac{1}{T_{\mathrm{G}}} & 0 & 0 \\ -\frac{\rho K_{\mathrm{EV}}}{T_{\mathrm{EV}}} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{\mathrm{EV}}} & 0 \\ \frac{K_{\mathrm{FESU}}}{T_{\mathrm{FESU}}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{\mathrm{FESU}}} \end{bmatrix},$$
$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\alpha_2}{T_{\mathrm{G}}} & \frac{\alpha_1 K_{\mathrm{EV}}}{T_{\mathrm{EV}}} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{M} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{\mathrm{O}}$$

PID 控制器为

$$u(t) = K_{\rm P} ACE(t) + K_{\rm I} \int ACE(t) dt + K_{\rm D} \frac{dACE(t)}{dt} \circ (8)$$

式中, K<sub>P</sub>、K<sub>I</sub>、K<sub>D</sub>分别为控制器的比例、积分、微分增益。

假设虚拟状态变量和输出变量为

$$\tilde{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) & \int \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t) \mathrm{d}t \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
$$\tilde{\boldsymbol{y}}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t) & \int \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t) \mathrm{d}t & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{o}}$$

通过计算,得 *CB*=0,系统(7)和控制器(8) 可转化为如下静态输出反馈控制系统:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}u(t - \tau(t)) + \tilde{F}\omega(t), \\ \tilde{y}(t) = \tilde{C}\tilde{x}(t) + \tilde{D}_{w}\omega(t), \\ u(t) = -K\tilde{y}(t)_{\circ} \end{cases}$$
(9)

式中:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{F} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix},$$
$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \\ CA & 0 \end{bmatrix}, \tilde{D}_{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ CF \end{bmatrix},$$
$$K = \begin{bmatrix} K_{P} & K_{I} & K_{D} \end{bmatrix} \circ$$

由于本文只研究系统内部稳定性,不考虑外部干 扰对系统稳定性的影响,故上述系统可进一步转化为 如下含有状态时滞的线性系统:

$$\begin{split} \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{A}_{\rm d}\tilde{x}(t-\tau(t))_{\circ} \end{split} \tag{10}$$

$$\label{eq:transformation} \begin{split} \ddot{x}(t) &= \tilde{A}K\tilde{C} \circ \end{split}$$

$$\mathbf{0} = \tilde{A}\dot{\tilde{x}}^{*}(t) + \tilde{A}_{\rm d}\dot{\tilde{x}}^{*}(t - \tau(t))_{\circ}$$
(11)

设新的状态变量为
$$\mathbf{x}_{s}(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t) - \tilde{\mathbf{x}}^{*}(t)$$
,令  
 $\mathbf{A}_{s} = \tilde{\mathbf{A}}, \ \mathbf{A}_{ds} = \tilde{\mathbf{A}}_{d}$ ,则由式(10)减去式(11)可得  
 $\dot{\mathbf{x}}_{s}(t) = \mathbf{A}_{s}\mathbf{x}_{s}(t) + \mathbf{A}_{ds}\mathbf{x}_{s}(t - \tau(t))_{o}$  (12)

式中:  
式中:  

$$A_{s} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & \frac{1}{M} & 0 & \frac{1}{M} & -\frac{1}{M} & 0\\ 0 & -\frac{1}{T_{T}} & \frac{1}{T_{T}} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{1}{T_{G}R} & 0 & -\frac{1}{T_{G}} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\rho K_{EV}}{T_{EV}} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{EV}} & 0 & 0\\ \frac{K_{FESU}}{T_{FESU}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{FESU}} & 0\\ \beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{ds} = \begin{bmatrix} 0_{2\times2} & 0_{2\times1} & 0_{2\times3}\\ \Psi_{1} & 0_{2\times1} & \Psi_{2}\\ 0_{2\times2} & 0_{2\times1} & 0_{2\times3} \end{bmatrix},$$

$$I = I = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_{2}\beta DK_{D}}{MT_{G}} - \frac{\alpha_{2}\beta K_{P}}{T_{G}} & -\frac{\alpha_{3}\beta K_{EV}K_{D}}{MT_{G}} \\ \frac{\alpha_{1}\beta DK_{EV}K_{D}}{MT_{EV}} - \frac{\alpha_{1}\beta K_{EV}K_{P}}{T_{EV}} & -\frac{\alpha_{1}\beta K_{EV}K_{D}}{MT_{EV}} \end{bmatrix},$$

分析系统(9)在平衡点 $\tilde{x}$ \*的内部稳定性,等价于分析系统(12)在原点的稳定性。

实际工厂应用中, PI 控制器已经能够满足大部分需求, 故本文将 K<sub>D</sub> 设置为 0, 以简化分析。

### 3 时滞相关稳定性判据

这一节,我们分别给出了标称系统(12)的时滞 相关稳定性条件和参数不确定系统(26)的时滞相关 鲁棒稳定性条件。首先,为得到稳定性条件,需要用 到以下两个引理。

**引理**1 令  $N \in \mathbb{N}$ ,  $\mathbb{N}$  为自然数集,  $\xi \in \mathbb{R}^{m}$ , 以及  $x(\cdot)$ 为连续可微函数, 且该函数在区间  $[\alpha, \beta] \to \mathbb{R}^{m}$ 。对于 任意矩阵  $Z \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $M \in \mathbb{R}^{(N+1)n \times m}$ , 有以下不等式成立:

$$-\int_{\alpha}^{\beta} \dot{\mathbf{x}}^{\mathsf{T}}(u) \mathbf{Z} \dot{\mathbf{x}}(u) \mathrm{d} u \leq 2 \boldsymbol{\zeta}_{\mathsf{N}}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\Gamma}_{\mathsf{N}}^{\mathsf{T}} \mathbf{M} \boldsymbol{\zeta} + (\beta - \alpha) \boldsymbol{\zeta}^{\mathsf{T}} \mathbf{M}^{\mathsf{T}} \tilde{\mathbf{Z}} \mathbf{M} \boldsymbol{\zeta}_{\circ} (13)$$
  
