

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2023.04.004

基于双边闭环函数的 T-S 模糊模型 非线性系统网络跟踪控制

肖会芹, 徐春秀, 黄浪尘, 曾红兵, 彭天顺

(湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘要: 研究了一类基于 T-S 模糊模型的非线性系统网络跟踪控制问题。首先基于输入时滞法, 建立了考虑网络诱导时滞和数据丢包的 T-S 模糊模型非线性系统跟踪误差模型; 然后利用采样区间 $[t_k, t_{k+1})$ 信息, 构建了一个新的双边闭环 Lyapunov-Krasovskii (L-K) 泛函, 并使用新的 L-K 泛函和自由权矩阵积分不等式, 得到了非线性网络系统 H_∞ 跟踪控制的稳定性判据, 以及控制器的设计方法。仿真结果表明, 在相同网络条件下, 所设计模糊控制器产生的跟踪误差相比已有文献结果明显更小; 在相同的 H_∞ 跟踪性能要求下, 比已有文献具有更大的输入时滞上界, 表明相较于现有方法, 所提方法的保守性更低。

关键词: 双边闭环函数; T-S 模糊模型; 网络跟踪控制; 采样控制

中图分类号: TP273⁺.4

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2023)04-0020-08

引文格式: 肖会芹, 徐春秀, 黄浪尘, 等. 基于双边闭环函数的 T-S 模糊模型非线性系统网络跟踪控制 [J]. 湖南工业大学学报, 2023, 37(4): 20-27.

Network Tracking Control of T-S Fuzzy Model Nonlinear System Based on Bilateral Closed-Loop Function

XIAO Huiqin, XU Chunxiu, HUANG Langchen, ZENG Hongbing, PENG Tianshun

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: A research has been conducted on the problem of network tracking control for a class of nonlinear systems based on T-S fuzzy model. By adopting the input-delay method, a T-S fuzzy model nonlinear system tracking error model has been established, with network-induced delay and packet loss taken into consideration. Furthermore, by using the information of the sampling interval $[t_k, t_{k+1})$, a new bilateral closed-loop Lyapunov-Krasovskii (L-K) functional is proposed, followed by an application of the proposed L-K functional and free-matrix-based integral inequality, thus obtaining the stability criterion for H_∞ tracking control of nonlinear network systems and the design of the controllers. The simulation results show that under the same network conditions, the designed fuzzy controller has a significantly smaller tracking errors than that of the existing literature; under the same H_∞ tracking performance requirements, the proposed method is characterized with a larger upper bound of input delay than the existing methods, indicating that the proposed method is less conservative than the existing methods.

Keywords: bilateral closed-loop function; T-S fuzzy model; network tracking control; sampling control

收稿日期: 2022-11-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (62173136)

作者简介: 肖会芹 (1977-), 女, 河北定州人, 湖南工业大学教授, 博士, 主要研究方向为网络控制系统和时滞系统,

E-mail: xiaohq_610@126.com

1 研究背景

近几十年来, 因实际工程需要使得非线性系统稳定和综合问题的研究受到了大量学者的关注。而 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊模型^[1], 因其对非线性系统优越的逼近特性, 降低了非线性系统的分析难度, 成为非线性系统建模和控制的强有力工具。于是大量基于 T-S 模糊模型的非线性系统问题被科研工作者们研究, 如稳定性问题^[2]、鲁棒耗散控制问题^[3]、滤波器设计问题^[4]、滑模控制问题^[5], 以及跟踪控制问题^[6]等。

跟踪控制的主要目标是设计一个跟踪控制器, 使被控对象输出或状态在一个小的误差范围内跟踪给定参考信号^[7]。跟踪控制在现代工业中的应用非常普遍, 如路径跟踪^[8]、轨迹跟踪^[9]等。因为非线性系统跟踪控制问题相较于稳定性问题更为复杂, 更具有挑战性, 从而成为当下的研究热点之一。

网络的快速发展、网络节点硬件成本的不断降低, 也使得网络被广泛地应用到非线性系统的跟踪控制中^[8-15]。但是在实际网络控制系统中, 网络通信带宽有限, 这会使得网络系统产生信号传输时滞、数据包丢失等现象, 这在一定条件下会显著降低系统性能, 甚至影响系统的稳定性。因此, 目前非线性系统的网络跟踪控制也引起了许多学者的关注。文献[11]在变采样周期情况下, 为提高带宽利用率, 提出了一种事件触发方案, 研究非线性网络控制系统输出跟踪控制问题。文献[15]中提出将定采样周期、数据传输时滞和数据丢包统一转化为零阶保持器端数据更新周期, 通过求解零阶保持器端最大数据更新周期, 研究了考虑网络诱导和丢包的非线性系统网络跟踪控制问题。虽然上述文献都取得了一定的研究成果, 但是没有充分利用采样区间的信息, 这使得结果仍然存在一定的保守性。

