doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2024.05.004

考虑传输时滞的电力负荷频率采样控制系统 稳定性分析

王玉雯,曾红兵,付国龙

(湖南工业大学 电气与信息工程学院,湖南 株洲 412007)

摘 要:研究了一类考虑传输时滞的电力负荷频率采样控制系统相关稳定性问题。首先,采用 PI 型的 LFC 系统方案,并建立考虑采样和传输时滞的 LFC 闭环系统模型;其次,根据建立的模型,采用基于双边 闭环泛函判据计算系统的时滞稳定裕度,研究系统采样周期与时滞稳定裕度之间的关系,并通过单区域 LFC 系统对结果进行仿真验证。计算结果表明,与现有文献结果相比,在相同的系统参数条件下,使用提出方法 得到的结果保守性降低,且采样周期越大,系统时滞稳定裕度越小,而一定大小的时滞可以增大系统采样周 期上界; 仿真结果进一步验证了所提出方法的有效性和优势。

关键词:负荷频率控制;传输时滞;采样周期;采样控制系统;双边闭环泛函

中图分类号: TP273 文献标志码: A 文章编号: 1673-9833(2024)05-0026-07 引文格式: 王玉雯, 曾红兵, 付国龙. 考虑传输时滞的电力负荷频率采样控制系统稳定性分析 [J]. 湖南 工业大学学报, 2024, 38(5): 20-32.

Stability Analysis of Power Load Frequency Sampling Control System Considering Transmission Delay

WANG Yuwen, ZENG Hongbing, FU Guolong

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: A research has been conducted on a class of stability problems related to power load frequency sampling control systems with transmission delay taken into consideration. Firstly, a PI type LFC system scheme is adopted, followed by an establishment of a closed-loop LFC system model with sampling and transmission delay taken into consideration. Secondly, based on the established model, the delay stability margin of the system is calculated by using a criterion based on two-sided looped-functional, with a study on the relationship between the sampling period of the system and the delay stability margin, thus verifying the results through simulation by using a single region LFC system. The calculation results show that compared with existing literature, under the same system parameter conditions, there is a reduction in the conservatism of the system delay. A amount of time delay can increase the upper bound of the system sampling period. The simulation results further validate the effectiveness and advantages of the proposed method.

Keywords: load frequency control; transmission delay; sampling period; sampling control system; two-sided looped-functional

收稿日期: 2024-01-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(62173136)

作者简介:王玉雯,女,湖南工业大学硕士生,主要研究方向为采样控制系统和时滞系统,E-mail: 1836683430@qq.com

1 研究背景

负荷频率控制(load frequency control, LFC)是 调整频率达到额定值或者在其附近小范围内波动, 实现电力系统安全稳定运行的方法之一^[1]。传统的 LFC系统通常采用专用通信网络处理信号,传输时 滞较小,常常忽略不计^[2]。而现代 LFC 系统大多采 用开放通信网络,虽然开放通信网络的成本低且灵 活,但是会出现比较大的传输时滞^[3]。而时滞会恶化 LFC系统的性能,甚至导致电力系统失去稳定性^[4]。 因此,研究考虑网络传输时滞的 LFC 系统的稳定性 是非常必要的。

文献 [5] 基于时域法研究了定常时滞和时变时滞 下 LFC 系统的时滞相关稳定性; 文献 [6] 通过构造 新型增广 L-K 泛函,并运用二阶 Bessel-Legendre 积 分不等式估计泛函导数,得到了保守性较低的结果。 实际上,由于计算机网络技术和通信技术的发展, 现代 LFC 系统可以被看作是一个典型的采样控制系 统^[7]。已经被用于采样控制系统稳定性分析的方法主 要有离散化系统方法^[8]、脉冲系统方法^[9]、输入时滞 方法^[10]。其中,输入时滞方法先将采样控制系统转 化为具有输入时滞的连续系统,然后运用泛函和不等 式的技术进行分析,该方法被广泛用于采样控制系统 的分析与设计中,但其缺点是没有考虑时滞的锯齿波 结构特征,使得结果存在一定的保守性。为改进这一 缺陷, 文献 [11] 基于输入时滞法, 提出了依赖于时 间的 Lyapunov 泛函方法。文献 [12] 提出了一种双边 闭环型李雅普诺夫泛函,其不仅考虑了采样控制系统 中时滞的锯齿波结构特征,还考虑了采样区间 t_i 到 t 和 t 到 tk+1 的信息,相比其它方法得到的结果,其保 守性显著降低。

