

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2023.02.008

基于三维空间曲线的四足机器人轨迹规划

周枫林, 陈腾飞, 孙 晓, 王瑾元, 龙厚云

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘 要: 四足机器人在对角小跑运动下的稳定性问题是当前四足机器人研究的热点, 故分析了机体力矩对机体运动过程中稳定性的影响, 提出一种新的足端轨迹函数。首先对机器人进行运动学分析, 参照优宝特型四足机器人建立三维模型并搭建了仿真环境; 然后分析机体力矩, 得出机体翻转原因, 即机体腿部摆动对机体产生的反作用力矩和重力产生的倾覆力矩以及运动中足端所受到的冲击力矩。在此基础上, 通过利用机器人摆动腿侧摆关节运动提供一个力矩以平衡部分反作用力矩和倾覆力矩, 提出了一种基于三维空间曲线的足端轨迹规划。最后, 通过对比仿真实验验证了所提足端轨迹规划的有效性和正确性。

关键词: 四足机器人; 反作用力矩; 倾覆力矩; 三维空间曲线; 足端轨迹规划

中图分类号: TP242.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-9833(2023)02-0050-06

引文格式: 周枫林, 陈腾飞, 孙 晓, 等. 基于三维空间曲线的四足机器人轨迹规划 [J]. 湖南工业大学学报, 2023, 37(2): 50-55.

Trajectory Planning of Quadruped Robots Based on Three-Dimensional Space Curves

ZHOU Fenglin, CHEN Tengfei, SUN Xiao, WANG Jinyuan, LONG Houyun

(College of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In view of the current hot research topic of stability found in quadruped robots under a diagonal trot motion, an analysis has been made of the influence of the body torque on the stability of the body in motion, with a new foot end trajectory function proposed. Firstly, based on an analysis of the kinematics of the robot, a 3D model and simulation environment are established with reference to the Ubot quadruped robot, to be followed by an analysis of the body torque, thus obtaining the cause of the body turnover, i.e. the reaction torque produced by the swing of the body legs, the overturning torque produced by gravity, and the impact on the foot end in motion. On this basis, by using the lateral swinging joint motion of the robot legs to provide a torque to balance the partial reaction torque and overturning torque, a foot trajectory planning is proposed based on three-dimensional space curves. Finally, the effectiveness and validity of the proposed foot trajectory planning are verified by comparative simulation experiments.

Keywords: quadruped robot; reaction torque; overturning torque; three-dimensional space curve; foot trajectory planning

收稿日期: 2022-07-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11602082); 湖南省自然科学基金资助项目(2021JJ30211, 2021JJ50043); 湖南工业大学研究生创新基金资助项目(CX2112)

作者简介: 周枫林(1986-), 男, 湖南新邵人, 湖南工业大学副教授, 博士(后), 硕士生导师, 主要研究方向为数值方法, 先进设计方法与智能控制, E-mail: edwal0zhou@163.com

通信作者: 孙 晓(1972-), 男, 湖南株洲人, 湖南工业大学教授, 硕士生导师, 主要研究方向为机电控制及计算机应用技术, E-mail: sxbug@163.com