$$\vec{\mathbf{x}} \boldsymbol{\uparrow} \mathbf{e}:$$

$$\tilde{\boldsymbol{Z}} = \operatorname{diag} \left\{ \frac{1}{\boldsymbol{Z}} \quad \frac{1}{3\boldsymbol{Z}} \quad \cdots \quad \frac{1}{(2N+1)\boldsymbol{Z}} \right\};$$

$$\boldsymbol{\zeta}_{N} = \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\beta}) & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \qquad N = 0,$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\beta}) & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha}) & \frac{1}{\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\alpha}} \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{0}}^{\mathrm{T}} & \cdots & \frac{1}{\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\alpha}} \boldsymbol{\Theta}_{N-1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad N > 0,$$

$$\begin{split} \Theta_{k} &= \int_{\alpha}^{\beta} F_{k}\left(u\right) \mathbf{x}\left(u\right) \,\mathrm{d}u, \\ F_{k}(u) &= \left(-1\right)^{k} \sum_{i=0}^{k} \left[ \left(-1\right)^{i} \binom{k}{i} \binom{k+i}{i} \right] \left[ \left(\frac{u-\alpha}{\beta-\alpha}\right)^{i}; \\ \boldsymbol{I}_{N} &= \left[ \left. \boldsymbol{\pi}_{N}^{\mathrm{T}}\left(0\right) - \boldsymbol{\pi}_{N}^{\mathrm{T}}\left(1\right) \cdots - \boldsymbol{\pi}_{N}^{\mathrm{T}}\left(N\right) \right]^{\mathrm{T}}; \\ \boldsymbol{\pi}_{N}^{\mathrm{T}}\left(k\right) &= \begin{cases} \left[ \boldsymbol{I} & -\boldsymbol{I} \right], & N = 0, \\ \left[ \boldsymbol{I} & \left(-1\right)^{k+1} \boldsymbol{I} - \boldsymbol{\theta}_{Nk}^{0} \boldsymbol{I} \cdots - \boldsymbol{\theta}_{Nk}^{N-1} \boldsymbol{I} \right], & N \ge 1, \\ \boldsymbol{\theta}_{Nk}^{j} &= \begin{cases} \left(2j+1\right) \left( \left(-1\right)^{k+j}-1 \right), & j \le k, \\ 0, & j > k \circ \end{cases} \end{split}$$

**引理** 2 给定对称矩阵  $M=M^{T}$ 、任意合适维度矩阵 D 和 E,对于任意满足  $H^{T}(t)H(t) \leq I$ 的使下列不等式

$$M+DH(t)E+E^{T}H^{T}(t)D^{T}<0$$
(14)  
成立的充分必要条件是存在标量  $\varepsilon$  使得

$$M + \varepsilon^{-1} D D^{\mathrm{T}} + \varepsilon E^{\mathrm{T}} E^{\mathrm{C}} \mathbf{0}_{\circ} \qquad (15)$$

下面的定理给出了系统(12)的稳定性条件,为 了使表述简洁明了,定义如下向量和矩阵:

$$\begin{split} \boldsymbol{\eta}_{1}(t) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\omega}_{2}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{\omega}_{1}(t) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) \\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) \\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) \\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) \\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) \\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) \mathrm{d}s \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\varpi}_{2}(t) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau(t)} \int_{-\tau(t)}^{0} \int_{-\tau(t)}^{t} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) \mathrm{d}s \mathrm{d}\theta \\ \frac{1}{\tau(\tau)} \int_{-\tau}^{-\tau(t)} \int_{t+\theta}^{t-\tau(t)} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) \mathrm{d}s \mathrm{d}\theta \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\eta}_{2}(t, s) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_{a}^{\mathrm{T}}(t, s) & \boldsymbol{\eta}_{b}^{\mathrm{T}}(t, s) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{\eta}_{a}(t, s) &= \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s) & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{\eta}_{b}(t, s) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) & \boldsymbol{\xi}_{2}^{\mathrm{T}}(t) & \boldsymbol{\xi}_{3}^{\mathrm{T}}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{\xi}(t) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) \\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) \\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) \\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) \\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\xi}_{2}(t) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau(t)} \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau(t)} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) \mathrm{d}s \\ \frac{1}{\tau(t)^{2}} \int_{-\tau(t)}^{0} \int_{t+\theta}^{t-\tau(t)} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) \mathrm{d}s \mathrm{d}\theta \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\xi}_{3}(t) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{(\overline{\tau}-\tau(t))^{2}} \int_{-\overline{\tau}}^{-\tau(t)} \int_{t+\theta}^{t-\tau(t)} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) \mathrm{d}s \mathrm{d}\theta \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{e}_{i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n\times(i-1)n} & \boldsymbol{I}_{n} & \mathbf{0}_{n\times(9-i)n} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \cdots, 9, \end{split}$$

$$\overline{\boldsymbol{e}}_{j} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{n \times (j-1)n} & \boldsymbol{I}_{n} & \boldsymbol{0}_{n \times (7-j)n} \end{bmatrix}, \ j=1, \ 2, \cdots, \ 7 \in \mathbb{C}$$

