

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2023.01.005

含PID参数的时滞LFC系统鲁棒稳定性分析

刘晓桂¹, 刘小文², 蒋逢灵¹, 龚事引¹, 肖会芹³

(1. 湖南铁路科技职业技术学院 铁道供电与电气学院, 湖南 株洲 412006; 2. 湖南工贸技师学院 电气工程系, 湖南 株洲 412006; 3. 湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘要: 针对LFC系统的渐近稳定性问题, 建立了系统矩阵中含PID参数的时滞LFC系统数学模型, 通过选取时滞乘积型Lyapunov-Krasovskii泛函, 并应用扩展的逆凸二次不等式方法对泛函导数进行界定, 得出一个具有更低保守性的LFC系统鲁棒稳定新判据。最后, 结合实例进行了实验仿真, 仿真结果验证了所提出新判据的有效性和优越性。

关键词: 负荷频率控制; 鲁棒稳定性; Lyapunov-Krasovskii泛函; PID

中图分类号: TP13

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2023)01-0031-09

引文格式: 刘晓桂, 刘小文, 蒋逢灵, 等. 含PID参数的时滞LFC系统鲁棒稳定性分析[J]. 湖南工业大学学报, 2023, 37(1): 31-39.

Robust Stability Analysis of Time-Delay LFC System with PID Parameters

LIU Xiaogui¹, LIU Xiaowen², JIANG Fengling¹, GONG Shiyin¹, XIAO Huiqin³

(1. College of Railway Power Supply and Electricity, Hunan Vocational College of Railway Technology, Zhuzhou Hunan 412006, China; 2. Department of Electrical Engineering, Hunan Technician College of Industry and Commerce, Zhuzhou Hunan 412006, China; 3. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In view of a solution of the problem of asymptotic stability of LFC system, a mathematical model has thus been established of time delay LFC system with PID parameters in the system matrix. By selecting Lyapunov-Krasovskii functional of delay product type, the functional derivative can be defined with the extended inverse convex quadratic inequality method adopted, thus obtaining a new criterion of robust stability for LFC systems with a lower conservation. Finally, an experimental simulation is carried out with given practical examples, with the simulation verifying verify the effectiveness and superiority of the proposed new criteria.

Keywords: load frequency control; robust stability; Lyapunov-Krasovskii functional; proportion integration differentiation

收稿日期: 2022-03-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61703153); 湖南省自然科学基金资助项目(2022JJ60009); 湖南省教育厅科学研究基金资助项目(21C1315); 湖南铁路科技职业技术学院科研基金资助项目(HNTKY-KT-2022-10)

作者简介: 刘晓桂(1987-), 男, 湖南邵阳人, 湖南铁路科技职业技术学院讲师, 硕士, 主要研究方向为电力系统, 时滞系统和神经网络, E-mail: 405319366@qq.com

通信作者: 肖会芹(1977-), 女, 河北定州人, 湖南工业大学教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为鲁棒控制, 智能控制和模糊控制, E-mail: xiaohq_610@126.com

1 研究背景

随着电力市场化的不断发展,电力运行规模日益扩大,运行特性曲线日趋复杂,依靠传统的专用通信网络进行信息交换与监测的方式,已经无法满足现代电网中的信息交换与监测的动态性与实时性需求,而要掌握大数据量的实时动态信息,负荷频率控制(load frequency control, LFC)系统必须借助近年发展起来的基于相量测量单元(phasor measurement unit, PMU)^[1]构成的广域测量系统(wide area measurement system, WAMS)^[2]实现。WAMS的出现为现代互联电网的稳定性研究提供了新思路,但同时带来了新问题——网络时滞问题^[3-4]。网络时滞往往存在于下发控制信号的前向通道与收集测量信号的反馈通道当中,它的存在会使 LFC 系统的稳定性变差、控制效率降低,甚至会使电网运行不稳定,从而造成重大的停电事故等,严重影响经济社会的发展,所以研究网络时滞问题对于确保 LFC 系统的稳定运行具有重要的现实意义。