0 引言

四足机器人的 trot (对角小跑) 步态能够保持机体在一定范围稳定的前提下实现高速行走。国内外学者们从各个方面对四足机器人在对角小跑步态下的机体运动稳定性进行了研究^[1-11]。改善四足机器人运动稳定性大致可以从两个方向进行: 一是通过优化足端轨迹函数, 降低足端落地时地面对足端产生的冲击; 二是通过反馈控制调整机体姿态, 平衡机体翻转力矩, 从而改善机体运动过程中的稳定性。文献[1]提出了零冲击的高次多项式函数, 理论上四足机器人足端着地时的速度和加速度都为0, 足端落地时无冲击, 但由于机体质心位置等原因会导致机体发生偏转, 进而导致非支撑足提前着地, 产生冲击。文献[2]中提出了三次曲线拟合方法生成轨迹, 该方法提高了单腿连杆运动的协调性能, 但运动过程中仍会产生较大冲击。文献[3]中提出通过利用机器人侧摆髋关节摆动来平衡机体产生的翻转力矩, 进而维持机体在运动过程中的姿态稳定, 但其未考虑机体质心位置对机器人行走过程中稳定性的影响。文献[4]中通过利用PID控制来调节机体欧拉角维持机体姿态稳定, 在一定程度上改善了机体的偏航程度, 但对于机体重心不位于支撑相对角线上时效果较差。文献[5]通过控制机器人腿部着地角度, 使其满足摩擦锥, 避免了足端打滑的现象, 但没有考虑到关节力矩的影响。文献[6]提出在复杂路面时通过选择落足点来提高机器人的运动稳定性, 但在实际过程中机体由于受到力矩的影响, 足端无法准确地落在预定点。

本文分析了四足机器人在 trot 步态基础上的重力和反作用力矩对机体运动的影响, 并运用侧摆髋关节往复摆动来平衡机体自身的翻转力矩, 提出了一种基于三维空间曲线的足端轨迹规划。通过建立单腿的运动学分析模型, 进行逆运动学求解, 并在 Matlab 上进行整机仿真实验。

1 机器人结构与运动学分析

1.1 四足机器人结构

四足机器人结构的差别主要在于腿部结构, 因本文要考虑重心对机体稳定性的影响, 所以采用图1所示的前后非对称的“全肘式”结构。

图1所示四足机器人的每条腿包含3个关节(髋关节、髌关节、膝关节), 每个关节包含1个旋转自由度, 各腿连杆通过关节旋转, 保证了机体在空间中的协调运动。

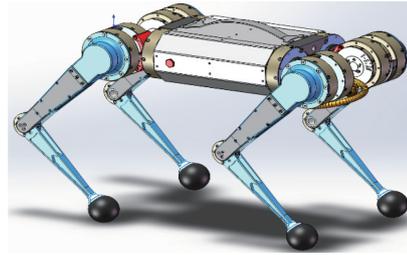


图1 四足机器人结构示意图

Fig. 1 Structure of quadruped robots

1.2 四足机器人正向运动学模型

本文采用D-H法建立四足机器人的运动学模型, 如图2所示。

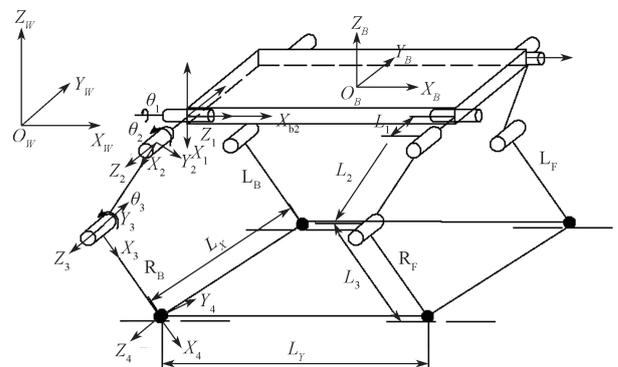


图2 机器人运动学模型

Fig. 2 Kinematics model of robots

图2中, $\{W\}$ 和 $\{B\}$ 分别代表世界坐标系和机身坐标系, 其中 $\{B\}$ 建立在机身几何形心的上表面处。在每条腿的关节处分别建立坐标系 $\{1\}$ 、 $\{2\}$ 、 $\{3\}$, 坐标系 $\{1\}$ 、 $\{2\}$ 、 $\{3\}$ 分别代表侧摆关节、大腿髌关节、小腿膝关节的坐标系, 在足端建立坐标系 $\{4\}$, 图2只列出了其中一条腿的坐标系。机器人左前腿、左后腿、右前腿、右后腿分别用 L_F 、 L_B 、 R_F 、 R_B 表示。机器人前后两髌关节的距离用 L_X 表示, 左右两髌关节的距离用 L_Y 表示, 即 L_X 和 L_Y 分别为机身的长度和宽度。 L_1 、 L_2 、 L_3 分别为侧摆连杆的长度、大腿连杆的长度和小腿连杆的长度。 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 分别为3个关节的转动角度。机器人 R_F 腿的D-H参数见表1。表中 θ 为关节旋转角度, d 为沿两个相邻连杆公共轴线方向的距离, a 为两个相邻关节轴的公垂线长度, α 为两个相邻关节轴的夹角。

