

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2024.01.005

# 基于粒子群-遗传混合算法的深沟球轴承优化设计

叶帅, 余江鸿, 姚齐水, 唐嘉昌, 李睿

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

**摘要:** 为了提高深沟球轴承的服役性能, 提出一种基于粒子群-遗传混合算法的优化设计方法。其以额定动载荷和额定静载荷为目标函数, 以滚动体直径、节圆直径、滚动体数目和内外圈滚道沟曲率半径系数为设计变量, 基于粒子群算法, 引入罚函数和遗传交叉、变异操作, 解决带约束优化问题求解和局部最优问题。并以6206型轴承为算例, 对优化后的轴承进行应力分析和敏感度分析。结果表明, 所提出算法的收敛性能较好、优化能力较强、运算速度较快, 优化后的深沟球轴承接触应力下降了31.7%, 从而验证了所提出方法的有效性。

**关键词:** 深沟球轴承; 服役性能; 粒子群-遗传混合算法; 优化设计; 应力分析

**中图分类号:** TH133.33 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-9833(2024)01-0032-08

**引文格式:** 叶帅, 余江鸿, 姚齐水, 等. 基于粒子群-遗传混合算法的深沟球轴承优化设计[J]. 湖南工业大学学报, 2024, 38(1): 32-39.

## An Optimized Design of Deep Groove Ball Bearings Based on Particle Swarm-Genetic Hybrid Algorithm

YE Shuai, YU Jianghong, YAO Qishui, TANG Jiachang, LI Rui

(College of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** In view of an improvement of the service performance of deep groove ball bearings, an optimization design method has thus been proposed based on particle swarm-genetic hybrid algorithm. With rated dynamic load and rated static load as the objective function, and with the diameter of rolling elements, pitch circle diameter, number of rolling elements, and curvature radius coefficient of inner and outer raceways as the design variables, based on the particle swarm optimization, penalty functions and genetic crossover and mutation operations are introduced for the solution of constrained optimization problems and local optimization problems. Taking 6206 bearing as a calculation example, a stress and sensitivity analysis is carried out for the optimized bearing. The results show that the proposed algorithm is characterized with an improved convergence performance, a stronger optimization ability, and a faster computational speed. The optimized deep groove ball bearing contact stress has decreased by 31.7%, thus verifying the validity of the proposed method.

**Keywords:** deep groove ball bearing; service performance; particle swarm-genetic hybrid algorithm; optimized design; stress analysis

收稿日期: 2022-11-10

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目(2021JJ50054, 2022JJ50066); 湖南省教育厅科研基金资助项目(21C0427)

作者简介: 叶帅, 男, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为滚动轴承优化设计等, E-mail: yeshuai1125@163.com

通信作者: 余江鸿, 男, 湖南工业大学教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为机械传动关键零部件设计理论,

E-mail: hutjyh@hut.edu.cn

## 0 引言

随着科技的不断发展,机电产品的性能越来越高,对轴承类关键零部件的性能要求也不断提高。轴承的平稳运行和高寿命是评价轴承服役性能的重要指标,通过对轴承结构参数进行优化设计可以改善轴承的服役性能,其相关研究一直受到科研工作者的关注<sup>[1]</sup>。如李敬雍等<sup>[2]</sup>以轴承的额定动载荷及额定静载荷为优化目标函数,采用粒子群算法(particle swarm optimization, PSO)对轴承进行主参数优化,并通过AutoCAD软件的二次开发实现轴承图纸的自动生成与保存。实验结果表明,优化方法能显著提升滚动轴承的数字设计水平。朱晟等<sup>[3]</sup>利用线性分段函数和指数函数,对学习因子采用异步策略进行调整,实现了粒子群算法中的惯性权重和学习因子随迭代次数的动态调整。考虑到普通粒子群优化算法无法有效求解带约束的优化问题,因此胡启国等<sup>[4]</sup>基于标准粒子群算法,通过在原目标函数中加入惩罚项,将带约束的优化问题转化为无约束的优化问题,提高了轴承的使用性能。李佳琪等<sup>[5]</sup>根据轴承的约束条件分析了粒子群算法中的搜索步长、粒子数和迭代次数对轴承优化设计结果的影响。程超等<sup>[6]</sup>采用遗传算法(genetic algorithm, GA),分别以求得轴承的最大额定动载荷和额定静载荷为目标函数,对轴承进行优化设计,使得轴承的性能有了较大幅度提高。

在各种优化算法中,GA算法在进行结构参数优化时,虽具有较好的全局搜索能力,但收敛速度较慢,需要进行多次迭代来确定全局最优解。PSO算法因具有收敛速度快、参数少、算法简单易实现的优点而被广泛应用,但其在进行结构参数优化时,粒子易陷入局部最优解。因此,课题组综合PSO与GA的优势,提出了一种粒子群-遗传混合算法,其针对粒子群算法难以求解带约束的优化问题,在目标函数中引入惩罚项,将约束优化问题转化为无约束优化问题;并对易陷入局部最优的粒子位置执行交叉和变异遗传算法操作,将局部最优转化为全局最优。在深沟球轴承优化数学模型的基础上,对轴承结构参数进行优化设计,并将优化结果与PSO、GA方法的优化结果进行对比分析;最后,进行应力分析和敏感度分析,验证了所提方法的有效性。