采样过程中开放通信网络的使用将网络诱导时 滞问题引入了 LFC 系统中,这会对控制方案造成影 响^[13]。然而,大多数与延迟相关的 LFC 系统的稳定 性分析没有考虑采样特征。文献 [14] 将控制信号更 新周期视为时滞,然后利用时滞系统进行分析,忽 略了系统的采样特征;文献 [15] 研究了考虑采样的 LFC 系统的时滞相关稳定性问题,该文献虽然同时 考虑了传输时滞和采样特征,但其得到的稳定性判据 仍然存在一定的保守性,如处理积分项时仍使用具有 一定保守性的 Wirtinger 积分不等式,此外稳定性分 析过程中的计算复杂度也较大。因此,综合考虑采样 特性和网络传输时滞问题,开展 LFC 系统的稳定性 分析有待进一步研究。

本文研究考虑传输时滞的电力负荷频率采样控

制系统稳定性问题,具体研究过程如下:首先建立考 虑采样和网络传输时滞的 PI 型 LFC 闭环系统模型; 然后回顾文献 [12] 中基于双边闭环泛函的时滞 / 采样 周期相关稳定性判据;最后借助实例进行稳定性分 析,计算系统在给定控制器增益和采样周期下的时滞 稳定裕度,研究系统采样周期与时滞稳定裕度之间的 关系,通过对比计算结果以及仿真验证结果,验证了 本文方法的有效性和优越性。

文中给定如下标号: **R**^{n×n} 为 n×n 的实对称矩阵; **P**>0 表示 **P** 为正定矩阵; **I** 和 **0** 分别为合适维度的单 位矩阵和零矩阵; 矩阵的上标 −1 和 T 分别为矩阵的 逆与转置; He{**X**}= **X**+ **X**^T; "*"为对称矩阵中的对 称项; diag{…} 为块对角矩阵。

2 带采样和延迟的 LFC 系统模型

图1给出了考虑传输时滞和采样的单区域 LFC 系统结构框图,其中包括调速器、发电机、原动机、 负荷、控制器、零阶保持器、通信网络等。



图 1 中: β 为频率偏差因子; R 为调速器速度跌 落系数; K_p 为控制器比例增益; K_I 为控制器积分增益; s 为复数变量; T_G 为调速器惯性时间常数; T_T 为原 动机惯性时间常数; M 和 D 分别为发电机的转动惯 $量和阻尼系数; <math>\Delta P_v$ 为控制阀开度变化量; ΔP_m 为机 械功率变化量; ΔP_d 为负荷端功率变化量; Δf 为系统 频率变化量; u 为控制器输出。假设从远程终端单元 到控制中心以及从控制中心到各个发电单元的传输 延迟聚合成每个控制区域的单个时间不变延迟 τ_o

单区域 LFC 系统的动态模型可以表示如下:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{F}\Delta \boldsymbol{P}_{d}, \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)_{\circ} \end{cases}$$
(1)

式中:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \Delta f & \Delta P_{\rm m} & \Delta P_{\rm v} & \int ACE \end{bmatrix}^{\rm T};$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} ACE & \int ACE \end{bmatrix}^{\rm T};$$

$$A = \begin{bmatrix} -D/M & 1/M & 0 & 0\\ 0 & -1/T_{\rm T} & 1/T_{\rm T} & 0\\ -1/(RT_{\rm G}) & 0 & -1/T_{\rm G} & 0\\ \beta & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

 $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/T_{\rm G} & 0 \end{bmatrix}^{\rm T};$ $\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$ $\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} -1/M & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\rm T}_{\circ}$

每个控制区域的 ACE 通常定义为频率和联络线 功率交换偏差的线性组合,由于在单区域 LFC 方案 中没有功率交换,因此 ACE 定义为

$$ACE = \beta \Delta f_{\circ}$$
 (2)

采样信号的处理和传输过程如图 2 所示。





Fig. 2 Signal transmission process of sampling LFC system

从图 2 中可以看出,只有采样时刻 s_k 的测量信 号 $x(s_k)$ 被用于产生控制信号, $0=s_0<s_1<\cdots< s_k<\cdots$ 表 示信号采样测量时刻序列,两个连续采样时刻之间 的间隔是不变的,定义为 LFC 周期 $T=s_{k+1}-s_k$ 。测量 信号 $x(s_k)$ 经过控制器处理生成控制信号 $u(t_k)$,系统 传输时滞 $\tau = \tau^{ca}+\tau^{cc}$,将 $t_k=s_k+\tau$ 定义为控制信号 $u(t_k)$ 的更新时刻,且满足 $0=t_0<t_1<\cdots< t_k<\cdots$ 。该控制信号 再通过网络传输到达零阶保持器 (zero-order hold, ZOH),ZOH 把 t_k 时刻的信号值一直保持到 t_{k+1} 时 刻的前一瞬时,并将该信号作用于电力系统。

u(t)的两个连续更新时刻之间的间隔定义为

 $h_k = t_{k+1} - t_k = s_{k+1} + \tau - s_k - \tau = T_{\circ}$ (3) 式中: $h_k \in [h_1, h_2]$,其中, $h_1 \approx h_2$ 分别为控制信号更 新周期的上下限。