表1 四足机器人 R_F 腿的D-H参数

Table 1 D-H parameters of quadruped robot R_F legs

连杆	θ/rad	d/mm	a/mm	α/rad
0	θ_1	0	0	0
1	θ_2	L_1	0	$\pi/2$
2	θ_3	0	L_2	0
3	0	0	L_3	0

根据齐次变换矩阵理论,任意两个相邻坐标系 $\{i+1\}$ 和 $\{i\}$ 之间的 D-H 变换矩阵如下:

$${}_{i-1}^i\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

式中: ${}_{i-1}^i\mathbf{T}$ 为坐标系 $\{i\}$ 在坐标系 $\{i-1\}$ 中的位姿; $c\theta_i$ 、 $s\theta_i$ 分别为 $\cos \theta_i$ 、 $\sin \theta_i$; $c\alpha_{i-1}$ 、 $s\alpha_{i-1}$ 分别为 $\cos \alpha_{i-1}$ 、 $\sin \alpha_{i-1}$ 。

根据计算得出如下运动学方程:

$$\begin{cases} P_x = L_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + L_3 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \\ \quad L_3 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3, \\ P_y = L_2 \cos \theta_2 \sin \theta_1 + L_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \sin \theta_1 - \\ \quad L_3 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3, \\ P_z = L_1 + L_2 \sin \theta_2 + L_3 \cos \theta_2 \sin \theta_3 + \\ \quad L_3 \cos \theta_3 \sin \theta_2. \end{cases} \quad (2)$$

式中 P_x 、 P_y 、 P_z 分别为足端所在侧摆关节坐标系下的坐标值。

1.3 四足机器人逆向运动学模型

通过逆运动学求出关节角度用于控制关节运动。本文采用几何法求解关节旋转角度,其结果如下:

$$\begin{cases} \theta_1 = -\arctan(P_y/P_z) - \arctan(L_1/\sqrt{P_y^2 + P_z^2 - L_1^2}), \\ \theta_2 = -\arctan\left\{\left[L_2 + (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - L_1^2 - L_2^2 - L_3^2)/2L_2\right]/\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - L_1^2}\right\} + \\ \quad \arctan\left(P_x/\sqrt{P_y^2 + P_z^2 - L_1^2}\right), \\ \theta_3 = \arccos\left((P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - L_1^2 - L_2^2 - L_3^2)/(2L_2L_3)\right). \end{cases} \quad (3)$$

对式(3)中各个角度求偏导,得到单腿雅克比矩阵如下:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & L_2 c_2 + L_3 c_{23} & L_3 c_{23} \\ -L_1 s_1 + L_2 c_1 c_2 + L_3 c_1 c_{23} & -s_1(L_2 s_2 + L_3 s_{23}) & L_3 s_1 s_{23} \\ L_1 c_1 + L_2 s_1 c_2 + L_3 s_1 c_{23} & c_1(L_2 s_2 + L_3 s_{23}) & L_3 c_1 s_{23} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

式中: $s_1 = \sin \theta_1$; $s_2 = \sin \theta_2$; $c_1 = \cos \theta_1$; $c_2 = \cos \theta_2$; $c_{23} = \cos(\theta_2 + \theta_3)$, $s_{23} = \sin(\theta_2 + \theta_3)$ 。