频率是衡量电能质量的一个重要指标,为了使电力系统供给侧频率和需求侧频率保持动态平衡,目前常采取的方法是基于广域通信网络的频率控制法,其主要包括频率信号的采集、调度中心信号的处理和指令的生成,以及信号的下发和终端的响应^[5]。目前,研究时滞电力系统稳定性的分析方法主要为时域法。虽然频域法是一种经典的分析系统稳定性的方法,可以通过求解系统的特征根来判定系统的稳定性,但是系统的特征根一般不易求解,尤其是在分析高阶复杂系统时,其计算非常复杂。由于频域法存在上述缺点,所以用控制系统理论来分析系统稳定性时,时域法更受青睐。而时域法的研究目标主要集中在计算出系统保持稳定前提下的最大时滞稳定裕度,从而设计出性能优越的控制器,使系统具有良好的时滞鲁棒性。LFC 系统的控制策略较多,主要有自适应控制、模糊控制、人工智能控制、鲁棒控制与滑膜变结构控制等^[6],为了解决系统中存在的时滞问题,很多已有研究都是基于这些控制策略来展开的。基于线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)理论,文献[7]研究了考虑时间延迟现象且系统中含不确定性参数的神经网络系统的被动性问题,其通过选取 Lyapunov 泛函与利用自由权矩阵方法,以线性矩阵不等式的形式有效地利用内点法进行求解,得出了神经网络系统的时滞相关被动条件。文献[8]针对具有时变延迟现象的网络控制系统进行了研究,详细推导了具有状态反馈网络控制系统的数学模型,充分

考虑了系统参数的不确定性与状态向量之间的关系,构造出 Lyapunov-Krasovskii 泛函并应用自由权矩阵积分不等式方法,分析了网络控制系统的稳定性和鲁棒性。文献[9]研究了通信网络中存在的时滞问题和参数不确定性问题,提出了一种关于 LFC 系统的鲁棒预测方法。该方法的目的,是在含不确定参数的动态模型中、有延时环节的系统中和时变模型这类实际网络中,能更好地实现闭环系统的良好特性。文献[10]研究了具有概率区间时滞电力系统 LFC 问题, LFC 器的设计特别考虑了通信延迟的概率分布特性,针对这一特性设计了一种基于时滞分布的 PI 控制策略,采用该控制策略能在保持期望性能的同时,获得基于 PI 控制增益的 LFC 系统时滞稳定裕度,并通过实例证明了该调频设计方法的有效性。文献[11]基于 Lyapunov 稳定理论和 LMI 技术,提出了一个改善计算精度和缩短计算时间的稳定新判据,使其适用于处理多区域 LFC 系统,并详细分析了不同控制区域之间时滞稳定裕度与控制增益之间的关系。文献[12]将基于 LMI 的时滞相关稳定性分析方法应用于时滞 LFC 系统当中。然而,大规模 LMI 的计算量对这些方法在实际系统中的应用提出了巨大挑战。针对这一问题,文章主要对 LFC 系统中的时滞相关稳定性分析计算方面进行了探讨,利用 LFC 系统中控制环的对称性和稀疏性改善 LMI 的决策变量数,从而提高对实际时滞电力系统的计算能力。

本文基于上述成果,从电力系统中的单区域 LFC 系统着手研究,构建考虑网络通信延迟且系统矩阵中含 PID 参数的 LFC 系统数学模型,结合 Lyapunov-Krasovskii 泛函,充分考虑了时变矩阵的自由度,并应用扩展的逆凸二次不等式方法对泛函导数中的积分项进行精确求解,得出一个改善系统保守性的稳定新判据。最后,借助实例进行实验仿真,分析了系统在定常时滞、时变时滞两种时滞类型情况下,系统时滞稳定裕度与 PI 控制增益之间的关系。通过对比实验结果,充分证明了本文所提方法的有效性与相比其它文献的优越性。