由发电机组接收的控制命令 u(t) 可以表示为

$$\boldsymbol{u}(t) = -K_{\mathrm{P}}ACE - K_{\mathrm{I}}\int ACE = -K\boldsymbol{v}(s_{k}) = -K\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(s_{k}) = -K\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t_{k}-\tau)_{\circ} \quad (4)$$

式中: **K**=[K_P, K_I]。

将式(4)代入式(1)中,得出了如下单区域采 样 LFC 的闭环系统模型:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \overline{B}\mathbf{x}(t_k - \tau), \ t_k \leq t < t_{k+1} \circ (5)$$

$$\vec{\mathbf{x}} \div \mathbf{B} = -BKC = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{\rm P}\beta/T_{\rm G} & 0 & 0 & -K_{\rm I}/T_{\rm G} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^\circ$$

3 时滞相关稳定性判据

本节综合考虑系统采样周期以及网络传输时滞, 将文献 [12] 中提出的线性采样控制系统的时滞相关 稳定性判据用于分析本文所研究的采样 LFC 系统。 如定理1所示,在给定系统采样周期的条件下,通过 求解相应的线性矩阵不等式,可以得到保证系统稳定 条件下的传输延迟裕度。

定理 1 对给定标量 $h_2 \ge h_1 \ge 0$, $\tau \ge 0$, 若存在合 适维度对称矩阵 $P \ge 0$, $S \ge 0$, $Z_1 \ge 0$, $Z_2 = Z_2^{T}$, $Z_3 \ge 0$, Q_1 , Q_2 , $G = G^{T}$, $R_1 = R_1^{T}$, $R_2 \ge 0$, $R_3 = R_3^{T}$, $R_4 \ge 0$, N_i , M_i , $L_i(i=1, 2, 3)$, $Y_j(j=1, 2, \dots, 8)$, 使得对 $h_k \in [h_1, h_2]$, 满足下面的线性矩阵不等式,则系统(5)是渐 近稳定的。

$$Z_2+Z_3>0, R_1+Z_3>0, R_3+Z_2>0,$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_1+h_k\boldsymbol{\Phi}_2 & \sqrt{h_k}\boldsymbol{\Psi}_1 & \sqrt{\tau}\boldsymbol{\Psi}_2 \\ * & -\boldsymbol{\Theta}_1 & \mathbf{0} \\ * & * & -\boldsymbol{\Theta}_2 \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_1+h_k\boldsymbol{\Phi}_3 & \sqrt{h_k}\boldsymbol{\Psi}_3 & \sqrt{\tau}\boldsymbol{\Psi}_2 \\ * & -\boldsymbol{\Theta}_3 & \mathbf{0} \\ * & * & -\boldsymbol{\Theta}_2 \end{bmatrix} < 0,$$

式中:

$$\begin{split} \boldsymbol{\Phi}_{1} &= \operatorname{He} \left\{ \boldsymbol{\Pi}_{1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P} \boldsymbol{\Pi}_{2} + \boldsymbol{\Pi}_{5}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{Q}_{1} \boldsymbol{\Pi}_{6} + \boldsymbol{Q}_{2} \boldsymbol{\Pi}_{7} \right) + \boldsymbol{M}_{1} \boldsymbol{\Pi}_{13} + \right. \\ \boldsymbol{M}_{2} \boldsymbol{\Pi}_{14} + \boldsymbol{M}_{3} \boldsymbol{\Pi}_{15} + \boldsymbol{N}_{1} \boldsymbol{\Pi}_{16} + \boldsymbol{N}_{2} \boldsymbol{\Pi}_{17} + \boldsymbol{N}_{3} \boldsymbol{\Pi}_{18} + \\ \boldsymbol{Y}_{1} \boldsymbol{\Pi}_{19} + \boldsymbol{Y}_{2} \boldsymbol{\Pi}_{20} + \boldsymbol{L}_{1} \boldsymbol{\Pi}_{21} + \boldsymbol{L}_{2} \boldsymbol{\Pi}_{22} + \boldsymbol{L}_{3} \boldsymbol{\Pi}_{23} + \boldsymbol{Y}_{3} \boldsymbol{\Pi}_{24} + \\ \boldsymbol{Y}_{4} \boldsymbol{\Pi}_{25} - \boldsymbol{Y}_{5} \boldsymbol{\Pi}_{21} - \boldsymbol{Y}_{6} \boldsymbol{\Pi}_{16} - \boldsymbol{Y}_{7} \boldsymbol{\Pi}_{30} - \boldsymbol{Y}_{8} \boldsymbol{\Pi}_{31} \right\} + \boldsymbol{\Pi}_{3}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S} \boldsymbol{\Pi}_{3} - \\ \boldsymbol{\Pi}_{4}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S} \boldsymbol{\Pi}_{4} + \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Z}_{1} \boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{h}_{2} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Z}_{2} \boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{\eta}_{M} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Z}_{3} \boldsymbol{\Gamma}; \\ \boldsymbol{\Phi}_{2} &= \operatorname{He} \left\{ \boldsymbol{\Pi}_{8}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{Q}_{1} \boldsymbol{\Pi}_{6} + \boldsymbol{Q}_{2} \boldsymbol{\Pi}_{7} \right) + \boldsymbol{\Pi}_{9}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}_{1} \boldsymbol{\Pi}_{10} + \boldsymbol{Y}_{6} \boldsymbol{\Pi}_{27} + \boldsymbol{Y}_{8} \boldsymbol{\Pi}_{29} \right\} + \\ \boldsymbol{\Pi}_{7}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{G} \boldsymbol{\Pi}_{7} + \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}_{1} \boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{e}_{8}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}_{3} \boldsymbol{e}_{8}; \\ \boldsymbol{\Phi}_{3} &= \operatorname{He} \left\{ \boldsymbol{\Pi}_{11}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{Q}_{1} \boldsymbol{\Pi}_{6} + \boldsymbol{Q}_{2} \boldsymbol{\Pi}_{7} \right) + \boldsymbol{\Pi}_{12}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}_{1} \boldsymbol{\Pi}_{10} + \boldsymbol{Y}_{5} \boldsymbol{\Pi}_{26} + \boldsymbol{Y}_{7} \boldsymbol{\Pi}_{28} \right\} - \\ \boldsymbol{\Pi}_{7}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{G} \boldsymbol{\Pi}_{7} + \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}_{1} \boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{e}_{8}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}_{4} \boldsymbol{e}_{8}; \\ \boldsymbol{\Psi}_{1} &= \left[\boldsymbol{N}_{1} \quad \boldsymbol{N}_{2} \quad \boldsymbol{N}_{3} \quad \boldsymbol{Y}_{2} \quad \boldsymbol{Y}_{4} \right]; \\ \boldsymbol{\Psi}_{2} &= \left[\boldsymbol{L}_{1} \quad \boldsymbol{L}_{2} \quad \boldsymbol{L}_{3} \quad \boldsymbol{Y}_{3} \right]; \\ \boldsymbol{\Psi}_{3} &= \left[\boldsymbol{M}_{1} \quad \boldsymbol{M}_{2} \quad \boldsymbol{M}_{3} \quad \boldsymbol{Y}_{1} \right]; \\ \boldsymbol{\Theta}_{1} &= \operatorname{diag} \left\{ \boldsymbol{R}_{2}, \boldsymbol{3} \boldsymbol{R}_{2}, \boldsymbol{5} \boldsymbol{R}_{2}, \boldsymbol{R}_{4}, \boldsymbol{Z}_{2} + \boldsymbol{Z}_{3} \right\}; \\ \boldsymbol{\Theta}_{2} &= \operatorname{diag} \left\{ \boldsymbol{R}_{1} + \boldsymbol{Z}_{3}, \boldsymbol{3} \left(\boldsymbol{R}_{1} + \boldsymbol{Z}_{3} \right), \boldsymbol{5} \left(\boldsymbol{R}_{1} + \boldsymbol{Z}_{3} \right), \boldsymbol{R}_{3} + \boldsymbol{Z}_{2} \right\}; \\ \boldsymbol{\Gamma} &= \boldsymbol{A} \boldsymbol{e}_{1} + \boldsymbol{B} \boldsymbol{e}_{4}; \\ \boldsymbol{\Pi}_{1} &= \left[\boldsymbol{e}_{1}^{\mathrm{T} \quad \boldsymbol{e}_{2}^{\mathrm{T} \quad \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{e}_{9}^{\mathrm{T} \quad \boldsymbol{\tau} \left(\boldsymbol{\tau}^{2} / 2 \right) \boldsymbol{e}_{10}^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{T}}; \\ \boldsymbol{\Pi}_{3} &= \left[\boldsymbol{\ell}_{1} \quad \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{T}}; \\ \boldsymbol{\Pi}_{3} &= \left[\boldsymbol{\ell}_{1} \quad \boldsymbol{\ell}^{\mathrm{T} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\ell}_{9} \right]^{\mathrm{T}; \\ \boldsymbol{\Pi}_{1} &= \left[\boldsymbol{\ell}_{1} \quad \boldsymbol{\ell}^{\mathrm{T} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\ell}_{1} + \boldsymbol{\ell}_{2} \left(\boldsymbol{\ell}^{\mathrm{T} \boldsymbol{\ell}^{\mathrm{T}} \right) \right]^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{T}} \mathbf{T}$$