2 机体力矩分析

2.1 关节旋转力矩分析

机体的运动是通过关节协调旋转来实现的,而关节旋转会给机体一个反作用力矩,反作用力矩会使机体向前(向后)翻转,从而导致机体运动不稳定。

为了分析足端受力对机体运动的影响,对足端所受力作如下假设:在竖直方向上(Z方向),假设机体足端受到一个竖直方向上的恒力维持机体自身重力,即 $f_z = mg$;在前向(X方向),假设足端受到一个向前的恒力,维持机体匀加速运动,即 $f_x = ma$;在侧向(Y方向),假设机体无侧向运动,即 $f_y = 0$ 。为定量分析机体腿部所受力矩,定义如表2所示机器人结构参数。

表2 四足机器人结构与运动参数

Table 2 Structure and motion parameters of quadruped robots

参数名称	符号	取值	参数名称	符号	取值
髋关节连杆长度	L_1	0.07 m	机身高度	H	0.2 m
大腿长度	L_2	0.21 m	步距	S	0.05 m
小腿长度	L_3	0.21 m	周期	T	0.5 s
单腿质量	m	0.5 kg	加速度	a	0.08 m/s ²

机器人理论上是保持直线行走,无侧向位移,所以支撑足的足端坐标值如下:

$$\begin{cases} P_x \in \left[-\frac{S}{2}, \frac{S}{2}\right], \\ P_y = -L_1, \\ P_z = -h. \end{cases} \quad (5)$$

为简化分析计算,不计腿部连杆质量,则足端受到地面的作用力与力矩关系为

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{J}^T \mathbf{F}. \quad (6)$$

式中: \mathbf{F} 为地面对足端的作用力,且 $\mathbf{F} = [f_x, f_y, f_z]^T$; $\boldsymbol{\tau}$ 为电机给关节提供的驱动力矩,且 $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T$, τ_1 、 τ_2 、 τ_3 分别为髋关节、髋关节、膝关节处驱动力矩。

将雅可比矩阵代入式(6),可以计算得到支撑腿关节力矩的变化曲线,如图3所示。

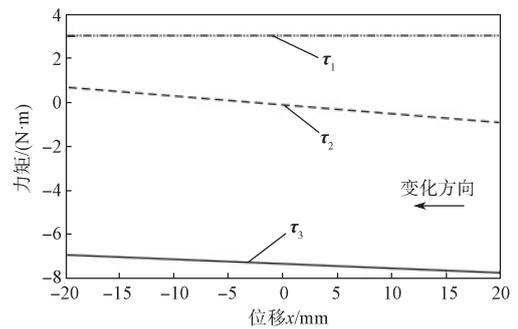


图3 支撑腿关节力矩变化曲线

Fig. 3 Variation curves of supporting joint torques

从图3中可以看出,由于侧向没有期望的运动,髋部侧摆关节力矩 τ_1 为0。由于需要向前加速,髋部前摆关节的力矩 τ_2 为先负后正(右手定则),即在支撑相前段为负,支撑相后段为正。根据牛顿第三定律,机体除了受到地面给支撑足提供了支撑力和前进的推力,根据作用力与反作用力的关系,处于支撑相的两条对角腿除了在髋部给机体提供支撑力和推力

外, 还会在支撑相髌部产生反作用力矩, 方向为先正后负。

在支撑相的前一段, 支撑腿受到髌部的前摆力矩为负, 则髌部受到正方向的反作用力矩、正方向的反作用力矩迫使机体绕对角线向后翻转, 造成拖足现象。此外, 处于摆动相的另外两条腿也会对机体产生反作用力矩, 摆动腿向前摆动髌部前摆力矩为正, 其对机体产生的反作用力矩的方向为负, 与支撑腿对机体的反作用力矩方向相反, 抵消了一部分机体的翻转运动。综合上述分析, 对角步态中的支撑相前段, 四足机器人机体绕着机体对角线向后翻转主要是由支撑腿髌部前摆关节的反作用力矩导致的。在支撑相的后半段, 髌部受到的反作用力矩方向为负, 迫使机体绕支撑相对角线向前翻转。机体向后翻转所引起的后足拖地现象和向前翻转引起的提前着地冲击严重干扰了机器人运动的平衡和稳定。