## 1 深沟球轴承优化数学模型建立

### 1.1 目标函数

在深沟球轴承服役过程中,较高的额定动载荷( $C_r$ )和额定静载荷( $C_{or}$ )可提高深沟球轴承的平稳

运行和承载能力,有利于延长轴承的使用寿命。因此,本文拟以 $C_r$ 和 $C_{or}$ 作为深沟球轴承的优化设计目标函数。

深沟球轴承的额定动载荷可用式(1)进行计算<sup>[7]</sup>:

$$C_r = \begin{cases} b_m f_c Z^{2/3} D_w^{1.8}, & D_w \leq 25.4 \text{ mm}; \\ 3.647 b_m f_c Z^{2/3} D_w^{1.4}, & D_w > 25.4 \text{ mm}。 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $b_m$ 为常用轴承钢和良好加工方法的额定系数,其取值随着轴承类型而不同,对于深沟球轴承,取值为1.3; $D_w$ 为滚珠直径; $Z$ 为滚珠数量; $f_c$ 为与轴承零件几何形状、制造精度及材料有关的系数,其一般表达式为

$$f_c = 39.9\lambda \left\{ 1 + \left[ 1.04 \left( \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \right)^{1.72} \left( \frac{f_i(2f_o-1)}{f_o(2f_i-1)} \right)^{0.41} \right]^{10/3} \right\}^{-0.3} \cdot \left[ \frac{\gamma^{0.3}(1-\gamma)^{1.39}}{(1+\gamma)^{1/3}} \right] \left[ \frac{2f_i}{2f_i-1} \right]^{0.41}。 \quad (2)$$

式中: $\lambda$ 为降低系数,对于深沟球轴承, $\lambda$ 为0.95; $\gamma=D_w/D_j$ ,其中 $D_j$ 为节圆直径; $f_i$ 与 $f_o$ 分别为轴承的内、外圈滚道沟曲率半径系数。

在运转过程中,深沟球轴承在载荷作用下会产生一定的塑性变形,若塑性变形量过大,将会在滚道上产生不可逆的损伤,导致轴承的使用寿命下降。而当轴承在静止条件下,所受的载荷不超过额定静载荷时,则可有效地避免塑性变形对轴承正常运转的影响。因此,提高轴承的额定静载荷,对提高轴承的实际寿命以及运行的平稳性有着重要意义,深沟球轴承的基本额定静载荷计算方法<sup>[8]</sup>如式(3)所示:

$$C_{or} = \left[ 23.8ZD_w^2 (a_i b_i)^3 \right]^{1/2} \left/ \left( 4 - \frac{1}{f_i} + \frac{2\gamma}{1-\gamma} \right) \right.。 \quad (3)$$

式中: $a_i$ 、 $b_i$ 分别为滚珠与轴承内圈滚道接触椭圆量纲为1的长半轴与短半轴,其具体数值可以查询表1获得<sup>[4]</sup>。

表1 部分量纲为1的接触参数

Table 1 Partial contact parameters with dimension 1

曲率和/mm	$a_i$ /mm	$b_i$ /mm	曲率和/mm	$a_i$ /mm	$b_i$ /mm
0.591 60	1.644 0	0.668 7	0.957 38	4.439 5	0.383 0
0.936 57	3.738 0	0.416 6	0.972 90	5.267 0	0.349 0

为提高分析效率,以 $C_r$ 与 $C_{or}$ 的加权之和 $G$ 作为优化目标函数,并命名为联合额定载荷,以便判断 $C_r$ 与 $C_{or}$ 在优化目标中的重要程度,定义如式(4):

$$G = a_1 C_r + a_2 C_{or}。 \quad (4)$$

式中: $a_1$ 、 $a_2$ 为线性加权系数,且 $a_1+a_2=1$ 。

综合上述,所构造的目标优化模型,要使得深沟

球轴承的性能最佳,就需要  $G$  的值越大。通常优化求解时,只能求解函数的极小值问题。因此,通过对表达式  $G$  加负号来建立优化目标模型  $Y$ ,将极大值问题转换成极小值问题来求解,表达式如下:

$$Y_{\min} = -G. \quad (5)$$

### 1.2 设计变量

根据式(1)~(5),将滚动体直径  $D_w$ 、节圆直径  $D_j$ 、滚动体数目  $Z$ 、外圈滚道沟曲率半径系数  $f_o$  和内圈滚道沟曲率半径系数  $f_i$  共 5 个参数作为深沟球轴承的优化设计变量,如式(6)所示:

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5] = [D_w, D_j, Z, f_i, f_o]. \quad (6)$$

### 1.3 约束条件

1) 滚动体直径约束。滚动体直径影响着深沟球轴承的  $C_r$ ,根据滚动轴承设计经验,轴承滚动体直径应满足:

$$\frac{K_{D_{\max}}(D-d)}{2} \geq D_w \geq \frac{K_{D_{\min}}(D-d)}{2}. \quad (7)$$

式中:  $K_{D_{\max}}$ 、 $K_{D_{\min}}$  为轴承直径系列和滚动体强度有关的经验常数,对于深沟球轴承,  $K_{D_{\max}}$  为 0.8,  $K_{D_{\min}}$  为 0.5;  $D$  为轴承的外径;  $d$  为轴承的内径。

2) 节圆直径约束。节圆直径决定了轴承内外圈的厚度,对轴承疲劳寿命有一定的影响,为了保障深沟球轴承的实际使用寿命,轴承的节圆直径应满足:

$$(D+d)(0.5+e) \geq D_j \geq (D+d)(0.5-e). \quad (8)$$

式中:  $e$  为轴承正常旋转的常量<sup>[9]</sup>,对于深沟球轴承,  $e$  取 0.1。

3) 滚动体数量约束。如图 1 所示,为了便于深沟球轴承装配,在轴承的优化设计中,滚动体的数量应满足以下条件<sup>[9]</sup>:

$$\frac{\alpha_{\max}}{2 \sin^{-1}(D_w/D_j)} + 1 \geq Z \geq \frac{180^\circ}{2 \sin^{-1}(D_w/D_j)} + 1. \quad (9)$$