**定理**1 对给定的标量  $\mu_1 < \mu_2 < 1$ 、 $\bar{\tau} > 0$ ,如果存 在合适维度的正定矩阵 P、 $Q_1$ 、 $Q_2$ 、Z,以及任意 合适维度的矩阵  $N_1$ 、 $N_2$ ,满足以下线性矩阵不等式 (LMI),则系统是渐近稳定的。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}(0,\,\mu_i) & \sqrt{\overline{\tau}}\,N_2 \\ \sqrt{\overline{\tau}}\,N_2^{\mathrm{T}} & -\hat{\boldsymbol{Z}} \end{bmatrix} < 0, \qquad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}(\bar{\tau}, \mu_i) & \sqrt{\bar{\tau}} N_1 \\ \sqrt{\bar{\tau}} N_1^{\mathrm{T}} & -\hat{\boldsymbol{Z}} \end{bmatrix} < 0_{\circ}$$
 (17)

$$\vec{\mathbf{x}} \stackrel{\mathbf{i}}{\mapsto} : \ i=1, \ 2; \ \ \hat{\mathbf{Z}} = \operatorname{diag}\{\mathbf{Z}, \ 3\mathbf{Z}, \ 5\mathbf{Z}\}_{\circ}$$
$$\boldsymbol{\varPhi}(\tau(t), \ \dot{\tau}(t)) = \dot{\tau}(t)\boldsymbol{\varXi}_{0}^{\mathrm{T}}(\tau(t)) \boldsymbol{P}\boldsymbol{\varXi}_{0}(\tau(t)) + \operatorname{sym}\{\tau(t)\boldsymbol{\varXi}_{0}^{\mathrm{T}}(\tau(t)) \boldsymbol{P}\boldsymbol{\varXi}_{1}(\dot{\tau}(t))\} + \operatorname{sym}\{\boldsymbol{\varPi}_{0}^{\mathrm{T}}(\tau(t)) \boldsymbol{P}\boldsymbol{\varPi}_{1}(\dot{\tau}(t))\} + \boldsymbol{\varPi}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{1}\boldsymbol{\varPi}_{1} - \boldsymbol{\varPi}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{2}\boldsymbol{\varPi}_{3} + (1-\dot{\tau}(t))\boldsymbol{\varPi}_{2}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{2}-\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{1})\boldsymbol{\varPi}_{2} + \bar{\tau}\boldsymbol{e}_{0}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{e}_{0} + \operatorname{sym}\{\boldsymbol{\varPi}_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{1}\boldsymbol{\varPi}_{5} + \boldsymbol{\varPi}_{6}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{2}\boldsymbol{\varPi}_{5} + N_{1}\boldsymbol{M}_{1} + N_{2}\boldsymbol{M}_{2}\}_{\circ}$$

$$\vec{x} \oplus : \quad M_{1} = \begin{bmatrix} e_{1} - e_{2} \\ e_{1} + e_{2} - 2e_{6} \\ e_{1} - e_{2} + 6e_{6} - 12e_{8} \end{bmatrix};$$

$$M_{2} = \begin{bmatrix} e_{2} - e_{3} \\ e_{2} + e_{3} - 2e_{7} \\ e_{2} - e_{3} + 6e_{7} - 12e_{9} \end{bmatrix};$$

$$\overline{z}_{0} (\tau(t)) = \begin{bmatrix} e_{1}^{T} & e_{2}^{T} & e_{3}^{T} & Y_{1} \end{bmatrix}^{T},$$

$$Y_{1} = \begin{bmatrix} \tau(t)e_{6}^{T} & (\overline{\tau} - \tau(t))e_{7}^{T} & \tau(t)e_{8}^{T} & (\overline{\tau} - \tau(t))e_{9}^{T} \end{bmatrix};$$

$$\overline{z}_{1} (\dot{\tau}(t)) = \begin{bmatrix} \overline{z}_{a}^{T} (\dot{\tau}(t)) & \overline{z}_{b}^{T} (\dot{\tau}(t)) \end{bmatrix}^{T},$$

$$S_{a}^{T} (\dot{\tau}(t)) = \begin{bmatrix} e_{0}^{T} & (1 - \dot{\tau}(t))e_{7}^{T} & \tau(t)e_{8}^{T} & (\overline{\tau} - \tau(t))e_{9}^{T} \end{bmatrix};$$

$$Y_{2} = \begin{bmatrix} e_{1}^{T} - (1 - \dot{\tau}(t))e_{2}^{T} & (1 - \dot{\tau}(t))e_{2}^{T} - e_{3}^{T} \end{bmatrix},$$

$$Y_{2} = \begin{bmatrix} e_{1}^{T} - (1 - \dot{\tau}(t))e_{2}^{T} & (1 - \dot{\tau}(t))e_{2}^{T} - e_{3}^{T} \end{bmatrix};$$

$$H_{1} = \begin{bmatrix} e_{0}^{T} & e_{1}^{T} & e_{2}^{T} & 0_{9nx9} & e_{2}^{T} - e_{3}^{T} & 0_{9nx9} \end{bmatrix}^{T};$$

$$H_{2} = \begin{bmatrix} e_{1}^{T} - (1 - \dot{\tau}(t))e_{2}^{T} + \dot{\tau}(t)e_{8}^{T} - e_{7}^{T} \end{bmatrix};$$

$$H_{1} = \begin{bmatrix} e_{0}^{T} & e_{1}^{T} & e_{2}^{T} & 0_{9nx9} & e_{2}^{T} - e_{3}^{T} & 0_{9nx9} \end{bmatrix}^{T};$$

$$H_{2} = \begin{bmatrix} e_{1}^{T} & e_{2}^{T} & e_{2}^{T} & e_{1}^{T} - e_{2}^{T} & 0_{9nx9} \end{bmatrix}^{T};$$

$$H_{3} = \begin{bmatrix} e_{5}^{T} & e_{3}^{T} & e_{2}^{T} & e_{1}^{T} - e_{3}^{T} & 0_{9nx9} & e_{3}^{T} - e_{2}^{T} \end{bmatrix}^{T};$$