2.2 重力矩分析

重力对 trot 步态下的四足机器人运动有着不可忽视的影响, 若重心不在支撑足对角线上, 则会导致机体绕对角线旋转, 影响其运动稳定性, 严重时可使机体倾覆, 无法继续运动。

为便于分析, 假设机体机身质量分布均匀, 单腿质心位于髌部几何中心, 只考虑机器人四足结构对机体重心在 x - y 平面位置的影响。重力导致机体绕支撑足对角线产生的翻转力矩简图如图 4 所示, M_g 为重力导致机体绕支撑足对角线产生的总翻转力矩, M_x 、 M_y 分别为总翻转力矩绕 x 轴和 y 轴的分量。

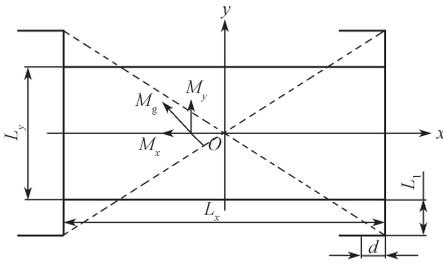


图 4 重力作用导致的翻转力矩示意图

Fig. 4 Diagram of the reversal torque caused by gravity

机体质心在 x - y 平面的坐标如下:

$$\begin{cases} x = \frac{2m(L/2-d) - 2m(L/2+d)}{m_{\text{总}}} = -\frac{4md}{m_{\text{总}}}, \\ y = 0. \end{cases} \quad (7)$$

式中: m 为机器人单腿的大腿和小腿连杆的总质量; $m_{\text{总}}$ 为机体总质量; d 为连杆质心在 x 轴方向到髌关节的长度, 为了简化计算, 不考虑腿部摆动对 d 的影响, 其值使用机体的初始位置值。

重力矩绕 x 轴和 y 轴的分力矩如下:

$$\begin{cases} M_x = Mgd, \\ M_y = \frac{MgdL_y}{2L_1 + L_x}. \end{cases} \quad (8)$$

其中, 当 L_F 、 R_B 为支撑足时, M_y 为逆时针方向; 当 R_F 、 L_B 为支撑足时, M_y 为顺时针方向。

从以上结果可以知道, 当机器人采用“全肘式”结构时, 机体质心坐标会往机体正后方偏移, 质心始终距离支撑足对角线一定距离, 导致在运动过程中由于重力使得机体绕支撑足对角线产生倾倒趋势, 产生足端冲击, 影响运动稳定性。

3 轨迹规划

一个合理的轨迹规划能够减缓机体在运动过程中产生冲击和震动。从上文的分析中可以知晓, 腿部摆动产生的反作用力矩和重力产生的倾覆力矩会严重影响机体运动的稳定性和精确性。为了提高其运动稳定性, 在足端轨迹规划中的摆动项中引入一个 y 轴方向的函数 $y(t)$, 使其在髌部侧摆方向产生一个力矩 M 来抵消部分反作用力矩和倾覆力矩。

足端在 x - z 平面的轨迹参考文献 [5], 得到基于三维空间曲线的足端轨迹函数。

摆动项轨迹如下:

$$\begin{cases} x(t) = S\left(\frac{t}{\lambda T} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(2\pi \frac{t}{\lambda T}\right)\right), & 0 \leq t < T; \\ y(t), & 0 \leq t < T; \\ z(t) = \begin{cases} H\left(\frac{2t}{\lambda T} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(4\pi \frac{t}{\lambda T}\right)\right), & 0 \leq t < \frac{\lambda T}{2}; \\ H\left(2 - \frac{2t}{\lambda T} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(4\pi \frac{t}{\lambda T}\right)\right), & \frac{\lambda T}{2} \leq t < \lambda T. \end{cases} \end{cases} \quad (9)$$