| $\boldsymbol{\Pi}_{5} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{3}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_{1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{e}_{1}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_{5}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{e}_{4}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_{2}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{e}_{2}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_{6}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$ |
|--|
| $\boldsymbol{\Pi}_{6} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{1}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_{3}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{e}_{1}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_{5}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{e}_{2}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_{4}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{e}_{2}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_{6}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$ |
| $\boldsymbol{\Pi}_{7} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{5}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{e}_{6}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$ |
| $\boldsymbol{\Pi}_{8} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{e}_{8}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$ |
| $\boldsymbol{\Pi}_{9} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{1}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_{3}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{e}_{2}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_{4}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$ |
| $\boldsymbol{\Pi}_{10} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{e}_{8}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{e}_{8}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$ |
| $\boldsymbol{\Pi}_{11} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{e}_{8}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$ |
| $\boldsymbol{\Pi}_{12} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_5^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$ |
| $\boldsymbol{\Pi}_{13} = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_3$; $\boldsymbol{\Pi}_{14} = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_3 - 2\boldsymbol{e}_{11}$; |
| $\Pi_{15} = e_1 - e_3 - 6e_{11} + 6e_{12};$ |
| $\Pi_{16} = e_5 - e_1; \ \Pi_{17} = e_5 + e_1 - 2e_{13};$ |
| $\Pi_{18} = e_5 - e_1 + 6e_{13} - 6e_{14};$ |
| $\Pi_{19} = \boldsymbol{e}_2 - \boldsymbol{e}_4 ; \Pi_{20} = \boldsymbol{e}_6 - \boldsymbol{e}_2 ;$ |
| $\Pi_{21} = e_1 - e_2; \Pi_{22} = e_1 + e_2 - 2e_9;$ |
| $\boldsymbol{\Pi}_{23} = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 - 6\boldsymbol{e}_9 + 6\boldsymbol{e}_{10};$ |
| $\Pi_{24} = e_3 - e_4; \Pi_{25} = e_4 - e_7;$ |
| $\Pi_{26} = Ae_{11} + \overline{B}e_4; \ \Pi_{27} = Ae_{13} + \overline{B}e_4;$ |
| $\Pi_{28} = Ae_{12} + \overline{B}e_4$; $\Pi_{29} = Ae_{14} + \overline{B}e_4$; |
| $\Pi_{30} = 2e_{11} - 2e_3$; $\Pi_{31} = 2e_5 - 2e_{13}$; |
| $\boldsymbol{e}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{n \times (i-1)n} & \boldsymbol{I}_n & \boldsymbol{0}_{n \times (14-i)n} \end{bmatrix}, i = 1, 2, \cdots, 14;$ |
| $\boldsymbol{\eta}_k = h_k + \tau$; $\boldsymbol{\eta}_M = h_2 + \tau$. |
| |

其中: η_k 为控制信号更新周期 h_k 与传输时滞 τ 的和, η_M 为 η_k 的上界。

注 由于本文研究条件为定常时滞及定常采样 周期,因此控制信号更新周期 *h*_k等于采样周期 *T*, 若给定系统采样周期 *T*=*h*,将 *h*₁=*h*₂=*T*=*h* 代入线性矩 阵不等式中,便可求出系统的时滞稳定裕度。 相比于文献 [15], 文献 [12] 中的时滞相关稳定 性判据在降低保守性方面做了以下改进:

1) 对泛函中的二次函数项中的状态向量进行增 广,增加了二重积分项,构造了考虑系统更多状态信 息的增广 L-K 泛函,降低了结果的保守性。

2)相比于文献 [15] 中给出的 Wirtinger 积分不等 式,本研究选择利用广义自由矩阵积分不等式对积分 项进行界定,以导出稳定性判据,因而可以获得保守 性更低的结果。

3)通过对某些积分项进行拆分组合,再利用积 分不等式进行界定,不仅降低了计算的复杂度,而且 使得一些矩阵并不要求都大于零,从而使得结果的保 守性降低。

4)利用牛顿莱布尼兹公式表示系统方程各项的 关系,构造零等式并引入自由权矩阵,它对于降低结 果的保守性非常重要。

4 案例分析

本节中,基于上一节中提出的方法在LMI(linear matrix inequality)工具箱中计算单区域采样LFC系统的时滞稳定裕度,并在Simulink环境中对系统进行时域仿真。为了进行比较,使用了文献[15]中提供的案例,系统参数如表1所示,LFC系统采样周期为*h*=2 s。

表 1 单区域 LFC 系统参数

| - - | Table 1 Para | ameters | of single | area LF | C systen | 1 |
|--------|------------------------------------|---------|-----------|-------------|------------------|------|
| 参数 | $M/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2)$ | D | β | $T_{\rm G}$ | T_{T} | R |
| 取值 | 10 | 1.0 | 21.0 | 0.1 | 0.3 | 0.05 |