近年来, 很多学者基于输入时滞方法^[16]提出了新的分析方法。如不连续 L-K (Lyapunov-Krasovskii) 泛函方法^[17], 时间依赖离散型 Lyapunov 泛函方法^[18], 闭环 Lyapunov 泛函方法^[19], 双边闭环函数方法^[20]等。其中, 由于双边闭环函数方法包含 $[t_k, t]$ 和 $[t_k, t_{k+1})$ 采样区间信息, 且只要求 Lyapunov 泛函在采样点大于 0。这给 Lyapunov 泛函的构建带来更多的自由度, 使其被越来越多的学者使用^[21-25]。如文献[21]通过分割采样区间来构造新的双边闭环 Lyapunov 泛函, 进而得到改进的稳定性判据。文献[25]利用双边闭环函数方法, 研究了数据通信时延环境下采样控制系统的稳定性问题。

基于上述双边闭环函数的思想, 本文拟在 T-S 模糊模型非线性系统网络跟踪控制中, 引入一个新的双边闭环泛函, 用以研究考虑网络诱导时滞和数据丢包环境下, 该类系统的 H_∞ 跟踪控制问题。这种双边闭环函数在泛函构造中考虑了系统采样区间 $[t_k, t_{k+1})$ 的信息, 因而使得积分不等式的向量和状态向量紧密耦合。且其充分利用了有关实际采样的区间结构特征信息, 并且使用自由权矩阵积分不等式来进一步降低系统的保守性, 得到了基于线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 的跟踪系统稳定性判据。最后, 通过一个实例进行仿真, 验证了所提出设计方法的有效性和优越性。

本文采用如下标号: 上标“-1”和“T”分别表示矩阵的“逆”和矩阵的“转置”; \mathbf{R}^n 表示 n 维欧几里得空间; $\mathbf{R}^{m \times n}$ 代表 $m \times n$ 维的实矩阵; $p > 0$ 表示矩阵是正定的; $\text{diag}\{\dots\}$ 表示块对角矩阵; “*”表示对称矩阵中的对称项; \mathbf{I} 和 $\mathbf{0}$ 分别代表合适维度的单位矩阵和零矩阵; $\text{He}\{\mathbf{X}\} = \mathbf{X} + \mathbf{X}^T$; $\text{col}\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_n^T]^T$ 。

2 问题描述

用 T-S 模糊模型描述如下—类非线性网络控制系统, 该模型由 r 条模糊规则组成, 其中第 l 条模糊规则如下:

If: $z_1(t)$ is F_{i1} and \dots and $z_g(t)$ is F_{ig} ,

Then:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_{oi} \boldsymbol{\sigma}(t), \quad (1)$$

其中: $i \in \{1, 2, \dots, r\}$;

$z_f(t)$ ($f=1, 2, \dots, g$) 为模糊前提变量;

$\mathbf{z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t)]^T$ 为 $\mathbf{x}(t)$ 的函数;

F_{if} ($f=1, 2, \dots, g$) 为模糊集合;

$\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量;

$\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$ 为控制输入;

$\boldsymbol{\sigma}(t) \in \mathbf{R}^q$ 表示有界外部干扰;

\mathbf{A}_i 、 \mathbf{B}_i 、 \mathbf{B}_{oi} 为维数适当的常数矩阵。

模糊系统为各个子系统输出的加权平均, 即

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [\mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_{oi} \boldsymbol{\sigma}(t)]. \quad (2)$$

式中: $h_i(z(t)) = \mu_i(z(t)) / \left[\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) \right]$, 且

$$h_i(z(t)) \geq 0 (i=1, 2, \dots, r), \quad \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1,$$

其中 $\mu_i(z(t)) = \prod_{f=1}^g F_{if}(z_f(t))$, 且

$$\mu_i(z(t)) \geq 0 (i=1, 2, \dots, r), \quad \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) > 0,$$

其中, $F_{if}(z_f(t))$ 为 $z_f(t)$ 属于模糊集合 F_{if} 的隶属度函数。

参考模型定义为

$$\dot{\mathbf{x}}_r(t) = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{B}_r \mathbf{v}(t). \quad (3)$$

式中: $\mathbf{x}_r(t) \in \mathbf{R}^n$ 为参考模型状态向量;

$\mathbf{v}(t) \in \mathbf{R}^q$ 为有界参考输入向量;

\mathbf{A}_r 和 \mathbf{B}_r 分别为参考模型系数矩阵和输入矩阵。

根据并行分布补偿控制策略设计局部模糊控制器, 当不考虑网络和采样的情形下, 其规则 i 为

If: $z_1(t)$ is F_{i1} and \dots and $z_g(t)$ is F_{ig} ,

Then: $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_i (\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_r(t)) = \mathbf{K}_i \mathbf{e}(t)$ 。

其中: $\mathbf{u}(t)$ 为被控对象输入控制信号 (即零阶保持器输出信号);

$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_r(t)$ 是状态跟踪误差;

\mathbf{K}_i 为状态跟踪误差反馈矩阵。

则合成的模糊控制器为

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \mathbf{K}_i \mathbf{e}(t). \quad (4)$$

现考虑网络传输时滞和数据丢包因素, 设定采样数据 $\mathbf{e}(t_k)$ 从传感器到零阶保持器输出端所经历的时滞为 τ_k , 则被控对象的控制输入信号 $\mathbf{u}(t)$ 被描述为