式中:  $\alpha_{\max}$  为滚动轴承的最大装配角,对于深沟球轴承,  $\alpha_{\max}$  取 4.712 4 rad。

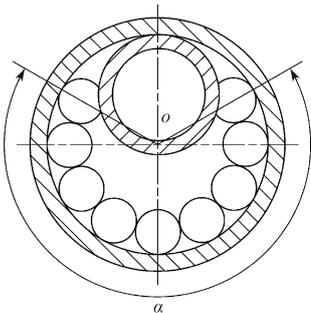


图 1 深沟球轴承滚动体装配示意图

Fig. 1 Assembly diagram of rolling elements of deep groove ball bearing

4) 壁厚约束。深沟球轴承主要承受径向载荷,滚动体与内圈滚道之间的应力大于外圈滚道所承受的应力,故壁厚应满足如下条件:

$$(D - D_w - D_j) / 2 - \varepsilon D_w \geq 0. \quad (10)$$

式中:  $\varepsilon$  为与轴承外圈强度有关的常量,对于深沟球轴承,  $\varepsilon$  取 0.1。

5) 沟曲率半径系数约束。轴承沟曲率半径系数是影响轴承动态性能的重要结构参数,在轴承的设计与优化中,内、外圈滚道的沟曲率半径系数应满足如下条件<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} 0.520 \geq f_i \geq 0.515, \\ 0.535 \geq f_o \geq 0.515. \end{cases} \quad (11)$$

## 2 优化算法与计算流程

### 2.1 粒子群优化算法

PSO 是 J. Kennedy 和 R. Eberhart 共同提出的一种新群体智能优化算法<sup>[10]</sup>,用于解决多种方案中的智能寻优问题,在机械结构优化设计领域中得到了广泛的应用。该方法利用初始生成的  $N$  个随机粒子,经过反复迭代,使得粒子在多维中找到最优解。PSO 通过追随自身寻找到的最优解(个体极值  $p_{\text{best}}$ )和整个粒子群寻找到的最优解(全局极值  $g_{\text{best}}$ )来更新自己的位置,粒子个体与群体之间的速度和位置更新公式如下:

$$\begin{cases} v_{jd}^n = w_j v_{jd}^{n-1} + c_1 r_1 (p_{\text{best}}^{n-1} - x_{jd}^{n-1}) + c_2 r_2 (g_{\text{best}}^{n-1} - x_{jd}^{n-1}), \\ x_{jd}^n = x_{jd}^{n-1} + v_{jd}^n. \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $v_{jd}^n$  为第  $j$  个粒子的运行速度;  $n$  为当前迭代次数;  $w$  为速度的惯性权重;  $c_1$  为个体学习因子;  $c_2$  为社会学习因子;  $r_1$ 、 $r_2$  为区间  $[0, 1]$  上的概率随机分布数,用于分布粒子的位置;  $p_{\text{best}}^{n-1}$  为粒子个体当前最佳位置;  $g_{\text{best}}^{n-1}$  为粒子群体当前最佳位置;  $x_{jd}^n$  为粒子当前位置。

在粒子群算法中,惯性权重  $w$  是随着进化代数数的增加而线性递减的减函数,如式(13)所示:

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{\text{gen}_{\max}} \text{gen}. \quad (13)$$

式中:  $\text{gen}$  为粒子群当前迭代次数;  $\text{gen}_{\max}$  为粒子群最大迭代次数。

### 2.2 罚函数

罚函数法是一种间接算法,其核心思想是利用原问题的约束函数和目标函数构造一个新的目标函数,即新的目标函数包括原函数和所有约束函数,并加

入一个可变的惩罚因子<sup>[11]</sup>。当惩罚因子不断变化时, 会得到一系列函数, 对不满足约束条件并试图越过约束边界的不可行点进行惩罚, 更新每个新目标函数的极值, 直至收敛到原问题的最优解。对于一个非线性约束优化问题, 一般可表示为

$$\min f(x), \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n, \quad (14)$$

使得:

$$\begin{cases} g_i(x) \leq 0, & i = 1, 2, \dots, n; \\ h_i(x) = 0, & i = 1, 2, \dots, m < n. \end{cases} \quad (15)$$

式(14)(15)中:  $f(x)$  为目标函数;  $g_i(x)$  为不等式约束;  $h_i(x)$  为等式约束。

因此, 惩罚函数可以通过把式(14)的问题进行如下转化:

$$F(x, A_1^{gen}, A_2^{gen}) = f(x) + A_1^{gen} \sum_{i=1}^n G[g_i(x)] + A_2^{gen} \sum_{i=1}^m H[h_i(x)]. \quad (16)$$

式中:  $F(x, A_1^{gen}, A_2^{gen})$  为惩罚函数;  $G[g_i(x)]$  为不等式约束条件构造的复合函数;  $H[h_i(x)]$  为等式约束条件构造的复合函数;  $A_1, A_2$  为惩罚因子, 在迭代过程中, 其随着迭代次数  $gen$  的增大而增大, 可以将其视为加权项。