支撑项轨迹如下:

$$\begin{cases} x(t) = S\left(\frac{T-t}{(1-\lambda)T} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(2\pi \frac{(t-\lambda T)}{(1-\lambda)T}\right)\right), & \lambda T \leq t < T; \\ y(t) = 0, & 0 \leq t < T; \\ z(t) = -h, & \lambda T \leq t < T. \end{cases} \quad (10)$$

将新的足端轨迹函数代入式 (11) 中, 可得到 $y(t)$ 的二阶非齐次方程, 理论上求解该方程就能得到 $y(t)$, 但其求解过程非常复杂, 难以求出。本文采用近似方法来得到 $y(t)$, 机器人侧摆髌关节摆动角度 θ_1 主要与 y 轴的运动期望有关, 其角度变化一定程度上与 $y(t)$ 的变化率成正相关, 因此采用 $y(t)$ 的 k 倍二阶

导数代替髋关节的角加速度求解出 $y(t)$, 还可以通过对 k 的适当缩放来抵消部分反作用力矩。

$$\begin{cases} 2J_1ky''(t) = M_y; \\ y(0) = 0; \\ y(T/2) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

求解式 (11) 得:

$$y(t) = \frac{4M_y}{kJ_1}t^2 - \frac{8M_y}{kJ_1}t. \quad (12)$$

式 (11) (12) 中: J_1 为摆动项髋部旋转惯量; k 为比例系数, 其值大小根据多次仿真选取一个相对较优的值。

4 仿真分析

机体受到的力矩与机体结构、尺寸、材料、地面

环境、运动速度等有关, 因此不同型号、不同运动参数下的四足机器人所受到的力矩不同。本文选用优宝特型四足机器人, 根据其实际结构、尺寸和质量建立 1:1 的三维模型, 并在 Matlab 中搭建仿真平台进行仿真实验。

为验证本文所提足端轨迹的正确性与有效性, 设置一组仿真实验进行对比。对比试验的变量是足端轨迹的函数, 因变量是机体位移、机体欧拉角。实验条件设置如下:

a) 机体总质量为 10 kg, 单腿质量为 0.4 kg, 运动周期 T 为 1 s, 抬腿高度 H 为 20 mm, 步长 S 为 40 mm, 仿真时间为 32 s;