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t_k - \tau_k)) \mathbf{K}_i \mathbf{e}(t_k - \tau_k), \quad t \in [t_k, t_{k+1}). \quad (5)$$

式中: t_k 和 t_{k+1} 分别为零阶保持器的相邻的数据更新时间。

设 t_k 到 t_{k+1} 累计丢包个数为 γ_{k+1} , 则同时考虑时滞和丢包的零阶保持器数据更新周期为

$$t_{k+1} - t_k = (\gamma_{k+1} + 1)h + \tau_{k+1} - \tau_k, \quad (6)$$

式中 h 为采样周期。

利用输入时滞方法, 令

$$t_k - \tau_k = t - \eta_k(t), \quad (7)$$

由式 (5) ~ (7) 得:

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t - \eta_k(t))) \mathbf{K}_i \mathbf{e}(t - \eta_k(t)), \quad t \in [t_k, t_{k+1}). \quad (8)$$

假定能够保证非线性网络系统稳定的数据传输时滞上界为 τ , 最大丢包个数为 γ , 即有

$$0 \leq \tau_k \leq \eta_k(t) \leq \eta.$$

式中 $\eta = (\gamma + 1)h + \tau$ 。

现联立式 (2) (3), 可得跟踪误差模型如下:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}_r(t) =$$

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{ \mathbf{A}_i \mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) \} + \boldsymbol{\omega}_e(t). \quad (9)$$

式中:

$$\boldsymbol{\omega}_e(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [(\mathbf{A}_i - \mathbf{A}_r) \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{B}_{oi} \boldsymbol{\sigma}(t)] - \mathbf{B}_r \mathbf{v}(t) =$$

$$[\boldsymbol{\omega}_{e1}^T(t) \quad \boldsymbol{\omega}_{e2}^T(t) \quad \dots \quad \boldsymbol{\omega}_{en}^T(t)]^T.$$

将式 (8) 代入式 (9), 得

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t) h_j(t - \eta_k(t)) \{ \mathbf{A}_i \mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_j \mathbf{e}(t - \eta_k(t)) \} + \\ \boldsymbol{\omega}_e(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}); \\ \mathbf{e}(t) = \boldsymbol{\varphi}(t), \quad t \in [-\eta, 0] \end{cases} \quad (10)$$

定义 1 对系统 (10) 有如下 H_∞ 跟踪指标:

$$\int_0^\infty \mathbf{e}^T(t) \mathbf{Q}_g \mathbf{e}(t) dt \leq V(0) + \rho^2 \int_0^\infty \boldsymbol{\omega}_e^T(t) \boldsymbol{\omega}_e(t) dt, \quad (11)$$

式中: \mathbf{Q}_g 为正定矩阵;

ρ 为 H_∞ 衰减度, 即从 $\boldsymbol{\omega}_e(t)$ 到 $\mathbf{e}(t)$ 的 L_2 增益不大于给定值 ρ^2 。

为了降低系统稳定性条件的保守性, 本文需用到以下引理。

引理 1^[26] 对于正定矩阵 $\boldsymbol{\kappa}$, 两个标量 α 和 β 满足 $\beta > \alpha > 0$, 向量 $\boldsymbol{\theta}_1$ 、 $\boldsymbol{\theta}_2$ 以及矩阵 \mathbf{L}_1 、 \mathbf{L}_2 、 \mathbf{L}_3 有如下不等式成立:

$$-\int_\alpha^\beta \mathbf{e}^T(s) \boldsymbol{\kappa} \dot{\mathbf{e}}(s) ds \leq \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\omega}_i \boldsymbol{\theta}_i, \quad i=1, 2.$$

式中:

$$\boldsymbol{\omega}_i = \lambda \left(\mathbf{L}_1 \boldsymbol{\kappa}^{-1} \mathbf{L}_1^T + \frac{1}{3} \mathbf{L}_2 \boldsymbol{\kappa}^{-1} \mathbf{L}_2^T + \frac{1}{5} \mathbf{L}_3 \boldsymbol{\kappa}^{-1} \mathbf{L}_3^T \right) +$$

$$\text{He} \left\{ \mathbf{L}_1 \boldsymbol{\Pi}_1 + \mathbf{L}_2 \boldsymbol{\Pi}_2 + \mathbf{L}_3 \boldsymbol{\Pi}_3^{(i)} \right\};$$

其中, $\boldsymbol{\Pi}_1 = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$,

$$\boldsymbol{\Pi}_2 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3,$$

$$\boldsymbol{\Pi}_3^{(1)} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 - 6\mathbf{e}_3 + 6\mathbf{e}_4,$$

$$\boldsymbol{\Pi}_3^{(2)} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + 6\mathbf{e}_3 - 6\mathbf{e}_4,$$

且 $\mathbf{e}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times (j-1)n} & \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times (4-j)n} \end{bmatrix}$, $j=1, 2, \dots, 4$;

$\boldsymbol{\theta}_1 =$

$$\text{col} \left\{ \mathbf{e}(\beta), \mathbf{e}(\alpha), \frac{1}{\lambda} \int_\alpha^\beta \mathbf{e}(s) ds, \frac{2}{\lambda^2} \int_\alpha^\beta \int_\alpha^s \mathbf{e}(u) du ds \right\};$$