在迭代过程中, 通过不断地调整惩罚因子  $A_1^{gen}$  与  $A_2^{gen}$ , 使无约束目标函数  $F(x, A_1^{gen}, A_2^{gen})$  的极小点序列  $x^*(A_1^{gen}, A_2^{gen})$  逐渐收敛到原约束优化问题目标函数  $f(x)$  的约束最优解上, 并满足式(17)。

$$\begin{cases} \lim_{gen \rightarrow \infty} A_1^{gen} \sum_{i=1}^n G[g_i(x)] = 0, \\ \lim_{gen \rightarrow \infty} A_2^{gen} \sum_{i=1}^m H[h_i(x)] = 0, \\ \lim_{gen \rightarrow \infty} |F(x, A_1^{gen}, A_2^{gen}) - f(x)| = 0. \end{cases} \quad (17)$$

随着迭代次数  $gen$  逐渐增加, 其差值越来越小, 最终趋于 0。因此, 求解的约束极值问题将转化为求解的无约束极值问题, 通过无约束优化方法得到目标函数  $F(x, A_1^{gen}, A_2^{gen})$  的最优解即为约束目标函数  $f(x)$  的最优解。

### 2.3 交叉、变异操作

交叉与变异操作是 GA 的重要内容, 交叉操作将父代个体配对, 进行一个或者多个基因位置重组, 增加最优个体的出现机率, 提高了全局搜索能力; 变异操作通过改变个体内部的基因, 来克服个体早熟收

敛<sup>[12]</sup>。因此, 在 PSO 中引入 GA 的交叉、变异操作, 可以使得粒子更加适应种群环境, 从而找到问题的全局最优解。

在粒子群 - 遗传混合算法中, 当每次迭代出现的全局最优值与上一代的全局最优值相同、出现的个数之和超过图 2 所设置的  $k_{max}$  时, 则默认此时粒子已经陷入局部最优。此时, 将对下一代粒子的位置进行 GA 的交叉与变异操作, 产生子代, 然后与父代进行比较, 选取适应度值较高的子代再进行下一代进化。通过引入 GA 的交叉、变异操作, 可以增加粒子的多样性, 从而跳出局部最优。

通过模拟二进制交叉算子 SBC (simulated binary crossover) 对粒子群 - 遗传混合算法进行实时编码交叉操作, 假设粒子群父代个体  $X^1(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$  和  $X^2(x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)$ , 使用 SBC 算子产生的两个子代个体  $C^1(c_1^1, c_2^1, \dots, c_n^1)$  和  $C^2(c_1^2, c_2^2, \dots, c_n^2)$ , 可以通过式(18)计算:

$$\begin{cases} c_i^1 = 0.5[(1+\beta)x_i^1 + (1-\beta)x_i^2], \\ c_i^2 = 0.5[(1-\beta)x_i^1 + (1+\beta)x_i^2]. \end{cases} \quad (18)$$

式中  $\beta$  由式(19)动态随机决定。

$$\beta = \begin{cases} (2 \times rand)^{\frac{1}{1+mu}}, & rand \leq 0.5; \\ \left(\frac{1}{2-2 \times rand}\right)^{\frac{1}{1+mu}}, & rand > 0.5. \end{cases} \quad (19)$$

式中:  $rand$  为常数, 且在 0~1 之间随机变动;  $mu$  为交叉算子的分布指数, 且  $mu > 0$ , 一般取  $mu=1$ 。

通过多项式变异算子对粒子群 - 遗传混合算法进行变异操作, 假设子代的个体为  $X^i(x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i)$ , 对子代个体中某个染色体进行变异操作, 由式(20)计算得到:

$$x_t^i = x_t^i + \eta. \quad (20)$$

式中:  $t$  为子代个体中染色体的位置;  $\eta$  由式(21)动态随机决定。

$$\eta = \begin{cases} (2 \times rand)^{\frac{1}{1+mum}} - 1, & rand < 0.5; \\ 1 - [2 \times (1 - rand)]^{\frac{1}{1+mum}}, & rand \geq 0.5. \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $mum$  为变异算子的分布指数, 且  $mum > 0$ , 一般取  $mum=1$ 。

### 2.4 粒子群 - 遗传混合算法的优化操作

根据粒子群 - 遗传混合算法的运行原理, 利用惩罚函数处理深沟球轴承优化设计中的约束条件, 以确保目标函数值在合理范围内。当粒子陷入局部最优时, 结合 GA 的优势, 对粒子个体进行交叉、变异操

作, 扩大寻优区域, 从而求得全局最优解, 具体优化流程如图 2 所示, 具体的优化操作步骤如下:

步骤 1 初始化相关参数。

步骤 2 初始化种群各个粒子的速度与位置, 随机生成粒子群。

步骤 3 根据罚函数来惩罚, 计算粒子的适应度值, 确定粒子的全局最优值和局部最优值。

步骤 4 根据式 (14) 更新粒子的惯性权重, 更新当前粒子的速度和位置。

步骤 5 判断迭代出现的全局最优值与上一代的全局最优值同时出现的个数是否超过所设的  $k_{max}$ , 若超过, 则对粒子群中的每个粒子位置进行 GA 的交叉和变异操作; 反之则进行下一步。