文中给定如下标号: $\mathbf{R}^{n \times m}$ 与 \mathbf{R}^n 分别为实数域的 $n \times m$ 阶矩阵空间与 n 维向量空间; \mathbf{S}^n 为 $n \times n$ 的实对称矩阵,矩阵的上标“-1”和“T”分别为矩阵的逆与转置;“*”代表对称矩阵中的对称项;“ \mathbf{I} ”和“ $\mathbf{0}$ ”分别为合适维度的单位矩阵和零矩阵; $\text{diag}\{\cdots\}$ 为块对角矩阵; $\mathbf{P} > \mathbf{0}$ 表示 \mathbf{P} 为正定对称矩阵; $\text{Sym}\{\mathbf{X}\} = \mathbf{X} + \mathbf{X}^T$ 。

2 时滞 LFC 系统模型

本文从简化的电网频率调节系统着手分析, 其简化模型如图 1 所示^[13]。

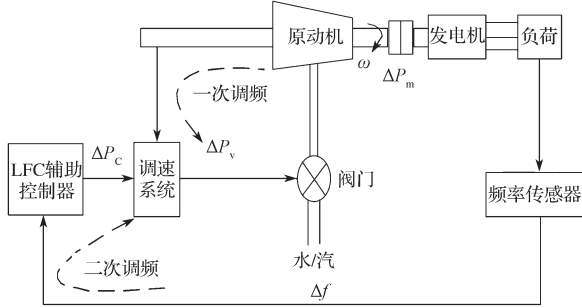


图 1 电网频率调节系统简化模型

Fig. 1 A simplified model of power grid frequency regulation system

由图 1 可知, LFC 系统模型主要由 5 个子模型构成, 各子模型的传递函数分别如下。

1) 原动机模型。其简化传递函数为

$$G_T(s) = \frac{\Delta P_m(s)}{\Delta P_v(s)} = \frac{1}{T_T s + 1} \quad (1)$$

式中: ΔP_m 为机械功率变化量; ΔP_v 为控制阀开度变化量; T_T 为汽轮机惯性时间常数; s 为复数变量。

2) 发电机输入端——负荷端模型^[13]。其传递函数为

$$\Delta P_m(s) - \Delta P_d(s) = Ms\Delta f(s) + D\Delta f(s) \quad (2)$$

式中: ΔP_d 为负荷端功率变化量; M 为转动惯量; Δf 为系统频率变化量; D 为发电机阻尼系数。

3) 辅助 LFC 系统数学模型。目前, 电力系统中的 LFC 大多采用 PID 控制器来实现, 其传递函数为

$$G_K(s) = \frac{u(s)}{ACE(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (3)$$

式中: u 为控制器输出; K_p 为控制器比例增益; K_I 为控制器积分增益; K_D 为控制器微分增益; $ACE(s)$ 为控制误差, 定义为^[13]

$$ACE(s) = \beta \Delta f(s) \quad (4)$$

其中 β 为频率偏差, 定义为

$$\beta = \frac{1}{R} + D \quad (5)$$

其中 R 为调速器速度跌落系数。

4) 调速系统模型。其系统模型表达式为

$$\Delta P_v(s) = \frac{\Delta P_c(s)}{1 + T_G s} - \frac{1}{1 + T_G s} \cdot \frac{\Delta f(s)}{R} \quad (6)$$