$\boldsymbol{\theta}_2 =$

$$\text{col} \left\{ \mathbf{e}(\beta), \mathbf{e}(\alpha), \frac{1}{\lambda} \int_\alpha^\beta \mathbf{e}(s) ds, \frac{2}{\lambda^2} \int_\alpha^\beta \int_s^\beta \mathbf{e}(u) du ds \right\};$$

其中 $\lambda = (\beta - \alpha)$ 。

3 主要结果及证明

本节将给出 T-S 模糊模型非线性系统 H_∞ 网络跟踪控制的相关结论。首先, 为简化描述, 定义以下标记符号:

$$v_1(t) = \int_{t_k}^t e(s) ds;$$

$$v_2(t) = \int_t^{t_{k+1}} e(s) ds;$$

$$v_3(t) = \int_{t_k}^t \int_{t_k}^s e(u) du ds;$$

$$v_4(t) = \int_t^{t_{k+1}} \int_s^{t_{k+1}} e(u) du ds;$$

$$v_5(t) = \frac{1}{t-t_k} \int_{t_k}^t e(s) ds;$$

$$v_6(t) = \frac{1}{t_{k+1}-t} \int_t^{t_{k+1}} e(s) ds;$$

$$v_7(t) = \frac{2}{(t-t_k)^2} \int_{t_k}^t \int_{t_k}^s e(u) du ds;$$

$$v_8(t) = \frac{2}{(t_{k+1}-t)^2} \int_t^{t_{k+1}} \int_s^{t_{k+1}} e(u) du ds;$$

$$\chi_1(t) = e(t) - e(t_k);$$

$$\chi_2(t) = e(t) - e(t_{k+1});$$

$$\mathfrak{g}(t) = \text{col}\{v_5(t), v_6(t), v_7(t), v_8(t)\};$$

$$\eta_1(t) = \text{col}\{(t_{k+1}-t)\chi_1(t), (t-t_k)\chi_2(t)\};$$

$$\eta_2(t) = \text{col}\{\chi_1(t), \chi_2(t)\};$$

$$\eta_3 = \text{col}\{e(t_k), e(t_{k+1})\};$$

$$\eta_4(t) = \text{col}\left\{e(t), v_1(t), v_2(t), \frac{2}{t-t_k}v_3(t), \frac{2}{t_{k+1}-t}v_4(t)\right\};$$

$$\eta(t) = \text{col}\{e(t), \eta_3(t), \mathfrak{g}(t), v_1(t), v_2(t), (t-t_k)v_7(t), (t_{k+1}-t)v_8(t), \dot{e}(t), \omega_e(t)\};$$

$$e_j = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times (j-1)n} & I_n & \mathbf{0}_{n \times (12-j)n} & \mathbf{0}_{n \times q} \end{bmatrix}, j=1, 2, \dots, 12;$$

$$e_{13} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{q \times 12n} & I_q \end{bmatrix}.$$

若 $K_j (j=1, 2, \dots, r)$ 已知, 则有定理 1 成立。

定理 1 给定 $\eta > 0$, 加权矩阵 $Q_g > 0$, 跟踪性能指标 $\rho > 0$ 和模糊控制器增益矩阵 $K_j (j=1, 2, \dots, r)$, $h_2 \geq h_1 \geq 0$, 对任意 $h_k \in [h_1, h_2]$, 若存在 $P > 0$ 、 $R_1 > 0$ 、 $R_2 > 0$ 、 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 $Q_4 = Q_4^T$ 、 S 、 L 、 M 、 N 、 $Y_i (i=1, 2, 3, 4)$, 满足下面的线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{1ij} + h_k \Phi_2 & \sqrt{h_k} \Pi_3^T N \\ * & -\tilde{R}_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{1ij} + h_k \Phi_3 & \sqrt{h_k} \Pi_4^T M \\ * & -\tilde{R}_1 \end{bmatrix} < 0, \quad (13)$$

式 (12) (13) 中:

$$\begin{aligned} \Phi_{1ij} = & \text{He}\{e_{12}^T P e_1 + e_{12}^T Q_3 \Pi_5 + \Pi_6^T Q_3 e_{12} + \\ & L \Gamma_{ij} + \Pi_9^T (Q_1 \Pi_{12} + Q_2 \Pi_{14}) + \Pi_9^T S \Pi_{15} - \\ & Y_1 e_8 - Y_2 e_9 - Y_3 e_{10} - Y_4 e_{11} + \Pi_4^T M \Pi_2 + \\ & \Pi_3^T N \Pi_1\} + e_1^T Q_g e_1 - \rho^2 e_{13}^T e_{13}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & \text{He}\{\Pi_{10}^T (Q_1 \Pi_{12} + Q_2 \Pi_{14}) + \Pi_7^T Q_1 \Pi_{13} + \\ & \Pi_{10}^T S \Pi_{15} + \Pi_7^T S \Pi_{16} + Y_2 e_5 + Y_4 e_7\} + \\ & \Pi_{14}^T Q_4 \Pi_{14} + e_{12}^T R_1 e_{12}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_3 = & \text{He}\{\Pi_{11}^T (Q_1 \Pi_{12} + Q_2 \Pi_{14}) + \Pi_8^T Q_1 \Pi_{13} + \\ & \Pi_{11}^T S \Pi_{15} + \Pi_8^T S \Pi_{16} + Y_1 e_4 + Y_3 e_6\} - \\ & \Pi_{14}^T Q_4 \Pi_{14} + e_{12}^T R_2 e_{12}; \end{aligned}$$