$$H_{4} = \begin{bmatrix} Y_{5}^{T} & Y_{6}^{T} \end{bmatrix}^{T},$$

$$Y_{5} = \begin{bmatrix} e_{1}^{T} - e_{2}^{T} & \tau(t)e_{6}^{T} & \tau(t)e_{2}^{T} \end{bmatrix}^{T},$$

$$Y_{6} = \begin{bmatrix} \tau(t)(e_{1}^{T} - e_{6}^{T}) & \tau(t)(e_{6}^{T} - e_{3}^{T}) & \tau(t)(e_{6}^{T} - e_{2}^{T}) \end{bmatrix}^{T};$$

$$H_{5} = \begin{bmatrix} 0_{9nx18} & (1 - \dot{\tau}(t)) e_{4}^{T} & e_{0}^{T} & -e_{5}^{T} & -(1 - \dot{\tau}(t))e_{4}^{T} \end{bmatrix}^{T};$$

即

$$\dot{\boldsymbol{V}}(t) = \dot{\boldsymbol{V}}_{1}(t) + \dot{\boldsymbol{V}}_{2}(t) + \dot{\boldsymbol{V}}_{3}(t) = \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Omega}_{0}(\boldsymbol{\tau}(t), \boldsymbol{\dot{\tau}}(t))\boldsymbol{\xi}(t) - \int_{t-\bar{\tau}}^{t} \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s_{\circ} \quad (19)$$

式中:

$$\boldsymbol{\Omega}_{0}(\boldsymbol{\tau}(t), \, \boldsymbol{\dot{\tau}}(t)) = \operatorname{sym}\left\{\boldsymbol{\Xi}_{0}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\tau}(t)) \boldsymbol{P}\boldsymbol{\Xi}_{1}(\boldsymbol{\dot{\tau}}(t))\right\} + \boldsymbol{\Pi}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{1}\boldsymbol{\Pi}_{1} - \boldsymbol{\Pi}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{2}\boldsymbol{\Pi}_{3} + (1 - \boldsymbol{\dot{\tau}}(t))\boldsymbol{\Pi}_{2}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}_{2} - \boldsymbol{Q}_{1})\boldsymbol{\Pi}_{2} + \boldsymbol{\bar{\tau}}\boldsymbol{e}_{0}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{e}_{0} + \operatorname{sym}\left\{\boldsymbol{\Pi}_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{1}\boldsymbol{\Pi}_{5} + \boldsymbol{\Pi}_{6}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{2}\boldsymbol{\Pi}_{3}\right\}\circ$$

然后将式(19)中的积分区间[ $t-\overline{\tau}$ , t]分成[ $t-\overline{\tau}$ ,  $t-\tau(t)$ ] 和 [ $t-\tau(t)$ , t],再应用引理 1 (N=2)可得

$$-\int_{t-\bar{\tau}}^{t} \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(s) \mathbf{Z} \dot{\mathbf{x}}(s) \mathrm{d}s = -\int_{t-\tau(t)}^{t} \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(s) \mathbf{Z} \dot{\mathbf{x}}(s) \mathrm{d}s - \int_{t-\bar{\tau}}^{t-\bar{\tau}} \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(s) \mathbf{Z} \dot{\mathbf{x}}(s) \mathrm{d}s \leqslant \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}(\tau(t)) \boldsymbol{\xi}(t) \, \circ \qquad (20)$$

式中:

$$\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{1}(\tau(t)) = \operatorname{sym}\left\{\boldsymbol{N}_{1}\boldsymbol{M}_{1} + \boldsymbol{N}_{2}\boldsymbol{M}_{2}\right\} - \tau(t)\boldsymbol{N}_{1}\boldsymbol{\hat{Z}}^{-1}\boldsymbol{N}_{1}^{\mathrm{T}} - (\overline{\tau} - \tau(t))\boldsymbol{N}_{2}\boldsymbol{\hat{Z}}^{-1}\boldsymbol{N}_{2}^{\mathrm{T}} \circ$$

把式(19)(20)相加得

$$\dot{V}(t) \leq \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t) \big( \boldsymbol{\varOmega}_{0} \big( \boldsymbol{\tau}(t), \, \dot{\boldsymbol{\tau}}(t) \big) - \boldsymbol{\varOmega}_{1} \big( \boldsymbol{\tau}(t) \big) \big) \boldsymbol{\xi}(t)_{\circ} \qquad (21)$$

应用 Schur 补对式(21)进行处理,如果对于 所有  $0 < \tau(t) < \overline{\tau}$ ,  $\mu_1 < \dot{\tau}(t) < \mu_2$  都能使得 LMI(16)、 LMI(17) 成立,那么就可以得到

$$\boldsymbol{\Omega}_{0}(\tau(t), \dot{\tau}(t)) - \boldsymbol{\Omega}_{1}(\tau(t)) \leq 0,$$

即*V*(*t*) < 0,基于李雅普诺夫稳定性理论,就可以得 到系统是渐近稳定的,证明完毕。

接下来给出考虑电动汽车荷电状态(state of charge, SOC)的时滞孤岛微电网不确定系统的稳定 性判据。

电动汽车的电池荷电状态 SOC 是指反映电池储存能量与容量关系的重要性能指标,对电动汽车的增益有影响<sup>[24-25]</sup>。由于 EV 的增益与其 SOC 紧密相关,故当考虑 SOC 影响时,其增益可表达为<sup>[26]</sup>

$$\begin{cases} K_{\rm EV,1} = K_{\rm max} \left( 1 - \left( \frac{SOC - SOC_{\rm low}}{SOC_{\rm max} - SOC_{\rm low}} \right)^2 \right), \ \Delta f \ge 0; \\ K_{\rm EV,2} = K_{\rm min} \left( 1 - \left( \frac{SOC - SOC_{\rm high}}{SOC_{\rm min} - SOC_{\rm high}} \right)^2 \right), \ \Delta f < 0_{\circ} \end{cases}$$
(22)