4.1 求系统时滞稳定裕度

考虑具有时间不变传输延迟和采样的单区域 LFC系统,使用定理1,计算基于各种PI控制器增 益下系统的时滞稳定裕度*ī*,并将其与文献[15]中的 相应结果进行比较,具体结果见表2。

s

表 2 不同 PI 控制器增益下的时滞稳定裕度 Table 2 Time delay stability margin under different PI controller gains

| | K _P | | | | | | | | | | | |
|------------------|----------------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|
| K_{I} | | 0 | 0 | .05 | (|).1 | (|).2 | (|).4 | (|).6 |
| | 定理1 | 文献 [15] | 定理1 | 文献 [15] | 定理1 | 文献 [15] | 定理1 | 文献 [15] | 定理1 | 文献 [15] | 定理1 | 文献 [15] |
| 0.05 | 29.87 | 29.79 | 30.82 | 30.67 | 31.59 | 31.32 | 32.81 | 31.87 | 33.59 | 26.95 | 18.48 | - |
| 0.10 | 14.18 | 14.08 | 14.63 | 14.54 | 15.03 | 14.88 | 15.65 | 15.03 | 16.19 | 14.00 | 14.80 | - |
| 0.15 | 8.94 | 8.83 | 9.24 | 9.13 | 9.49 | 9.37 | 9.88 | 9.63 | 10.14 | 8.97 | 8.98 | - |
| 0.20 | 6.31 | 6.19 | 6.53 | 6.42 | 6.71 | 6.59 | 6.99 | 6.77 | 7.12 | 6.32 | 5.95 | - |
| 0.40 | 2.34 | 2.18 | 2.45 | 2.29 | 2.53 | 2.37 | 2.63 | 2.45 | 2.55 | 2.07 | 1.64 | - |
| 0.60 | 1.01 | 0.83 | 1.08 | 0.90 | 1.14 | 0.95 | 1.21 | 1.01 | 1.25 | 0.85 | 1.21 | - |
| 1.00 | 0.37 | 0.07 | 0.42 | 0.11 | 0.46 | 0.15 | 0.55 | 0.20 | 0.69 | - | 0.78 | - |

s

表 2 清楚地表明,采用定理 1 进行稳定性分析得 到了比文献 [15] 中所给出的结果更大的时滞稳定裕 度,保守性显著降低,这说明了本文研究方法的优势。

接下来对所研究的系统进行了时域仿真。图 3 显示了具有 PI 控制器参数 K_p =0.4、 K_l =0.05 和采样周期 h=2 s 的单区域 LFC 系统,在不同时不变传输延迟下的频率偏差 Δf 响应曲线,且当 t=10 s 时,向系统添加正负载扰动 ΔP_d =0.1 p.u.。相比于文献 [15] 中方法给出的 26.95 s 的时滞稳定裕度,本文研究方法获得的时滞稳定裕度为 33.59 s,如图 3 中的 Δf 响应曲线所示,可得知该单区域 LFC 系统在时滞为 33.59 s 时是渐近稳定的,这验证了通过定理 1 获得的时滞稳定裕度结果的有效性。



 $K_{\rm p}=0.4, K_{\rm I}=0.05$

图 3 中所示的结果还表明,当时滞增大到 35.1 s 时,系统变得不稳定,即系统的实际时滞稳定裕度位 于区间 [33.59, 35.1] s 内,这说明通过本文研究方法 得到的结果比较接近实际值,这进一步验证了本文方 法的优越性。

当控制器参数 *K*_p=0.4、*K*_i=1 时,系统频率偏差 响应曲线如图 4 所示。



Fig. 4 System frequency deviation response curves with $K_p=0.4, K_i=1$

由表 2 可以得知, 当 K_p =0.4、 K_l =1 时, 通过本 文的方法获得的时滞稳定裕度为0.69 s, 而且文献[15] 中的方法,无法计算出时滞稳定裕度。如图 4 中频率 偏差响应曲线所示,该单区域 LFC 系统在给定条件 下在 τ = 0.69 s 时是渐近稳定的,并且其结果接近实 际值。