b) 实验一采用文献 [5] 中提出的足端轨迹函数, 实验二采用本文所提的三维空间曲线轨迹函数。

实验仿真结果如 5 和 6 所示。

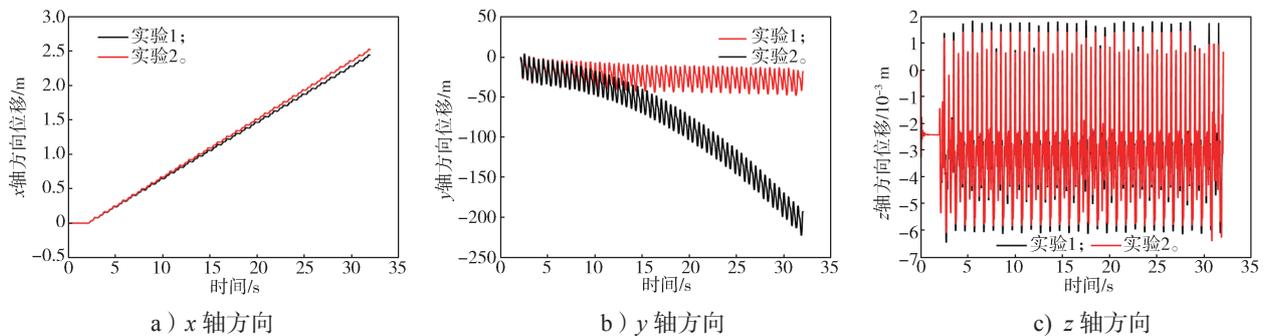


图 5 机体质心位移仿真曲线

Fig. 5 Mass center displacement simulation curves

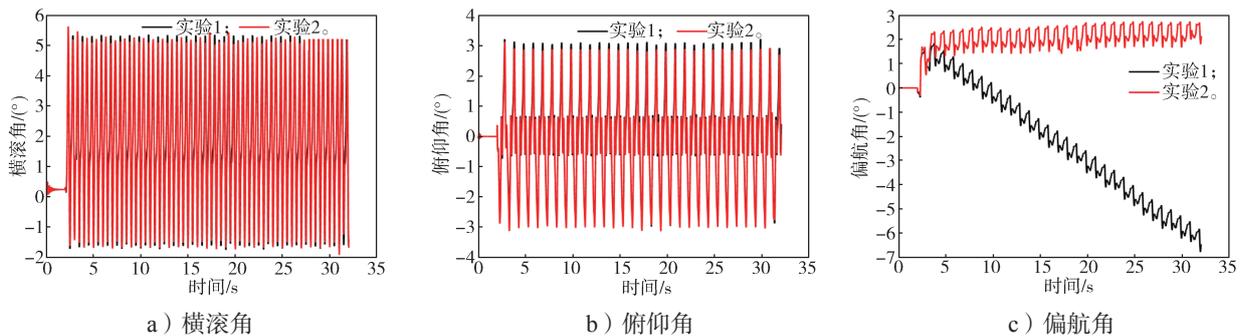


图 6 机体欧拉角仿真曲线

Fig. 6 Euler angle simulation curves of the body

仿真时间共 32 s, 在仿真的前 2 s, 机器人不动, 保证仿真时机器人是从静止开始运动的。从图 5a 可以看出, 在相同的时间内采用新的足端轨迹函数能在 x 轴方向走得更远。从图 5b 可以看出, 从仿真开始, 实验一、二机器人侧向位移均在 0~30 mm 之间震荡, 随着时间增加, 向 y 轴负方向震荡偏移。仿真 32 s 后, 实验一达到最大侧向偏移 280 mm, 实验二最大偏航 40 mm; z 轴上的位移反应的是机体的上下震动, 从图中可以看出, 实验二略优于实验一。从图 6 可以看

到, 两组实验的横滚角和俯仰角变化差别不大, 横滚角在 $-2^\circ \sim 5.5^\circ$ 之间震荡变化, 俯仰角在 $-3^\circ \sim 3^\circ$ 之间震荡变化, 偏航角差别明显。实验一的偏航角从 1° 直线变化到 -6.5° , 变化率为 $-0.25^\circ/\text{s}$; 实验二的偏航角从 1° 增长到 2° , 变化率为 $0.03^\circ/\text{s}$ 。

实验二机体偏航角的变化率显著低于实验一, 而机体偏航角是机体产生侧向偏移的直接原因, 两组实验的侧向位移结果也验证了这一点。从仿真结果可以看出, 采用空间曲线足端轨迹能够降低机体侧向位

移, 改善机体在运动过程中的稳定性。

5 结语

四足机器人的机体腿部摆动对机体产生的反作用力矩和重力产生的倾覆力矩以及运动中足端所受的冲击会使机体横滚角、俯仰角、偏航角的震荡变化, 导致其在对角小跑运动中不够稳定。本文在分析了机体力矩的基础上, 通过利用机器人腿部侧摆关节运动提供一个力矩来平衡部分反作用力矩和倾覆力矩, 提出了一种基于三维空间曲线的足端轨迹规划, 并进行了仿真对比实验。试验结果表明, 本文所提足端轨迹规划正确有效, 改善了机体在运动时的偏航问题, 为四足机器人轨迹规划研究提供了一种新的方法。

参考文献:

- [1] 李满天, 蒋振宇, 王鹏飞, 等. 基于多虚拟元件的直腿四足机器人 Trot 步态控制 [J]. 吉林大学学报(工学版), 2015, 45(5): 1502-1511.
LI Mantian, JIANG Zhenyu, WANG Pengfei, et al. Trotting Gait Control of Quadruped Robot with Straight Legs Based on Virtual Elements[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2015, 45(5): 1502-1511.
- [2] 马慧姝, 刘艳霞, 方建军, 等. 四足仿生机器人仿生足端轨迹规划研究 [J]. 东北师大学报(自然科学版), 2019, 51(3): 66-71.
MA Huishu, LIU Yanxia, FANG Jianjun, et al. Research on Bionic Foot-End Trajectory Planning for Bionic Quadruped Robot[J]. Journal of Northeast Normal University (Natural Science Edition), 2019, 51(3): 66-71.
- [3] 谢惠祥, 尚建忠, 罗自荣, 等. 四足机器人对角小跑中机体翻转分析与姿态控制 [J]. 机器人, 2014, 36(6): 676-682.
XIE Huixiang, SHANG Jianzhong, LUO Zirong, et al. Body Rolling Analysis and Attitude Control of a Quadruped Robot During Trotting[J]. Robot, 2014, 36(6): 676-682.
- [4] 易静, 李光, 薛晨康, 等. 四足机器人对角小跑中机体翻转分析与姿态控制 [J]. 机械与电子(自能工程版), 2022, 40(3): 58-64.
YI Jing, LI Guang, XUE Chenkang, et al. Body Rollover Analysis and Attitude Control of Quadruped Robot in Diagonal Trot[J]. Mechanical & Electronics (Self-Energy Engineering Edition), 2022, 40(3): 58-64.
- [5] 马立玲, 杨超峰, 王立鹏, 等. Novel Algorithm of Gait Planning of Hydraulic Quadruped Robot to Avoid Foot Sliding and Reduce Impingement[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2016, 25(1): 91-99.
MA Liling, YANG Chaofeng, WANG Lipeng, et al. Novel Algorithm of Gait Planning of Hydraulic Quadruped Robot to Avoid Foot Sliding and Reduce Impingement[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2016, 25(1): 91-99.
- [6] WINKLER A, HAVOUTIS I, BAZEILLE S, et al. Path Planning with Force-Based Foothold Adaptation and Virtual Model Control for Torque Controlled Quadruped Robots[C]//2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Hong Kong: IEEE, 2014: 6476-6482.
- [7] 谢楚政, 李光, 于权伟, 等. 四足机器人 Trot 步态规划与仿真分析 [J]. 湖南工业大学学报, 2021, 35(5): 32-40.
XIE Chuzheng, LI Guang, YU Quanwei, et al. Trot Gait Planning and Simulation Analysis of Quadruped Robots[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2021, 35(5): 32-40.
- [8] 闫国杰, 刘士宾, 陈雄武. 基于质心稳定的四足机器人轨迹规划与仿真 [J]. 农业装备与车辆工程, 2020, 58(6): 54-57.
YAN Guojie, LIU Shibin, CHEN Xiongwu. Trajectory Planning and Simulation of Quadruped Robot Based on Centroid Stability[J]. Agricultural Equipment & Vehicle Engineering, 2020, 58(6): 54-57.
- [9] RAIBERT M H, TELLO E R. Legged Robots that Balance[J]. IEEE Expert, 1986, 1(4): 89.
- [10] 周坤, 李川, 李超, 等. 面向未知复杂地形的四足机器人运动规划方法 [J]. 机械工程学报, 2020, 56(2): 210-219.
ZHOU Kun, LI Chuan, LI Chao, et al. Motion Planning Method for Quadruped Robots Walking on Unknown Rough Terrain[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(2): 210-219.
- [11] 张培强. 基于腿长调整的四足机器人坡面运动和转弯运动分析 [D]. 济南: 山东大学, 2018.
ZHANG Peiqiang. Analysis of Slope Walking and Turning of Quadruped Robots Based on Leg Length Adjustment[D]. Jinan: Shandong University, 2018.

(责任编辑: 廖友媛)