式中: K<sub>max</sub> 是 EV 最大的 V2G 下垂常数; SOC<sub>min</sub>、 SOC<sub>max</sub>、SOC<sub>high</sub>、SOC<sub>low</sub>分别为 EV 电池的最小、最 大电荷状态、高电荷、低电荷状态。

则 EV 的增益可表达为

$$K_{\rm EV} = K_{\rm max} - K_{\rm max} g(t), \qquad (23)$$
  
$$\vec{\mathfrak{T}} \div : \quad g(t) = \left(\frac{SOC - SOC_{\rm low(high)}}{SOC_{\rm max(min)} - SOC_{\rm low(high)}}\right)^2, \qquad g(t) \in [0, 1]^\circ$$

g(t) 是一个随时间变化的函数,因此,考虑到 SOC 影响的 EV 并网的时滞 LFC 系统就可以写成如 下含有参数不确定的形式:

$$\dot{\mathbf{x}}_{s}(t) = (\mathbf{A}_{s} + \Delta \mathbf{A}_{s}(t))\mathbf{x}_{s}(t) + (\mathbf{A}_{ds} + \Delta \mathbf{A}_{ds}(t))\mathbf{x}_{s}(t - \tau(t))_{\circ} (24)$$
  
 
$$\vec{\mathbf{x}} + \mathbf{\hat{\mathbf{x}}}_{s}(t) = (\mathbf{A}_{s} + \Delta \mathbf{A}_{s}(t))\mathbf{x}_{s}(t) + (\mathbf{A}_{ds} + \Delta \mathbf{A}_{ds}(t))\mathbf{x}_{s}(t) + (\mathbf{A}_{ds}$$

$$\Delta A_{s}(t) = H_{1}g(t)E_{1}, \ \Delta A_{ds}(t) = H_{2}g(t)E_{2},$$
  

$$\ddagger \Phi, \ H_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{\rho K_{EV}}{T_{EV}} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T},$$
  

$$E_{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
  

$$H_{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{\alpha_{1}K_{EV}}{T_{EV}} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T},$$
  

$$E_{2} = \begin{bmatrix} \beta K_{P} & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{1} \end{bmatrix}^{\circ}$$

**定理** 2 对给定的标量 $\bar{\tau}$ 、 $\mu_1 = -\mu$ 、 $\mu_2 = \mu$ ,若有合适维度的正定矩阵 S、 $U_1$ 、 $U_2$ 、Z和任意合适维度的矩定矩阵  $\bar{N}_1$ 、 $\bar{N}_2$ 、 $Y_1$ 、 $Y_2$ ,及标量  $\varepsilon > 0$ ,使得不等式(25)(26)成立,则系统(24)是渐近稳定的。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}(0, \mu_i) + \varepsilon \boldsymbol{\Delta}_2^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\Delta}_2 & \sqrt{\overline{\tau}} \, \overline{\boldsymbol{N}}_2 & \boldsymbol{\Delta}_1 \\ \sqrt{\overline{\tau}} \, \overline{\boldsymbol{N}}_2^{\mathsf{T}} & -\widetilde{\boldsymbol{Z}} & 0 \\ \boldsymbol{\Delta}_1^{\mathsf{T}} & 0 & -\varepsilon \boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}(\bar{\tau}, \mu_i) + \varepsilon \boldsymbol{\Delta}_2^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\Delta}_2 & \sqrt{\bar{\tau}} \, \bar{N}_1 & \boldsymbol{\Delta}_1 \\ \sqrt{\bar{\tau}} \, \bar{N}_1^{\mathsf{T}} & -\tilde{\boldsymbol{Z}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{\Delta}_1^{\mathsf{T}} & \boldsymbol{0} & -\varepsilon \boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0, \qquad (26)$$
  
$$\vec{\mathfrak{C}}_1(25) \quad (26) \ \ \boldsymbol{\oplus}:$$

$$\boldsymbol{\Omega}(\tau(t), \dot{\tau}(t)) = \dot{\tau}(t)\boldsymbol{\Xi}_{0}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{1}\boldsymbol{\Xi}_{1} + \mathrm{sym}\left\{\tau(t)\boldsymbol{\Xi}_{0}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{1}\boldsymbol{\Xi}_{1}\right\} + \mathrm{sym}\left\{\boldsymbol{\Xi}_{0}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\Xi}_{1} + \boldsymbol{\Phi}_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_{1}\boldsymbol{\Phi}_{5} + \boldsymbol{\Phi}_{6}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_{2}\boldsymbol{\Phi}_{5} + \bar{N}_{1}\bar{\boldsymbol{M}}_{1} + \bar{N}_{2}\bar{\boldsymbol{M}}_{2} + \boldsymbol{\Phi}_{7}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_{8}\right\} + \boldsymbol{\Phi}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_{1}\boldsymbol{\Phi}_{1} + (1 - \dot{\tau}(t))\boldsymbol{\Phi}_{2}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{U}_{2} - \boldsymbol{U}_{1})\boldsymbol{\Phi}_{2} - \boldsymbol{\Phi}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_{2}\boldsymbol{\Phi}_{3} + \bar{\tau}\boldsymbol{e}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{e}_{10}\circ$$