步骤 6 再次利用罚函数更新粒子的目标适应度值, 同时更新粒子的全局最优值与局部最优值。

步骤 7 判断迭代出现的全局最优值与上一代的全局最优值是否相同, 若相同, 则在  $k$  值的基础上加 1; 若不相同, 则  $k$  值归零。

步骤 8 该粒子群运行到所设的最大迭代次数  $gen_{max}$  时, 即得到全局最优解。

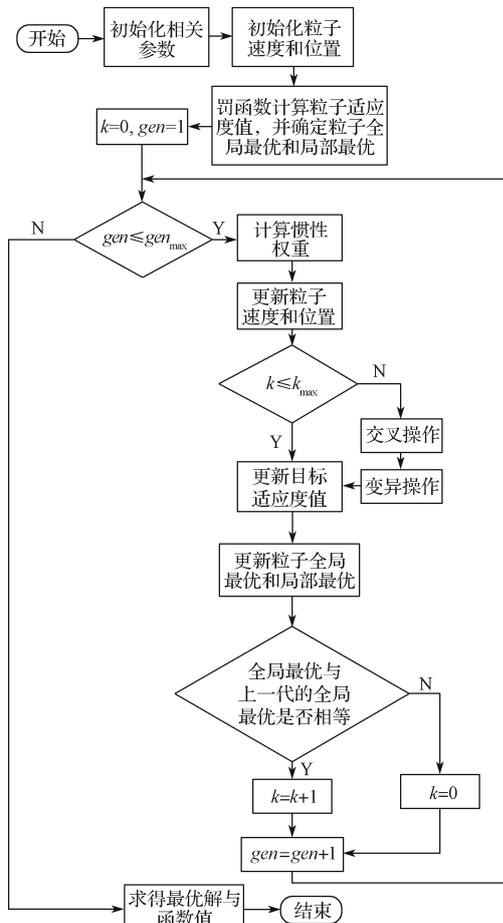


图 2 粒子群 - 遗传混合算法流程

Fig. 2 Particle swarm optimization genetic hybrid algorithm process

### 3 算例分析

#### 3.1 6206 型深沟球轴承算例分析

本研究以在新能源汽车电驱系统中广泛应用的 6206 型深沟球轴承为优化对象。优化前轴承外径为 62 mm、内径为 30 mm, 曲率和为 0.591 6, 约束系数  $a_r=3.738$ ,  $b_r=0.416 6$ ,  $f_r=1.5$ 。根据所提粒子群 - 遗传混合算法, 设定种群规模  $N=50$ , 最小惯性权重  $w_{min}=0.4$ , 最大惯性权重  $w_{max}=0.9$ , 个体学习因子和社会学习因子为  $c_1=c_2=1.5$ , 最大迭代次数  $gen_{max}=500$ , 惩罚因子  $A_1=1 \times 10^{12}$ ,  $A_2=0$ , 最大粒子速度  $v_{max}=1$ , 最小粒子速度  $v_{min}=-1$ , 交叉概率  $p_{cross}=0.7$ , 变异概率  $p_{mutation}=0.1$ , 交叉算子的分布参数  $mu=10$ , 变异算子的分布参数  $mum=30$ , 允许全局最优值重复出现的最大个数  $k_{max}=4$ 。通过设置线性加权系数  $a_1$ 、 $a_2$ , 在不同的优化目标下对深沟球轴承进行优化设计。

同时, 为了验证粒子群 - 遗传混合算法在优化设计上所达到的效果, 在相同的优化参数条件下, 分别采用粒子群算法和遗传算法对 6206 型深沟球轴承进行优化, 对比其优化结果。

当线性加权系数  $a_1=1$ 、 $a_2=0$  时, 优化目标对象为  $C_r$ , 优化后的结果如图 3 所示。

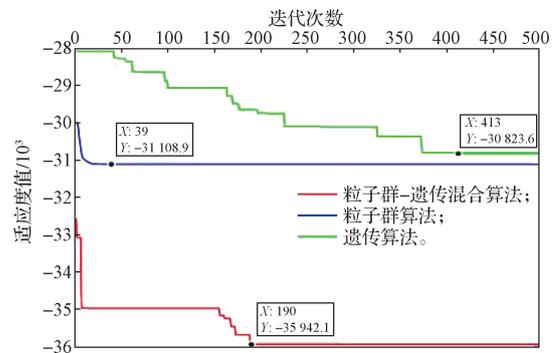


图 3 6206 型深沟球轴承  $C_r$  优化结果

Fig. 3  $C_r$  optimization results of 6206 deep groove ball bearing

由图 3 可以得知, 轴承的  $C_r$  在粒子群 - 遗传混合算法下, 经过 190 次迭代后收敛于 35 942.1 kN, 达稳定值; 在粒子群算法下, 经 39 次迭代后收敛于 31 108.9 kN, 粒子已陷入局部最优解; 在遗传算法下, 经 413 次迭代后收敛于 30 823.6 kN, 还有寻找最优解的可能。各算法对应的轴承设计变量值见表 2。

表 2 6206 型深沟球轴承  $C_r$  优化后的设计变量值

Table 2 Design variable values of 6206 deep groove ball bearing after  $C_r$  optimization

算法种类	设计变量	$D_w/mm$	$D_j/mm$	$Z/mm$	$f_i/mm$	$f_o/mm$
粒子群 - 遗传混合算法	X	12.595	146.574	0	10	0.515 000 0.515 020
粒子群算法	X	10.974	847.540	5	11	0.515 000 0.515 000
遗传算法	X	11.270	044.697	5	10	0.515 205 0.516 837