$$\tilde{R}_1 = \text{diag}\{R_1, 3R_1, 5R_1\};$$

$$\tilde{R}_2 = \text{diag}\{R_2, 3R_2, 5R_2\};$$

$$\Gamma_{ij} = A_i e_1 + B_j K_j e_2 + e_{13} - e_{12};$$

$$\Pi_1 = [e_3^T - e_1^T \quad e_3^T + e_1^T - 2e_5^T \quad e_3^T - e_1^T + 6e_5^T - 6e_7^T]^T;$$

$$\Pi_2 = [e_1^T - e_2^T \quad e_1^T + e_2^T - 2e_4^T \quad e_1^T - e_2^T - 6e_4^T + 6e_6^T]^T;$$

$$\Pi_3 = [e_3^T \quad e_1^T \quad e_5^T \quad e_7^T]^T;$$

$$\Pi_4 = [e_1^T \quad e_2^T \quad e_4^T \quad e_6^T]^T;$$

$$\Pi_5 = e_1 - e_3;$$

$$\Pi_6 = e_1 - e_2;$$

$$\Pi_7 = [e_1^T - e_2^T \quad \mathbf{0}]^T;$$

$$\Pi_8 = [\mathbf{0} \quad e_1^T - e_3^T]^T;$$

$$\Pi_9 = [e_2^T - e_1^T \quad e_1^T - e_3^T]^T;$$

$$\Pi_{10} = [e_{12}^T \quad \mathbf{0}]^T;$$

$$\Pi_{11} = [\mathbf{0} \quad e_{12}^T]^T;$$

$$\Pi_{12} = [e_1^T - e_2^T \quad e_1^T - e_3^T]^T;$$

$$\Pi_{13} = [e_{12}^T \quad e_{12}^T]^T;$$

$$\Pi_{14} = [e_2^T \quad e_3^T]^T;$$

$$\Pi_{15} = [e_1^T \quad e_8^T \quad e_9^T \quad e_{10}^T \quad e_{11}^T]^T;$$

$$\Pi_{16} = [e_{12}^T \quad e_1^T \quad -e_1^T \quad 2e_4^T - e_6^T \quad -2e_5^T + e_7^T]^T;$$

那么 T-S 模糊模型非线性系统网络跟踪控制系统 (10) 在 H_∞ 扰动水平下渐近稳定, 即系统 (10) 满足 H_∞ 跟踪控制性能 (11)。

证明 首先, 构造如下双边闭环型的 Lyapunov 泛函:

$$V(t) = V_0(t) + \sum_{i=1}^6 V_i(t), \quad (14)$$

式中:

$$V_0(t) = e^T(t) P e(t);$$

$$V_1(t) = 2\eta_1^T(t) [Q_1 \eta_2(t) + Q_2 \eta_3];$$

$$V_2(t) = 2\chi_1^T(t) Q_3 \chi_2(t);$$

$$V_3(t) = (t_{k+1} - t)(t - t_k) \eta_3^T Q_4 \eta_3;$$

$$V_4(t) = 2\eta_1^T(t) S \eta_4(t);$$

$$V_5(t) = (t_{k+1} - t) \int_{t_k}^t e^T(s) R_1 \dot{e}(s) ds;$$

$$V_6(t) = -(t - t_k) \int_t^{t_{k+1}} e^T(s) R_2 \dot{e}(s) ds.$$

对泛函(14)求导,得:

$$\dot{V}_0(t) = 2e^T(t) P \dot{e}(t) = 2\eta^T(t) e_{12}^T P e_1 \eta(t);$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & 2\eta^T(t) \left\{ \Pi_9^T (Q_1 \Pi_{12} + Q_2 \Pi_{14}) + (t_{k+1} - t) \Pi_{10}^T \cdot \right. \\ & (Q_1 \Pi_{12} + Q_2 \Pi_{14}) + (t - t_k) \Pi_{11}^T (Q_1 \Pi_{12} + Q_2 \Pi_{14}) + \\ & \left. (t - t_k) \Pi_8^T Q_1 \Pi_{13} + (t_{k+1} - t) \Pi_7^T Q_1 \Pi_{13} \right\} \eta(t); \end{aligned}$$