其中,

式中:

$$\Gamma_{1}(t, s) = \operatorname{col}\left\{\boldsymbol{x}(t), \int_{t-\tau(t)}^{t} \boldsymbol{x}(s) \mathrm{d}s, \int_{t-\overline{\tau}}^{t-\tau(t)} \boldsymbol{x}(s) \mathrm{d}s\right\};$$
  
$$\Gamma_{2}(t, s) = \operatorname{col}\left\{\boldsymbol{\xi}(t, s), \int_{s}^{t} \boldsymbol{x}(\theta) \mathrm{d}\theta\right\};$$

 $\boldsymbol{\xi}(t,s) = \operatorname{col}\{\boldsymbol{x}(s), \boldsymbol{x}(s), \boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{x}(t-\tau(t)), \boldsymbol{x}(t-\overline{\tau})\}_{\circ}$ 

把如下零等式的右边部分加入上式 LKF 的导数 中,并且运用引理1和2,结合Shur补,就可以得

到 LMI(25)、LMI(26) 系统是渐近稳定的,由于 证明过程比较简单,具体的证明过程略。

$$\mathbf{0} = 2(\mathbf{x}(t)A_1 + \dot{\mathbf{x}}(t)A_2) \times (A_s + \Delta A_s(t))\mathbf{x}(t) + (A_{ds} + \Delta A_{ds}(t))\mathbf{x}(t - \tau(t)) - \dot{\mathbf{x}}(t))\circ$$

#### 案例分析 4

在本节中,首先为了验证在孤岛微电网中加入飞 轮储能单元给系统带来的影响, 先不考虑时滞的影 响,只变化飞轮储能单元的增益,然后为了验证提出 的稳定性判据的有效性,基于系统参数给出了 IMG 的仿真验证,具体的系统参数如表2所示。

### 表 2 系统参数

	Table 2	System pa	arameter	rs	
$T_{\rm T}$	R	D	М	$K_{\rm EV}$	

$T_{\rm g}$	$T_{\mathrm{T}}$	R	D	M	$K_{\rm EV}$	$T_{\rm EV}$
0.08	0.3	2.4	1/120	1/6	1	0.1
$\alpha_1$		$\alpha_2$		$T_{\rm FUSE}$	K	FUSE
0.5		0.5		0.1	-	0.01

为探究引入的飞轮储能单元对系统的影响,依 据图2搭建了负荷频率控制 Matlab-Simulink 模型, 在只探究飞轮储能单元对系统影响时, 先不考虑 时滞,只变化飞轮储能单元增益,仿真结果如图3 所示。



图 3 不同飞轮储能单元增益对系统响应的影响 Fig. 3 Influence of different flywheel energy storage unit

gains on system response

观察图 3 可知, 在 t=10 s 时加入 $\Delta P_{\rm D}$  =0.10 p.u. 的 干扰,频率偏离原来的平衡状态,当K<sub>FESU</sub><0(可视 作飞轮储能单元吸收功率为负,即飞轮储能单元向系 统发出功率),相比K<sub>FESU</sub>=0(即没有接入飞轮储能 单元)更快恢复到平衡状态,而当 K<sub>FESU</sub>>0(可视作飞 轮储能在吸收系统功率)相比 K<sub>FFSU</sub>=0 恢复时间更长。 飞轮储能单元对系统发出功率时,同时向系统提供惯 性跟阻尼,飞轮储能单元吸收系统功率时情况恰好相 反,由此可得,飞轮储能单元可对系统产生影响。

为证明利用本定理1计算的 MDSM 十分接近系

#### 统真实值,给出了图4所示时域仿真图。





由图 4 可知,当时滞为 5.98 s 时(由文献 [20] 的定理 1 所得,见表 3)频率偏差的收敛速度较快,说明文献 [20] 定理 1 所得 MDSM 有较大保守性。当时滞升至 8.50 s 时,频率偏差曲线仍是收敛的,但升至 8.60 s 时就发散了,这说明系统真实时滞上界为 8.50~8.60 s。而通过定理 1 计算得到的数据 8.55 s (见表 4),恰好在这一区间内,这说明通过定理 1 得到的 MDSM 是十分接近系统真实值的。

本文重点考虑控制中心的通信时滞对系统稳定 性的影响,为了讨论方便,设系统为定常时滞系统, 并计算不同控制器增益下的最大时滞稳定裕度。将系 统视作时变时滞系统的情况所得结果如表 5~6 所示。

表 3 文献 [20] 定理 1 求得系统 MDSM ( $\mu$ =0) Table 3 System MDSM obtained by literature[20] theorem1 ( $\mu$ =0)

			• /		
V			$K_{\mathrm{I}}$		
$\Lambda_{\rm P}$	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0.2	13.60	7.06	4.74	3.53	2.79
0.4	12.55	6.57	4.55	3.51	2.83
0.6	11.37	5.98	4.17	3.25	2.67
0.8	10.06	5.34	3.74	2.92	2.42
1.0	8.66	4.62	3.26	2.55	2.12

表 4 本文定理 1 求得系统 MDSM (μ=0)

Table 4	System MDSM	obtained by theorem	1 (µ=0)	s
---------	-------------	---------------------	---------	---

V			K <sub>I</sub>		
$\Lambda_{\rm P}$	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0.2	16.08	7.93	5.21	3.85	3.03
0.4	16.81	8.29	5.45	4.03	3.17
0.6	17.32	8.55	5.62	4.16	3.27
0.8	17.57	8.67	5.71	4.22	3.32
1.0	17.51	8.64	5.68	4.20	3.30

表 5	本文定理	1	求得系统 MDSM (μ=0.5)	
-----	------	---	-------------------	--

Table 5 System MDSM obtained by theorem 1 ( $\mu$ =0.5)