当线性加权系数  $a_1=0$ 、 $a_2=1$  时, 优化目标对象为  $C_{or}$ , 优化后的结果如图 4 所示。

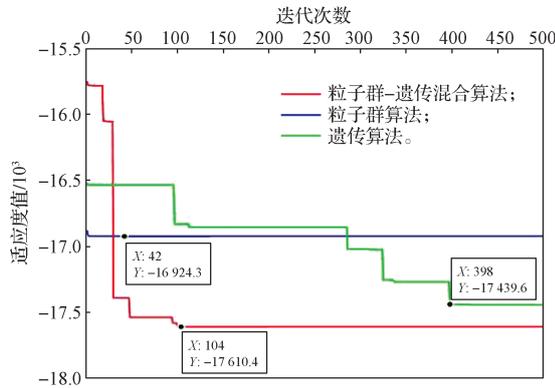


图 4 6206 型深沟球轴承  $C_{or}$  优化结果

Fig. 4  $C_{or}$  optimization results of 6206 deep groove ball bearing

由图 4 可知, 轴承的  $C_{or}$  在粒子群 - 遗传混合算法下, 经过 104 次迭代后, 收敛于 17 610.4 kN, 达到稳定值; 在粒子群算法下, 经过 42 次迭代后, 收敛于 16 924.3 kN, 粒子已陷入局部最优解; 在遗传算法下, 经过 398 次迭代后, 收敛于 17 439.6 kN, 且还有寻找最优解的可能性。轴承在各算法下对应的设计变量参数如表 3 所示。

表 3 6206 型深沟球轴承  $C_{or}$  优化后设计变量值

Table 3 Design variable values of 6206 deep groove ball bearing after  $C_{or}$  optimization

算法种类	设计变量	$D_w/mm$	$D_j/mm$	$Z/mm$	$f_i/mm$	$f_o/mm$
粒子群 - 遗传混合算法	X	11.436 0	48.250 9	11	0.515 000	0.530 000
粒子群算法	X	10.485 7	49.101 6	11	0.515 000	0.525 360
遗传算法	X	11.254 6	48.282 6	11	0.515 183	0.518 575

当线性加权系数  $a_1=0.5$ 、 $a_2=0.5$  时, 优化目标对象为联合额定载荷, 优化后的结果如图 5 所示。

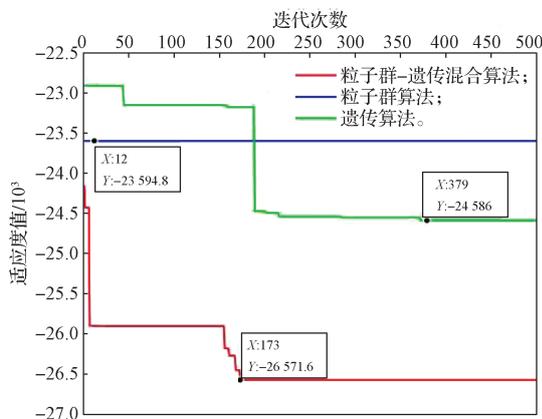


图 5 6206 型深沟球轴承联合额定载荷优化结果

Fig. 5 Optimization results of combined rated load of 6206 deep groove ball bearing

由图 5 可看出, 轴承的联合额定载荷在粒子群 - 遗传混合算法下, 经 173 次迭代后, 收敛于 26 571.6

kN, 达到稳定值; 在粒子群算法下, 经 12 次迭代后, 收敛于 23 594.8 kN, 粒子已陷入局部最优解; 在遗传算法下, 经过 379 次迭代后, 收敛于 24 586 kN, 还有寻找最优解的可能性。在各对应的算法下, 轴承设计变量参数如表 4 所示。

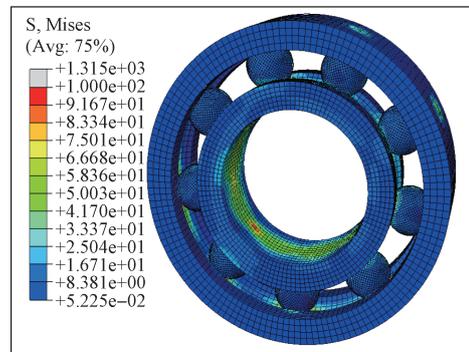
表 4 6206 型深沟球轴承联合额定载荷优化后设计变量值

Table 4 Design variable values of 6206 deep groove ball bearing after optimization of the combined rated load

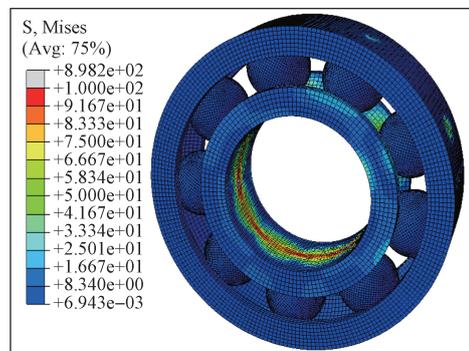
算法种类	设计变量	$D_w/mm$	$D_j/mm$	$Z/mm$	$f_i/mm$	$f_o/mm$
粒子群 - 遗传混合算法	X	12.800 0	46.531 1	9	0.515 000	0.529 877
粒子群算法	X	11.367 4	48.218 4	11	0.520 000	0.516 818
遗传算法	X	10.954 5	48.784 2	11	0.515 448	0.516 740