4.2 研究系统采样周期与时滞稳定裕度间关系

1)研究系统采样周期对时滞稳定裕度的影响。 分别设置采样周期 h 为 10⁻³ s、1 s,在 LMI 工具箱中 计算单区域采样 LFC 系统的时滞稳定裕度 ī,表 3 列 出了基于定理 1 计算的在各个控制器增益和采样周期 下的时滞稳定裕度结果。

| 表 3 | 不同采样周期下的时滞稳定裕度 |
|-----|----------------|
| | |

| lable 3 lime delay stability margin obtained under different sampling periods | Table 3 | Time delay | v stabilitv ma | rgin obtaine | d under different | sampling perior | ds |
|---|---------|------------|----------------|--------------|-------------------|-----------------|----|
|---|---------|------------|----------------|--------------|-------------------|-----------------|----|

| | <i>K</i> _P | | | | | | | | | | | |
|------------------|-----------------------|-------|---------------|-------|-------------|-------|---------------|-------|-------------|-------|---------------|-------|
| K_{I} | (|) | 0.0 | 05 | 0. | .1 | 0. | .2 | 0. | 4 | 0. | .6 |
| | $h = 10^{-3}$ | h=1 | $h = 10^{-3}$ | h=1 | $h=10^{-3}$ | h=1 | $h = 10^{-3}$ | h=1 | $h=10^{-3}$ | h=1 | $h = 10^{-3}$ | h=1 |
| 0.05 | 30.91 | 30.39 | 31.87 | 31.33 | 32.74 | 32.16 | 34.22 | 33.53 | 35.81 | 34.37 | 34.32 | 33.47 |
| 0.10 | 15.20 | 14.69 | 15.68 | 15.16 | 16.11 | 15.59 | 16.85 | 16.31 | 17.65 | 17.05 | 17.09 | 16.43 |
| 0.15 | 9.95 | 9.46 | 10.27 | 9.77 | 10.57 | 10.06 | 11.06 | 10.53 | 11.59 | 11.03 | 11.23 | 10.67 |
| 0.20 | 7.33 | 6.84 | 7.57 | 7.07 | 7.79 | 7.29 | 8.16 | 7.64 | 8.55 | 8.02 | 8.29 | 7.73 |
| 0.40 | 3.38 | 2.89 | 3.50 | 3.01 | 3.61 | 3.12 | 3.79 | 3.29 | 3.98 | 3.46 | 3.82 | 3.27 |
| 0.60 | 2.04 | 1.57 | 2.12 | 1.65 | 2.19 | 1.71 | 2.31 | 1.83 | 2.42 | 1.92 | 2.28 | 1.76 |
| 1.00 | 0.92 | 0.48 | 0.97 | 0.52 | 1.01 | 0.54 | 1.07 | 0.62 | 1.11 | 0.66 | 0.94 | 0.54 |

通过对比表 3 和表 2 中数据可以得出,当 h=10⁻³ s 和 1 s 时,所获得的时滞稳定裕度大于 h=2 s 时的时 滞稳定裕度,即减小采样周期增加了保证系统稳定所 允许的最大网络时延范围,提高了网络控制系统的鲁 棒性。

 2)研究系统传输时滞对采样周期的影响。给定 传输时滞τ,通过求解线性矩阵不等式,可以得到保 证系统稳定所允许的采样周期上界h。在给定控制器 增益($K_p=0.2$ 、 $K_i=0.4$)的条件下,基于不同的传输时滞 τ ,得到系统的采样周期上界 \overline{h} ,具体的结果如表4所示。

表 4 不同时滞下的采样周期上界 Table 4 Upper bound of sampling period under different time delays

| | 8 | | | | | | | | | | |
|----------|--------|------|------|------|------|------|--|--|--|--|--|
| | 传输时滞 τ | | | | | | | | | | |
| <i>n</i> | 0 | 0.3 | 0.7 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | | | | | |
| 文献 [16] | 4.59 | 5.09 | 5.48 | 5.10 | 3.34 | 2.67 | | | | | |
| 定理1 | 4.87 | 5.39 | 6.03 | 6.44 | 5.67 | 2.82 | | | | | |

分析表 4 中的数据可以发现,在一定的传输时 滞条件下,计算得到的采样周期上界 \bar{h} ,比没有传输 时滞时计算得到的采样周期上界值更大,这说明一 定大小的传输时滞能增大系统所能容忍的采样周期。 在文献 [16] 中,研究者也分析了基于 PI 型控制器的 单区域采样 LFC 系统,在系统参数相同的情况下, 文献 [16] 基于不同的 τ 得到了系统所允许的采样周 期上界 \bar{h} 。由表 4 可以得知,在不同传输时滞条件下, 应用本文给出的定理 1 中的稳定性判据得到的结果, 大于文献 [16] 中得出的结果,这同样说明了本文研 究方法的优势。

3) 对研究结果进行仿真验证。设置 PI 控制器参数 K_P=0.2、K_I=0.4, τ=0, 0.3, 0.7, 1.0 s, 对应采样周期 *h*=4.87, 5.39, 6.03, 6.44 s, ΔP_d=0.1 p.u., 得到的系统仿真结果如图 5 所示。





Fig. 5 Response curves of system frequency deviation under different time delays and sampling periods