с.			
•			

V			$K_{\mathrm{I}}$		
$\Lambda_{\rm P}$ -	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0.2	15.37	7.61	4.99	3.69	2.90
0.4	16.03	7.93	5.22	3.85	3.03
0.6	16.39	8.10	5.33	3.94	3.10
0.8	16.39	8.10	5.32	3.93	3.09
1.0	15.87	7.82	5.13	3.77	2.95

表 6 文献 [20] 定理 1 求得系统 MDSM( $\mu$ =0.5) Table 6 System MDSM obtained by literature[20]

theorem

		2	
.1	(0.5)		

		theorem	i (µ 0.2)		
V			$K_{\mathrm{I}}$		
$\mathbf{\Lambda}_{\mathrm{P}}$	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0.2	12.16	6.39	4.36	3.25	2.57
0.4	10.58	5.62	3.95	3.08	2.52
0.6	8.84	4.77	3.39	2.67	2.22
0.8	6.95	3.82	2.74	2.18	1.82
1.0	4.82	2.69	1.95	1.56	1.30

考虑 SOC 对电动汽车增益的影响时,电动汽车 荷电状态为 100% 会损耗电池的寿命,而荷电状态太 低时会不够返程需要<sup>[27]</sup>。因此,考虑如下两个案例 进行仿真分析。

**案例**1 设置电动汽车最大荷电状态为 90%,即 SOC<sub>max</sub>=0.9,设置 SOC<sub>min</sub>=0.6,同时设定高荷电量与 低荷电量分别为 SOC<sub>high</sub>=0.8, SOC<sub>low</sub>=0.7,假设当前 电动汽车的实际荷电状态 SOC=0.75,将数据代入式 (23)可以得到 g(t)=0.062 5。

**案例**2 设置电动汽车最大荷电状态为 80%,即 SOC<sub>max</sub>=0.8,设置 SOC<sub>min</sub>=0.6,同时设定高荷电量与 低荷电量分别为 SOC<sub>high</sub>=0.75,SOC<sub>low</sub>=0.65,假设当 前电动汽车的实际荷电状态 SOC=0.7,将数据代入式 (23)可以得到 g(t)=0.11,在不同的 PI 增益下由定 理 2 得到的 MDSM 见表 7、表 8。

表 7 本文定理 2 求得不确定系统案例 1 的 MDSM ( $\mu$ =0) Table 7 MDSM for case 1 of uncertain systems obtained by theorem 2 in this article ( $\mu$ = 0) s

V			$K_{\mathrm{I}}$		
$\Lambda_{\rm P}$	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0.2	13.66	6.74	4.41	3.25	2.54
0.3	14.00	6.90	4.53	3.33	2.61
0.4	14.30	7.05	4.63	3.41	2.67
0.5	14.55	7.18	4.71	3.47	2.72

s

表 8 本文定理 2 求得不确定系统案例 2 的 MDSM (μ=0) Table 8 MDSM for case 2 of uncertain systems obtained by

theorem 2 in this article  $(\mu = 0)$ 

$K_{ m P}$	Kı				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0.2	10.93	5.39	3.53	2.59	2.02
0.3	11.21	5.53	3.62	2.66	2.07
0.4	11.46	5.65	3.70	2.72	2.12
0.5	11.67	5.76	3.77	2.77	2.16

从表 8 和表 9 可以看出,电动汽车电池在不同 SOC 时,电动汽车的增益发生变化,从而影响系统 的时滞上界。

### 5 结语

本文研究了考虑电动汽车并网条件下,高比例可 再生能源接入导致系统惯性不足的孤岛微电网负荷 频率控制问题。针对系统惯性和阻尼不足,本文引入 了飞轮储能单元,并且构建了带飞轮储能单元的孤岛 微电网 LFC 模型,在不考虑 SOC 对电动汽车增益的 影响的标称系统中,侧重研究了通讯时滞对系统的影 响。通过构造适合系统的 LKF,利用广义自由权积 分不等式对导数积分项进行界定,从而得到新的时 滞相关稳定性判据。而在考虑 SOC 对电动汽车增益 的影响时,将系统视作参数不确定系统,同样设计适 合本系统的 LKF,得到时滞不确定系统稳定性判据, 最后,通过设定不同参数的仿真实验,发现飞轮储能 单元的接入改善了系统的动态性能,并且通过仿真得 到 PID 控制器增益与时滞上界之间的关系,结果表 明了本文方法的优越性。

### 参考文献:

- [1] FARROKHABADI M, CAÑIZARES C A, BHATTACHARYA K. Frequency Control in Isolated/ Islanded Microgrids Through Voltage Regulation[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2017, 8(3): 1185–1194.
- [2] 陈科彬,邱晓燕,史光耀,等.含可再生能源的微电网分时间尺度储能方案[J].电测与仪表,2018,55(6):30-34,41.

CHEN Kebin, QIU Xiaoyan, SHI Guangyao, et al. Time-Scale Decomposition of Energy Storage in Micro-Grid with Renewable Energy[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2018, 55(6): 30–34, 41.

[3] 崔 嘉,杨俊友,葛维春,等.互联微电网孤岛运行频率稳定性协调控制策略[J].电网技术,2019,43(8):2901-2909.

CUI Jia, YANG Junyou, GE Weichun, et al. Coordinated Control Strategy for Interconnected Microgrids in Islanded Mode Considering Frequency Stability[J]. Power System Technology, 2019, 43(8): 2901–2909.