### 3.2 6206 型深沟球轴承有限元分析

为了验证所提粒子群 - 遗传混合算法应用于轴承结构参数优化的有效性, 基于优化得到的 6206 型深沟球轴承, 联合额定载荷设计变量参数, 施加 16 kN 的径向载荷, 建立有限元模型并进行仿真分析, 得到优化前后的接触应力云图如图 6 所示。优化前的最大接触应力为 1 315 MPa, 优化后的最大接触应力为 898.2 MPa。相比于优化前, 深沟球轴承所承受接触应力下降了 31.7%, 这有益于提升轴承实际使用性能和疲劳寿命。



a) 优化前



b) 优化后

图 6 深沟球轴承接触应力云图

Fig. 6 Cloud chart of contact stress of deep groove ball bearing

### 3.3 敏感度分析

基于优化后的结构参数分析制造误差对轴承性能影响的敏感程度, 可以为提高轴承服役水平提供更加全面的参考。在深沟球轴承的实际制造过程中,  $\pm 0.5\%$  的制造误差是其最常见的误差范围<sup>[13]</sup>。因此, 为确定优化后的深沟球轴承性能, 本文以优化后的6206型深沟球轴承联合额定载荷设计变量为例, 分析当设计变量参数  $D_w$ 、 $D_j$ 、 $f_i$ 、 $f_o$  的制造误差分别为  $-0.5\%$  和  $+0.5\%$  时, 目标函数  $C_r$  和  $C_{or}$  的变化情况。当制造误差为  $-0.5\%$  和  $+0.5\%$  时, 目标函数  $C_r$  和  $C_{or}$  的敏感度分析结果如表5和表6所示。

表5 制造误差为  $-0.5\%$  的敏感度分析结果

Table 5 Sensitivity analysis results with a manufacturing error of  $-0.5\%$

生产情况	制造误差 /%				目标函数变化比情况 /%	
	$D_w$	$D_j$	$f_i$	$f_o$	$C_r$	$C_{or}$
1	-0.5				-0.061 9	-0.051 3
2		-0.5			-0.001 4	-0.010 2
3			-0.5		15.210 3	1.363 1
4				-0.5	0.639 4	-0.002 2
5	-0.5	-0.5			-0.064 0	-0.059 3
6		-0.5	-0.5		15.208 6	1.354 9
7			-0.5	-0.5	16.399 8	1.363 1
8	-0.5			-0.5	0.577 1	-0.051 3
9	-0.5		-0.5		15.135 4	1.313 5
10		-0.5		-0.5	0.637 0	-0.010 2
11	-0.5	-0.5	-0.5		15.133 7	1.305 4
12		-0.5	-0.5	-0.5	16.397 7	1.354 9
13	-0.5		-0.5	-0.5	16.325 5	1.313 5
14	-0.5	-0.5		-0.5	0.574 8	-0.059 3
15	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	16.323 4	1.305 4

表6 制造误差为  $+0.5\%$  的敏感度分析结果

Table 6 Sensitivity analysis results with a manufacturing error of  $+0.5\%$

生产情况	制造误差 /%				目标函数变化比情况 /%	
	$D_w$	$D_j$	$f_i$	$f_o$	$C_r$	$C_{or}$
16	+0.5				0.063 3	0.046 9
17		+0.5			0.002 9	0.005 8
18			+0.5		-9.914 0	-1.314 6
19				+0.5	-0.645 2	-0.002 2
20	+0.5	+0.5			0.065 5	0.054 9
21		+0.5	+0.5		-9.911 8	-1.306 7
22			+0.5	+0.5	-10.326 6	-1.314 6
23	+0.5			+0.5	-0.582 3	0.046 9
24	+0.5		+0.5		-9.858 7	-1.265 9
25		+0.5		+0.5	-0.643 3	0.005 8
26	+0.5	+0.5	+0.5		-9.856 5	-1.258 1
27		+0.5	+0.5	+0.5	-10.324 5	-1.306 7
28	+0.5		+0.5	+0.5	-10.271 0	-1.265 9
29	+0.5	+0.5		+0.5	-0.580 4	0.054 9
30	+0.5	+0.5	+0.5	+0.5	-10.268 9	-1.258 1

表5和6中的生产情况3、6、7、9、11~13、

15、19、22、23、25、27~30的状态不满足深沟球轴承的约束条件。因此, 上述生产情况将不进行后续的分析。

由表5可知, 当制造误差为  $-0.5\%$  时, 生产情况为4、8、10和14时, 轴承性能较好, 为1、2和5时, 轴承性能较差; 当  $D_w$  变化为  $-0.5\%$  时,  $C_r$  和  $C_{or}$  分别变化为  $-0.061 9\%$  和  $-0.051 3\%$ ; 当  $D_j$  变化为  $-0.5\%$  时,  $C_r$  和  $C_{or}$  分别变化为  $-0.001 4\%$  和  $-0.010 2\%$ ; 当  $f_o$  变化为  $-0.5\%$  时,  $C_r$  和  $C_{or}$  分别变化为  $0.639 4\%$  和  $-0.002 2\%$ 。

由表6可知, 当制造误差为  $+0.5\%$  时, 生产情况16、17和20时的深沟球轴承性能较好, 为18、21、24和26时轴承性能较差; 当  $D_w$  变化为  $+0.5\%$  时,  $C_r$  和  $C_{or}$  分别变化为  $0.063 3\%$  和  $0.046 9\%$ ; 当  $D_j$  变化为  $+0.5\%$  时,  $C_r$  和  $C_{or}$  分别变化为  $0.002 9\%$  和  $0.005 8\%$ ; 当  $f_i$  变化为  $+0.5\%$  时,  $C_r$  和  $C_{or}$  分别变化为  $-9.914 0\%$  和  $-1.314 6\%$ 。