式中: ΔP_c 为系统控制信号; T_G 为调速器惯性时间常数。

5) 时滞环节模型。时滞常用指数函数 e^{-sh} 表示,

h 表示时滞大小。

由上述表达式 (1) ~ (6) 并结合图 1, 可得时滞 LFC 结构框图, 如图 2 所示^[14]。

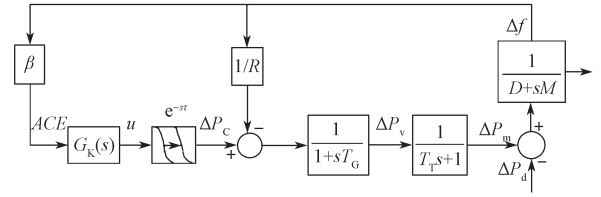


图 2 考虑时滞的 LFC 结构框图

Fig. 2 Block diagram of LFC structure with time delay taken into consideration

由图 2 选择的状态变量 $\mathbf{x}(t)$ 与输出变量 $\mathbf{y}(t)$ 如下:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = [\Delta f \quad \Delta P_m \quad \Delta P_v]^T, \\ \mathbf{y}(t) = ACE(t). \end{cases} \quad (7)$$

由此, 可得系统状态空间模型如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t-h(t)) + \mathbf{F}w(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t). \end{cases} \quad (8)$$

式中: $w(t) = \Delta P_d$; $u(t-h(t)) = \Delta P_c(t)$; \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{F} 、 \mathbf{C} 均为矩阵, 且

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & \frac{1}{M} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{1}{T_T} \\ -\frac{1}{T_G R} & 0 & -\frac{1}{T_G} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_G} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T.$$

系统中的 PID 控制器为

$$u(t) = K_p ACE(t) + K_I \int ACE(t) dt + K_D \frac{dACE(t)}{dt} \quad (9)$$

定义系统的虚拟状态变量与输出变量如下:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{x}^T(t) \quad \int \mathbf{y}^T(t) dt]^T, \\ \bar{\mathbf{y}}(t) = [\mathbf{y}^T(t) \quad \int \mathbf{y}^T(t) dt \quad \frac{d}{dt} \mathbf{y}^T(t)]^T. \end{cases} \quad (10)$$

由于矩阵 $\mathbf{CB} = 0$, 故系统 (8) 和控制器 (9) 可转化为如下静态输出反馈系统:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}u(t-h(t)) + \bar{\mathbf{F}}w(t), \\ \bar{\mathbf{y}}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{D}}_w w(t), \\ u(t) = -\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{y}}(t). \end{cases} \quad (11)$$

式中: 矩阵 \bar{A} 、 \bar{B} 、 \bar{F} 、 \bar{C} 、 \bar{D}_ω 与 K 分别给定为

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{F} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 1 \\ CA & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{D}_\omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ CF \end{bmatrix}, K = [K_p \quad K_I \quad K_D]^\top.$$

上述系统可简化为如下时滞线性系统:

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{A}_d\bar{x}(t-h(t)) + \bar{B}_\omega w(t). \quad (12)$$

式中: 矩阵 $\bar{A}_d = -\bar{B}K\bar{C}$; $\bar{B}_\omega = \bar{F} - \bar{B}K\bar{D}_\omega$ 。

设系统平衡点为 $\bar{x}^*(t)$, 即满足如下关系式:

$$0 = \bar{A}\bar{x}^*(t) + \bar{A}_d\bar{x}^*(t-h(t)) + \bar{B}_\omega w(t). \quad (13)$$

令 $x_f(t) = \bar{x}(t) - \bar{x}^*(t)$, 矩阵 $A_f = \bar{A}$, $A_{df} = \bar{A}_d$ 。

式 (12) 减去式 (13) 可得:

$$\dot{x}_f(t) = A_f x_f(t) + A_{df} x_f(t-h(t)). \quad (14)$$

式 (12) ~ (14) 中: $h(t)$ 为时变时滞函数, 并且满足 $h(t) \in [0, h]$ 、 $|\dot{h}(t)| \leq \mu$ 的关系; A_f 与 A_{df} 均为系统矩阵, 且

$$A_f = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & \frac{1}{M} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{1}{T_T} & 0 \\ -\frac{1}{T_G R} & 0 & -\frac{1}{T_G} & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$A_{df} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta K_p}{T_G} - \frac{\beta D K_D}{M T_G} & \frac{\beta K_D}{M T_G} & 0 & \frac{K_I}{T_G} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