由图 5 可知,在给定的 4 种情况下,系统频率均 能够保持稳定,这证明了本文研究方法的有效性。并 且从图 5 中还可以看出,当时滞 t=0.3,0.7,1.0 s 时, 相比于时滞为 0 s 的情况,系统频率达到稳定值的速 度更快,这表明给系统增加一定的时滞可以改善系统 的性能,使系统频率更快达到稳定状态。

为进一步验证这一发现,给定系统不同大小的

传输时滞分别为 τ =0, 0.3, 0.7, 1.0 s, 并令它们的采样 周期 h 为 5.0 s, 得到的系统频率偏差响应曲线如图 6 所示。由图 6 可知, 当 τ =0 s 时,系统频率偏差响应 曲线呈发散状态,而当 τ 增加到 0.3, 0.7, 1.0 s 的情况 下,系统的频率却能够达到稳定状态,这再次验证了 一定大小的时滞可以改善系统性能。



Fig. 6 Response curves of system frequency deviation under different time delays

5 结语

本文面向 LFC 系统,提出了考虑传输时滞和采 样特性的 PI 型 LFC 方案。通过回顾文献 [12] 中的准 则,使用基于双边闭环泛函的稳定性判据对时滞电力 负荷频率采样控制系统进行稳定性分析。在给定条件 下计算系统的时滞稳定裕度,计算结果表明,与现有 文献相比,本文所采用的研究方法可以获得保守性更 小的结果,同时采用系统仿真验证了方法的有效性。 此外还研究了系统传输时滞与采样周期之间的关系, 通过数值分析和仿真发现,减小采样周期增加了保 证采样 LFC 系统稳定所允许的最大网络时延范围, 而一定大小的传输时滞能增大系统的采样周期上界, 加快系统频率稳定速度,改善系统性能。

参考文献:

- SASAKI T, ENOMOTO K. Dynamic Analysis of Generation Control Performance Standards[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2002, 17(3): 806– 811.
- [2] PAPPACHEN A, PEER FATHIMA A. Critical Research Areas on Load Frequency Control Issues in a Deregulated Power System: A State-of-the-Art-of-Review[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2017, 72: 163-177.
- [3] PENG C, ZHANG J. Delay-Distribution-Dependent

Load Frequency Control of Power Systems with Probabilistic Interval Delays[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(4): 3309–3317.

- [4] BEVRANI H. Robust Power System Frequency Control[M]. Boston: Springer, 2009: 191-208.
- [5] JIANG L, YAO W, WU Q H, et al. Delay-Dependent Stability for Load Frequency Control with Constant and Time-Varying Delays[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(2): 932–941.
- [6] YANG F S, HE J, PAN Q. Further Improvement on Delay-Dependent Load Frequency Control of Power Systems via Truncated B-L Inequality[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(5): 5062– 5071.
- JALEELI N, VANSLYCK L S, EWART D N, et al. Understanding Automatic Generation Control[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1992, 7(3): 1106– 1122.
- [8] OISHI Y, FUJIOKA H. Stability and Stabilization of Aperiodic Sampled-Data Control Systems Using Robust Linear Matrix Inequalities[J]. Automatica, 2010, 46(8): 1327-1333.
- [9] NAGHSHTABRIZI P, HESPANHA J P, TEEL A R. Exponential Stability of Impulsive Systems with Application to Uncertain Sampled-Data Systems[J]. Systems & Control Letters, 2008, 57(5): 378-385.
- [10] FRIDMAN E, SEURET A, RICHARD J P. Robust Sampled-Data Stabilization of Linear Systems: An Input Delay Approach[J]. Automatica, 2004, 40(8): 1441– 1446.

- [11] FRIDMAN E. A Refined Input Delay Approach to Sampled-Data Control[J]. Automatica, 2010, 46(2): 421-427.
- [12] ZENG H B, ZHAI Z L, HE Y, et al. New Insights on Stability of Sampled-Data Systems with Time-Delay[J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 374: 125–041.
- [13] ZHANG C K, JIANG L, WU Q H, et al. Further Results on Delay-Dependent Stability of Multi-Area Load Frequency Control[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(4): 4465-4474.
- [14] JIN L, ZHANG C K, HE Y, et al. Delay-Dependent Stability Analysis of Multi-Area Load Frequency Control with Enhanced Accuracy and Computation Efficiency[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(5): 3687–3696.
- [15] LUO H C, HISKENS I A, HU Z C. Stability Analysis of Load Frequency Control Systems with Sampling and Transmission Delay[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(5): 3603-3615.
- [16] 练红海,覃事刚,肖伸平,等.考虑通信时滞和采样 周期的电力系统负荷频率控制 [J]. 控制理论与应用, 2023,40(5):891-902.
 LIAN Honghai, QIN Shigang, XIAO Shenping, et al. Load Frequency Control for Power Systems Considering Communication Delays and Sampling Periods[J]. Control

Theory & Applications, 2023, 40(5): 891-902.

(责任编辑:廖友媛)