从上述关于表5~6的分析中可以得出, 当制造误差为  $-0.5\%$  时, 目标函数  $C_r$  和  $C_{or}$  在整体上是优于最终的优化值, 但容易受深沟球轴承几何约束条件的限制, 符合条件的不多; 当制造误差为  $+0.5\%$  时, 目标函数  $C_r$  和  $C_{or}$  在整体上劣于最终的优化值。因此, 在制造生产中, 要避免制造误差为正; 制造误差为负时, 要根据深沟球轴承的几何约束条件进行校验。

## 4 结论

针对深沟球轴承的优化设计问题, 提出了一种基于粒子群-遗传混合算法的深沟球轴承优化设计方法。优化结果表明, 该算法收敛性较好, 优化能力较强, 运算速度较快, 接触应力更小。

1) 通过在粒子群-遗传混合算法中引入罚函数、交叉和变异操作, 有效地解决了 PSO 带约束优化问题求解难题和易陷入局部最优解问题。

2) 采用粒子群-遗传混合算法与 PSO 和 GA 的优化结果进行对比分析表明, 经粒子群-遗传混合算法优化后的最佳适应度值和目标函数值明显优于其它两种算法的对应值, 可更好地提高深沟球轴承的性能。

3) 经有限元对比分析结果表明, 优化后的深沟球轴承所承受接触应力下降了  $31.7\%$ , 有益于提升轴承实际使用性能和疲劳寿命。

4) 经敏感度分析可得, 制造误差为  $+0.5\%$  时, 深沟球轴承的使用性能会下降; 制造误差为  $-0.5\%$  时, 深沟球轴承的使用性能会上升, 但要根据深沟球轴承

的几何约束条件进行校验。

#### 参考文献:

- [1] 夏兆才. 6202 型深沟球轴承沟曲率的磨损研究与结构优化 [D]. 南京: 东南大学, 2020.  
XIA Zhaocai. Wear Research and Structural Optimization of Groove Curvature of 6202 Deep Groove Ball Bearing[D]. Nanjing: Southeast University, 2020.
- [2] 李敬雍, 高 飞, 黄利平, 等. 基于粒子群算法的深沟球轴承优化设计研究 [J]. 轴承, 2023(1): 12-16, 27.  
LI Jingyong, GAO Fei, HUANG Liping. Optimal Design of Deep Groove Ball Bearings Based on Particle Swarm Optimization[J]. Bearing, 2023(1): 12-16, 27.
- [3] 朱 晟, 路德任. 基于改进粒子群算法的面板堆石坝流变反演分析 [J]. 岩石力学与工报, 2022, 41(增刊 1): 2971-2978.  
ZHU Sheng, LU Deren. Rheological Back Analysis of Face Rockfill Dam Based on Improved Particle Swarm Optimization[J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2022, 41(S1): 2971-2978.
- [4] 胡启国, 杜春超, 吴明钦, 等. 角接触球轴承的罚函数粒子群算法优化设计 [J]. 重庆交通大学学报 (自然科学版), 2021, 40(9): 145-150.  
HU Qiguo, DU Chunchao, WU Mingqin, et al. Optimization Design of Penalty Function Particle Swarm Optimization Algorithm for Angular Contact Ball Bearings[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Sciences), 2021, 40(9): 145-150.
- [5] 李佳琪, 王晓红, 孙 军. 粒子群算法参数选择对动压滑动轴承优化设计的影响 [J]. 机械设计, 2014, 31(3): 55-59.  
LI Jiaqi, WANG Xiaohong, SUN Jun. Effect on Optimization Design of Dynamic Journal Bearing by Parameter Choice of Particle Swarm Algorithm[J]. Journal of Machine Design, 2014, 31(3): 55-59.
- [6] 程 超, 汪久根. 基于遗传算法的双列角接触球轴承优化设计 [J]. 机械设计, 2015, 32(2): 46-50.  
CHENG Chao, WANG Jiugen. Optimal Design of Double-Row Angular Contact Ball Bearing Based on Genetic Algorithm[J]. Journal of Machine Design, 2015, 32(2): 46-50.
- [7] 刘泽九. 滚动轴承应用手册 [M]. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2014: 201-220.  
LIU Zejiu. Rolling Bearing Application Manual[M]. 3rd ed. Beijing: China Machine Press, 2014: 201-220.
- [8] 王黎钦. 滚动轴承的极限设计 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2013: 16-20.  
WANG Liqin. Design and Numerical Analysis of Rolling Element Bearing for Extreme Applications[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2013: 16-20.
- [9] RAJESWARA RAO B, RAJIV T. Optimum Design of Rolling Element Bearings Using Genetic Algorithms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 42(2): 233-250.
- [10] KENNEDY J, EBERHART R. Particle Swarm Optimization[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks. Perth: Circuits and Systems, 1995: 1942-1948.
- [11] 王兴华. 惩罚函数法的改进算法及应用研究 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2009.  
WANG Xinghua. Research on Improved Algorithm and Application of Penalty Function Method[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2009.
- [12] 谢燕丽, 许青林, 姜文超. 一种基于交叉和变异算子改进的遗传算法研究 [J]. 计算机技术与发展, 2014, 24(4): 80-83.  
XIE Yanli, XU Qinglin, JIANG Wenchao. An Improved Genetic Algorithm Based on Crossover and Mutation Operators[J]. Computer Technology and Development, 2014, 24(4): 80-83.
- [13] WAGHOLE V, TIWARI R. Optimization of Needle Roller Bearing Design Using Novel Hybrid Methods[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 72: 71-85.

(责任编辑: 廖友媛)