$$\dot{V}_2(t) = 2\eta^T(t) \left\{ e_{12}^T Q_3 \Pi_5 + \Pi_6^T Q_3 e_{12} \right\} \eta(t);$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = & \eta^T(t) \left\{ (t_{k+1} - t) \Pi_{14}^T Q_4 \Pi_{14} - \right. \\ & \left. (t - t_k) \Pi_{14}^T Q_4 \Pi_{14} \right\} \eta(t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) = & 2\eta^T(t) \left\{ \Pi_9^T S \Pi_{15} + (t - t_k) \Pi_{11}^T S \Pi_{15} + \right. \\ & (t_{k+1} - t) \Pi_{10}^T \times S \Pi_{15} + (t - t_k) \Pi_8^T S \Pi_{16} + \\ & \left. (t_{k+1} - t) \Pi_7^T S \Pi_{16} \right\} \eta(t); \end{aligned}$$

$$\dot{V}_5(t) = (t_{k+1} - t) e_{12}^T R_1 \dot{e}_{12} + J_1;$$

$$\dot{V}_6(t) = (t - t_k) e_{12}^T R_2 \dot{e}_{12} + J_2;$$

其中,

$$J_1 = - \int_{t_k}^t e^T(s) R_1 \dot{e}(s) ds;$$

$$J_2 = - \int_t^{t_{k+1}} e^T(s) R_2 \dot{e}(s) ds.$$

用引理1对 J_1 、 J_2 进行界定,得:

$$J_1 \leq \eta(t)^T \cdot$$

$$\left[(t - t_k) \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2i-1} \Pi_4^T M R_1^{-1} M^T \Pi_4 + \text{He} \{ \Pi_4^T M \Pi_2 \} \right] \eta(t);$$

$$J_2 \leq \eta(t)^T \cdot$$

$$\left[(t_{k+1} - t) \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2i-1} \Pi_3^T N R_2^{-1} N^T \Pi_3 + \text{He} \{ \Pi_3^T N \Pi_1 \} \right] \eta(t);$$

由系统跟踪误差方程(10)可知有下式成立:

$$\begin{aligned} 0 = & 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t) h_j(t - \eta_k(t)) \times L [A_i e(t) + \\ & B_j K_j e(t - \eta_k(t)) + I_n \omega_e(t) - \dot{e}(t)] = \end{aligned}$$

$$2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t) h_j(t - \eta_k(t)) \eta^T(t) L \Gamma_{ij} \eta(t), \quad (15)$$

其中 Γ_{ij} 定义于定理1,且引入自由矩阵 $Y_i(i=1, 2, 3, 4)$,建立如下零等式:

$$0 = 2\eta^T(t) Y_1 \left[(t - t_k) v_5(t) - e_8 \right] \eta(t), \quad (16)$$

$$0 = 2\eta^T(t) Y_2 \left[(t_{k+1} - t) v_6(t) - e_9 \right] \eta(t), \quad (17)$$

$$0 = 2\eta^T(t) Y_3 \left[(t - t_k) v_7(t) - e_{10} \right] \eta(t), \quad (18)$$

$$0 = 2\eta^T(t) Y_4 \left[(t_{k+1} - t) v_8(t) - e_{11} \right] \eta(t), \quad (19)$$

把零等式(15)及式(16)~(19)的右边加入 $\dot{V}(t)$ 中,得到

$$\dot{V}(t) - \rho^2 \omega_e^T(t) \omega_e(t) + e^T(t) Q_g e(t) \leq$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t) h_j(t - \eta_k(t)) \eta^T(t) \cdot$$

$$\left[\frac{t_{k+1} - t}{h_k} \Xi_{1ij}(h_k) + \frac{t - t_k}{h_k} \Xi_{2ij}(h_k) \right] \eta(t).$$

式中:

$$\Xi_{1ij}(h_k) = \Phi_{ij} + h_k \Phi_2 + h_k \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2i-1} \Pi_3^T N R_2^{-1} N^T \Pi_3;$$

$$\Xi_{2ij}(h_k) = \Phi_{ij} + h_k \Phi_3 + h_k \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2i-1} \Pi_4^T M R_1^{-1} M^T \Pi_4;$$

Φ_{ij} 、 Φ_2 、 Φ_3 定义于定理1。

若 $\Xi_{1ij}(h_k) < 0$ 和 $\Xi_{2ij}(h_k) < 0$ 同时成立,则有

$$\dot{V}(t) - \rho^2 \omega_e^T(t) \omega_e(t) + e^T(t) Q_g e(t) \leq 0,$$

对其从时间 $t \in [0, \infty)$ 积分,可得:

$$\int_0^\infty e^T(t) Q_g e(t) dt \leq V(0) + \rho^2 \int_0^\infty \omega_e^T(t) \omega_e(t) dt.$$

根据Schur补引理可以得知, $\Xi_{1ij}(h_k) < 0$ 和 $\Xi_{2ij}(h_k) < 0$ 分别等价于LMI(12)和LMI(13),即当式(12)和(13)成立时,系统(10)满足 H_∞ 跟踪性能(11)。证毕。

注1 定理1采用的双边闭环函数 $V(t)$ 通过构建 $e(t)$ 、 $e(t_k)$ 、 $V_1(t)$ 、 $V_3(t)$ 之间的耦合关系来利用更多的实际采样区间结构信息,零等式(16)~(19)的引入,也使向量 $\eta(t)$ 中各项之间的联系更紧密,从而进一步降低了系统的保守性。