- [4] KERDPHOL T, RAHMAN F S, WATANABE M, et al. Robust Virtual Inertia Control of a Low Inertia Microgrid Considering Frequency Measurement Effects[J]. IEEE Access, 2019, 7: 57550–57560.
- [5] 周沙鋆. 计及电动汽车并网的负荷频率控制系统时滞 相关稳定性分析 [D]. 株洲:湖南工业大学, 2021.
   ZHOU Shajun. Delay-Dependent Stability Analysis for Load Frequency Control Systems with Electric Vehicles
   [D]. Zhuzhou: Hunan University of Technology, 2021.
- [6] MA M M, ZHANG C Y, LIU X J, et al. Distributed Model Predictive Load Frequency Control of the Multi-Area Power System After Deregulation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6): 5129-5139.
- [7] 卢 姬,常俊晓,刘 瑞,等.考虑电动汽车集群的 互联电网负荷频率分散预测控制 [J]. 电测与仪表, 2021, 58(9): 96-102.
  LU Ji, CHANG Junxiao, LIU Rui, et al. Decentralized Predictive Control of Load Frequency for Interconnected Power Grid Considering Electric Vehicle Clusters[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2021, 58(9): 96-102.
  [8] 曾红兵,刘晓桂,肖会芹,等.基于 PID 负荷频率控
- [8] 皆红兵, 刘晓桂, 肖云斤, 寺. 苯丁 PID 贝何频率控制的电力系统时滞相关鲁棒稳定性分析 [J]. 电测与仪表, 2019, 56(23): 112-118.
   ZENG Hongbing, LIU Xiaogui, XIAO Huiqin, et al. Delay-Dependent Robust Stability of Power System with PID Load Frequency Control[J]. Electrical Measurement and Instrumentation, 2019, 56(23): 112-118.
- [9] 王志鹏. 基于可再生能源的电力系统负荷频率控制
  [D]. 临沂: 临沂大学, 2023.
  WANG Zhipeng. Based on Renewable Energy Power System Load Frequency Control[D]. Linyi: Linyi University, 2023.
- [10] LIU K C, QU Y B, KIM H M, et al. Avoiding Frequency Second Dip in Power Unreserved Control During Wind Power Rotational Speed Recovery[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(3): 3097– 3106.
- [11] TAMRAKAR U, COPP D A, NGUYEN T, et al. Optimization-Based Fast-Frequency Estimation and Control of Low-Inertia Microgrids[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2021, 36(2): 1459–1468.
- [12] 张传科.时滞电力系统的小扰动稳定分析与负荷频率 控制 [D].长沙:中南大学,2013.
   ZHANG Chuanke. Small-Signal Stability Analysis and

Load Frequency Control for Delayed Power Systems[D]. Changsha: Central South University, 2013.

- [13] HE Y, WANG Q G, LIN C, et al. Augmented Lyapunov Functional and Delay-Dependent Stability Criteria for Neutral Systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2005, 15(18): 923– 933.
- [14] SUN J, LIU G P. A New Delay-Dependent Stability Criterion for Time-Delay Systems[J]. Asian Journal of Control, 2009, 11(4): 427–431.
- [15] LONG F, ZHANG C K, JIANG L, et al. Stability Analysis of Systems with Time-Varying Delay via Improved Lyapunov-Krasovskii Functionals[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(4): 2457–2466.
- [16] LEE T H, PARK J H. Stability Analysis of Sampled-Data Systems via Free-Matrix-Based Time-Dependent Discontinuous Lyapunov Approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(7): 3653–3657.
- [17] ZENG H B, HE Y, WU M, et al. Free-Matrix-Based Integral Inequality for Stability Analysis of Systems with Time-Varying Delay[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(10): 2768–2772.
- [18] ZENG H B, LIU X G, WANG W. A Generalized Free-Matrix-Based Integral Inequality for Stability Analysis of Time-Varying Delay Systems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2019, 354: 1–8.
- [19] 钱 伟,吴嘉欣,费树岷.不确定区间变时滞电力系 统的镇定器设计[J].电机与控制学报,2020,24(11): 82-92.
  QIAN Wei, WU Jiaxin, FEI Shumin. Stabilizer Design of Uncertain Power Systems Under the Influence of Interval Time-Varying Delays[J]. Electric Machines and

Control, 2020, 24(11): 82–92.[20] KO K S, SUNG D K. The Effect of EV Aggregators with Time-Varying Delays on the Stability of a Load

Frequency Control System[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(1): 669–680.

- [21] JIN L, HE Y, ZHANG C K, et al. Robust Delay-Dependent Load Frequency Control of Wind Power System Based on a Novel Reconstructed Model[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(8): 7825–7836.
- [22] ZENG H B, ZHOU S J, ZHANG X M, et al. Delay-Dependent Stability Analysis of Load Frequency Control Systems with Electric Vehicles[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(12): 13645–13653.
- [23] 沈 力,肖会芹.含扰动参数时滞电力系统鲁棒稳定 性分析 [J].电测与仪表,2019,56(14):62-67.
  SHEN Li, XIAO Huiqin. Robust Stability Analysis of Power Systems with Time Delays and Uncertain Parameters[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019, 56(14): 62-67.
- [24] CHEN H, ZHANG F J, ZHAO X, et al. ARWLS-AFEKE: SOC Estimation and Capacity Correction of Lithium Batteries Based on a Fusion Algorithm[J]. Processes, 2023, 11(3): 800.
- [25] 田冬冬.电动汽车动力锂电池SOC估算研究[D].青岛: 青岛大学, 2021.
  TIAN Dongdong. Research on SOC Estimation of Power Lithium Battery for Electric Vehicle[D]. Qingdao Qingdao University, 2021.
- [26] LIU H, HU Z C, SONG Y H, et al. Decentralized Vehicle-to-Grid Control for Primary Frequency Regulation Considering Charging Demands[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(3): 3480– 3489.
- [27] KHOKHAR B, PARMAR K P S. A Novel Adaptive Intelligent MPC Scheme for Frequency Stabilization of a Microgrid Considering SoC Control of EVs[J]. Applied Energy, 2022, 309: 118423.

(责任编辑: 姜利民)