于是, 时滞线性系统数学模型的一般形式可以表述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_f x(t) + A_{df} x(t-h(t)), & t > 0; \\ x(t) = \phi(t), & t \in [-h, 0]. \end{cases} \quad (17)$$

式中: $\phi(t)$ 为 $t \in [-h, 0)$ 上的连续初始向量值函数, 代表系统的初始状态。

3 系统稳定新判据

3.1 主要引理

为获得本文主要结论, 给出如下 3 个引理。

引理 1^[15] 给定实对称矩阵 $R > 0 (R \in S^n)$, 存在标量 a 、 $b (a < b)$ 和向量值函数 $\omega(s)$: $[a, b] \rightarrow R^n$, 则有以下积分不等式成立:

$$(b-a) \int_a^b \dot{\omega}^\top(s) R \omega(s) ds \geq \Omega^\top(a, b) \bar{R} \Omega(a, b).$$

式中:

$$\bar{R} = \text{diag}\{R, 3R, 5R\};$$

$$\Omega(a, b) = [\mathfrak{g}_0^\top \quad \mathfrak{g}_1^\top \quad \mathfrak{g}_2^\top]^\top;$$

其中, $\mathfrak{g}_0 = \omega(b) - \omega(a)$,

$$\mathfrak{g}_1 = \omega(b) + \omega(a) - \frac{2}{b-a} \int_a^b \omega(s) ds,$$

$$\mathfrak{g}_2 = \omega(b) - \omega(a) + \frac{6}{b-a} \int_a^b \omega(s) ds -$$

$$\frac{12}{(b-a)^2} \int_a^b \int_\theta^b \omega(s) ds d\theta.$$

引理 2^[16] 给定实对称矩阵 $R > 0 (R \in S^n)$ 和标量 $\alpha \in (0, 1)$, 若存在实对称矩阵 X_1 、 X_2 、 X_3 、 $X_4 \in S^n$ 和任意实矩阵 Y_1 、 Y_2 、 Y_3 、 $Y_4 \in S^n$, 且满足如下不等式:

$$\alpha^2 \begin{bmatrix} X_3 & Y_3 + Y_4 \\ * & X_4 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 - Y_2 - 2Y_4 \\ * & -X_2 - 2X_4 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} -R & Y_2 + Y_4 \\ * & -R + X_2 + X_4 \end{bmatrix} \leq 0, \quad (18)$$

则不等式 (19) 成立。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} R & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-\alpha} R \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} R + T_1 & T_2 \\ * & R + T_3 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

式中: $T_1 = (1-\alpha)X_1 + \alpha(1-\alpha)X_3$;

$$T_2 = \alpha Y_1 + (1-\alpha)Y_2 + \alpha^2 Y_3 + (1-\alpha)^2 Y_4;$$

$$T_3 = \alpha X_2 + \alpha(1-\alpha)X_4.$$

引理 3^[17] 给定函数 $l(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, 其中 $x \in [0, h]$, 且 a_2 、 a_1 、 $a_0 \in \mathbb{R}$ 。如果以下不等式得到满足:

$$\text{i) } l(0) < 0,$$

$$\text{ii) } l(h_2) < 0,$$

$$\text{iii) } \frac{h}{4} a_1 + a_0 < 0,$$

$$\text{iiii) } \frac{h^2}{2} a_2 + \frac{3h}{4} a_1 + a_0 < 0,$$

则 $l(x) < 0$ 成立。

3.2 主要结论

本研究应用时滞乘积型 Lyapunov-Krasovskii, 并结合扩展的逆凸二次不等式技术, 推导出一个考虑通信延迟并且系统矩阵中含 PID 参数的 LFC 系统稳定新判据。