接下来讨论模糊控制器的设计问题。若 $K_j(j=1, 2, \dots, r)$ 未知,定理2给出了T-S模糊模型非线性系统 H_∞ 网络跟踪控制的模糊控制器求解方法。

定理2 若给定标量 δ_1 、 δ_2 、 $\eta > 0$ 、 $\rho > 0$,正定矩阵 $Q_g > 0$, $h_2 \geq h_1 > 0$,且有矩阵 $\bar{P} > 0$ 、 $\bar{R}_1 > 0$ 、 $\bar{R}_2 > 0$ 、 \bar{N} 、 \bar{M} 、 \bar{S} 、 \bar{Q}_1 、 \bar{Q}_2 、 \bar{Q}_3 、 $\bar{Q}_4 = \bar{Q}_4^T$ 、 \bar{X} 、 X_1 、 X_2 、 X_3 、 $\bar{Y}_i(i=1, 2, 3, 4)$ 、 $V_j(j=1, 2, \dots, r)$,使

- 2) 信号传输时滞 $\tau=40$ ms;
3) 数据包丢失个数 $\gamma=1$ 。

由定理 2 可以得出 $\delta_1=1$ 、 $\delta_2=1$ 时的模糊控制器 $\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_2 = [-28.782\ 5\ -16.991\ 9]$, 文献 [15] 中给出的模糊控制器 $\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_2 = [-20.742\ 2\ -7.953\ 8]$ 。假设初始状态为 $\mathbf{x}(0)=[2\ -1]^T$, $\mathbf{x}_r(0)=[-1\ 1]^T$ 。两个状态变量的跟踪误差曲线如图 1 所示。由图 1 可以看出, 在相同网络条件下, 相较于文献 [15], 本文所设计的模糊控制器产生的跟踪误差明显更小, 即本文所设计的控制器有更好的跟踪控制效果。由表 1 也可以得出, 对于给定的模糊控制器, 本文提出的方法, 在相同的 H_∞ 跟踪性能要求下, 比文献 [7] 和 [15] 具有更大的输入时滞上界, 这表明本文给出的方法相较于已有方法, 保守性更低。

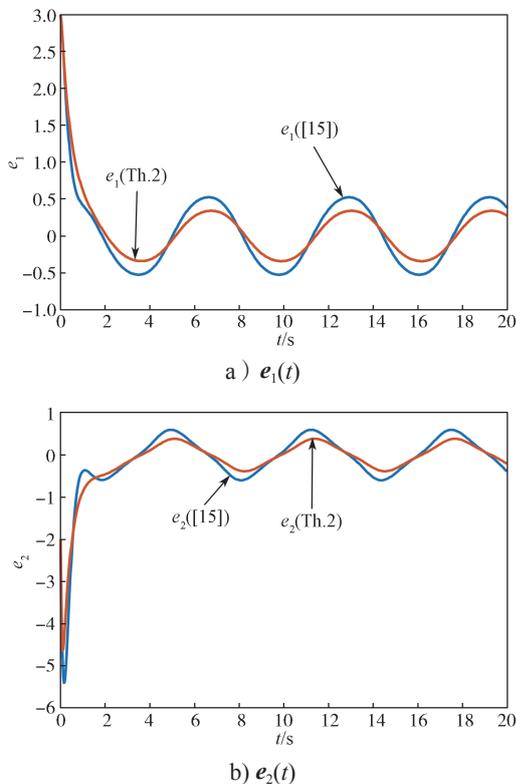


图 1 $e(t)$ 跟踪误差曲线

Fig. 1 Tracking error curves of $e(t)$

5 结语

本文研究了一类具有数据丢包和传输时滞的非线性系统 H 网络跟踪控制问题。首先基于 T-S 模糊模型建立非线性系统跟踪误差模型, 在此基础上构造了一个新的双边闭环函数, 这种双边闭环函数充分利用了有关实际采样的区间结构特征信息, 在考虑网络诱导时滞和数据丢包环境下, 获得模糊控制器增益已知和未知情况下实现系统跟踪控制更低保守性的充分条件, 然后采用参数调整法获得跟踪效果更好的模

糊控制器参数, 最后通过一个 Duffing 强制振荡系统的仿真实例验证了本文方法的有效性。

参考文献:

- [1] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1985(1): 116-132.
- [2] YANG X Z, LAM H K, WU L. Membership-Dependent Stability Conditions for Type-1 and Interval Type-2 T-S Fuzzy Systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2019, 356: 44-62.
- [3] ZENG H B, TEO K L, HE Y, et al. Sampled-Data-Based Dissipative Control of T-S Fuzzy Systems[J]. Applied Mathematical Modelling, 2019, 65: 415-427.
- [4] LIAN Z, HE Y, SHI P, et al. A New Filter Design Method for a Class of Fuzzy Systems with Time Delays[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 51(10): 6477-6487.
- [5] LI H Y, WANG J H, DU H P, et al. Adaptive Sliding Mode Control for Takagi-Sugeno Fuzzy Systems and Its Applications[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(2): 531-542.
- [6] ZARE I, SETOODEH P, ASEMANI M H. T-S Fuzzy Tracking Control of Nonlinear Constrained Time-Delay Systems Using a Reference-Management Approach[J]. Journal of the Franklin Institute, 2021, 358(18): 9510-9541.
- [7] 肖会芹, 何勇, 吴敏, 等. 基于 T-S 模糊模型非线性网络控制系统改进 H_∞ 跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 71-78.
XIAO Huiqin, HE Yong, WU Min, et al. Improved H_∞ Tracking Control for Nonlinear Networked Control Systems Based on T-S Fuzzy Model[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(1): 71-78.
- [8] HU C, WANG Z F, TAGHAVIFAR H, et al. MME-EKF-Based Path-Tracking Control of Autonomous Vehicles Considering Input Saturation[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(6): 5246-5259.
- [9] SUN Q, YU L, ZHENG Y, et al. Trajectory Tracking Control of Powered Parafoil System Based on Sliding Mode Control in a Complex Environment[J]. Aerospace Science and Technology, 2022, 122: 107406.
- [10] OLIVEIRA T G, PALHARES R M, CAMPOS V C S, et al. Improved Takagi-Sugeno Fuzzy Output Tracking Control for Nonlinear Networked Control Systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(16): 7280-7305.
- [11] PENG G F, PENG K. An H_∞ Output Tracking Control

- Approach to Sampled-Data Control for Nonlinear Networked Control Systems[J]. IEEE Access, 2020, 8: 143644–143653.
- [12] LI Z M, PARK J H. Dissipative Fuzzy Tracking Control for Nonlinear Networked Systems with Quantization[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 50(12): 5130–5141.
- [13] 肖会芹, 何勇, 吴敏, 等. 基于 T-S 模糊模型的采样数据网络控制系统 H_∞ 输出跟踪控制[J]. 自动化学报, 2015, 41(3): 661–668.
XIAO Huiqin, HE Yong, WU Min, et al. H_∞ Output Tracking for Sampled-Data Networked Control Systems in T-S Fuzzy Model[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(3): 661–668.
- [14] LI Z M, CHANG X H, PARK J H. Quantized Static Output Feedback Fuzzy Tracking Control for Discrete-Time Nonlinear Networked Systems with Asynchronous Event-Triggered Constraints[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(6): 3820–3831.
- [15] XIAO H Q, HE Y, WU M, et al. New Results on H_∞ Tracking Control Based on the T-S Fuzzy Model for Sampled-Data Networked Control System[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2015, 23(6): 2439–2448.
- [16] FRIDMAN E, SEURET A, RICHARD J P. Robust Sampled-Data Stabilization of Linear Systems: An Input Delay Approach[J]. Automatica, 2004, 40(8): 1441–1446.
- [17] LIAN H H, XIAO S P, WANG Z, et al. Further Results on Sampled-Data Synchronization Control for Chaotic Neural Networks with Actuator Saturation[J]. Neurocomputing, 2019, 346: 30–37.
- [18] LEE T H, PARK J H. Stability Analysis of Sampled-Data Systems via Free-Matrix-Based Time-Dependent Discontinuous Lyapunov Approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(7): 3653–3657.
- [19] SEURET A. A Novel Stability Analysis of Linear Systems Under Asynchronous Samplings[J]. Automatica, 2012, 48(1): 177–182.
- [20] ZENG H B, TEO K L, HE Y. A New Looped-Functional for Stability Analysis of Sampled-Data Systems[J]. Automatica, 2017, 82: 328–331.
- [21] 曾红兵, 翟正亮, 王炜. 基于双边闭环 Lyapunov 泛函的采样控制系统稳定新判据[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(5): 1153–1158.
ZENG Hongbing, ZHAI Zhengliang, WANG Wei. New Stability Criteria for Sampled-Data Control Systems Based on a Two-Sided Looped Lyapunov Functional[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(5): 1153–1158.
- [22] HUA C C, WU S S, GUAN X P. Stabilization of T-S Fuzzy System with Time Delay Under Sampled-Data Control Using a New Looped-Functional[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 28(2): 400–407.
- [23] 练红海, 邓鹏, 肖仲平, 等. 基于 T-S 模糊模型的非线性系统鲁棒采样控制[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(7): 1601–1610.
LIAN Honghai, DENG Peng, XIAO Shenping, et al. Robust Sampled-Data Control for Nonlinear Systems Based on T-S Fuzzy Model[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(7): 1601–1610.
- [24] ZENG H B, ZHAI Z L, HE Y, et al. New Insights on Stability of Sampled-Data Systems with Time-Delay[J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 374: 125041.
- [25] WANG W M, ZENG H B, XIAO H Q, et al. A Sampling-Period-Partitioning Approach for Stability Analysis of Sampled-Data Systems with Constant Delay[J]. Journal of the Franklin Institute, 2022, 359(9): 4331–4345.
- [26] ZENG H B, HE Y, WU M, et al. Free-Matrix-Based Integral Inequality for Stability Analysis of Systems with Time-Varying Delay[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(10): 2768–2772.
- [27] TANAKA K, IKEDA T, WANG H O. A Unified Approach to Controlling Chaos via an LMI-Based Fuzzy Control System Design[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1998, 45(10): 1021–1040.

(责任编辑: 廖友媛)