为了简化计算, 定义如下向量和矩阵:

$$\varpi_1(t) = [\varpi_{1a}^\top(t) \quad \varpi_{1b}^\top(t) \quad \varpi_{1c}^\top(t)]^\top,$$

$$\varpi_{1a}(t) = [x^\top(t) \quad x^\top(t-h(t)) \quad x^\top(t-h)]^\top,$$

$$\begin{aligned}
\varpi_{1b}(t) &= \left[\frac{1}{h(t)} \int_{t-h(t)}^t \mathbf{x}^T(s) ds \right]^T, \\
\varpi_{1c}(t) &= \left[\frac{1}{h^2(t)} \int_{t-h(t)}^t \int_{t-h(t)}^\theta \mathbf{x}^T(s) ds d\theta \right]^T; \\
\varpi_2(t) &= [\varpi_{1a}^T(t) \quad \varpi_{2b}^T(t) \quad \varpi_{2c}^T(t)]^T, \\
\varpi_{2b}(t) &= \left[\frac{1}{h-h(t)} \int_{t-h}^{t-h(t)} \mathbf{x}^T(s) ds \right]^T, \\
\varpi_{2c}(t) &= \left[\frac{1}{(h-h(t))^2} \int_{t-h}^{t-h(t)} \int_{t-h}^\theta \mathbf{x}^T(s) ds d\theta \right]^T; \\
\varpi_3(t, s) &= [\varpi_{3a}^T(t, s) \quad \varpi_{3b}^T(t, s)]^T, \\
\varpi_{3a}(t, s) &= \left[\dot{\mathbf{x}}^T(s) \quad \mathbf{x}^T(s) \quad \int_s^t \mathbf{x}^T(\theta) d\theta \right]^T, \\
\varpi_{3b}(t, s) &= \left[\int_{t-h(t)}^s \mathbf{x}^T(\theta) d\theta \right]^T; \\
\varpi_4(t, s) &= [\varpi_{4a}^T(t, s) \quad \varpi_{4b}^T(t, s)]^T, \\
\varpi_{4a}(t, s) &= \left[\dot{\mathbf{x}}^T(s) \quad \mathbf{x}^T(s) \quad \int_s^{t-h(t)} \mathbf{x}^T(\theta) d\theta \right]^T, \\
\varpi_{4b}(t, s) &= \left[\int_{t-h}^s \mathbf{x}^T(\theta) d\theta \right]^T; \\
\zeta(t) &= [\varpi_{1a}^T(t) \quad \zeta_1^T(t) \quad \zeta_2^T(t) \quad \zeta_3^T(t) \quad \zeta_4^T(t)]^T, \\
\zeta_1(t) &= \left[\dot{\mathbf{x}}^T(t-h(t)) \quad \dot{\mathbf{x}}^T(t-h) \quad \frac{1}{h(t)} \int_{t-h(t)}^t \mathbf{x}^T(s) ds \right]^T, \\
\zeta_2(t) &= \left[\frac{1}{h-h(t)} \int_{t-h}^{t-h(t)} \mathbf{x}^T(s) ds \right]^T, \\
\zeta_3(t) &= \left[\frac{1}{h^2(t)} \int_{t-h(t)}^t \int_\theta^t \mathbf{x}^T(s) ds d\theta \right]^T, \\
\zeta_4(t) &= \left[\frac{1}{(h-h(t))^2} \int_{t-h}^{t-h(t)} \int_\theta^{t-h(t)} \mathbf{x}^T(s) ds d\theta \right]^T; \\
\mathbf{e}_i &= [\mathbf{0}_{n \times (i-1)n} \quad \mathbf{I}_n \quad \mathbf{0}_{n \times (9-i)n}]^T, \quad i=1, 2, \dots, 9.
\end{aligned}$$

下面, 推出以下稳定新判据。

定理 1 给定标量 μ 和 $h(h>0)$, 若存在实对称矩阵 $\mathbf{Q}_1(\in \mathbf{S}^{4n})>0$ 、 $\mathbf{Q}_2(\in \mathbf{S}^{4n})>0$ 、 $\mathbf{P}_{11}>0$ 、 $\mathbf{P}_{12}>0$ 、 $\mathbf{P}_{21}>0$ 、 $\mathbf{P}_{22}>0$ 、 $\mathbf{Z}>0$, 任意矩阵 \mathbf{Y}_1 、 \mathbf{Y}_2 、 \mathbf{Y}_3 、 $\mathbf{Y}_4 \in \mathbf{R}^{3n \times 3n}$ 和实对称矩阵 \mathbf{X}_1 、 \mathbf{X}_2 、 \mathbf{X}_3 、 $\mathbf{X}_4 \in \mathbf{S}^{3n}$, 在满足时滞约束条件 $0 \leq h(t) \leq h$, $|\dot{h}(t)| \leq \mu$ 时, 有以下 LMI 成立:

$$\mathbf{P}_{11} + h(t)\mathbf{P}_{12} > 0, \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_{21} + (h-h(t))\mathbf{P}_{22} > 0, \quad (21)$$

$$\alpha^2 \boldsymbol{\psi}_2 + \alpha \boldsymbol{\psi}_1 + \boldsymbol{\psi}_0 \leq 0, \quad (22)$$

$$h^2(t)\boldsymbol{\gamma}_2 + h(t)\boldsymbol{\gamma}_1 + \boldsymbol{\gamma}_0 \leq 0, \quad (23)$$

则系统方程 (17) 是渐近稳定的。

式 (22) 中:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\psi}_0 &= \begin{bmatrix} -\bar{\mathbf{Z}} & \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_4 \\ * & -\bar{\mathbf{Z}} + \mathbf{X}_2 + \mathbf{X}_4 \end{bmatrix}, \\
\boldsymbol{\psi}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{Y}_1 - \mathbf{Y}_2 - 2\mathbf{Y}_4 \\ * & -\mathbf{X}_2 - 2\mathbf{X}_4 \end{bmatrix}, \\
\boldsymbol{\psi}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_3 & \mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_4 \\ * & \mathbf{X}_4 \end{bmatrix};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\gamma}_0 &= \text{Sym} \left\{ \mathbf{H}_{11}^T \mathbf{P}_{11} \mathbf{v}_2 + \mathbf{H}_{21}^T (h\mathbf{P}_{21} + h^2\mathbf{P}_{22}) \mathbf{v}_1 + \mathbf{H}_{51}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{v}_4 + \right. \\
&\quad \left. \mathbf{H}_{21}^T (\mathbf{P}_{21} + h\mathbf{P}_{22}) \mathbf{v}_3 + \mathbf{H}_{81}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{v}_5 - \mathbf{M}_1^T (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_3) \mathbf{M}_2 \right\} + \\
&\quad \dot{h}(t) \mathbf{H}_{11}^T \mathbf{P}_{11} \mathbf{H}_{11} - \dot{h}(t) \mathbf{H}_{21}^T (\mathbf{P}_{21} + 2h\mathbf{P}_{22}) \mathbf{H}_{21} - \\
&\quad (1 - \dot{h}(t)) \mathbf{H}_{41}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H}_{41} + (1 - \dot{h}(t)) \mathbf{H}_{61}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H}_{61} - \\
&\quad \mathbf{H}_{71}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H}_{71} + \mathbf{H}_{31}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H}_{31} + h^2 \mathbf{e}_0^T \mathbf{Z} \mathbf{e}_0 - \mathbf{M}_1^T \bar{\mathbf{Z}} \mathbf{M}_1 - \\
&\quad \mathbf{M}_2^T (\bar{\mathbf{Z}} + \mathbf{X}_2) \mathbf{M}_2, \\
\boldsymbol{\gamma}_1 &= \text{Sym} \left\{ \mathbf{H}_{11}^T \mathbf{P}_{11} \mathbf{v}_1 + \mathbf{H}_{11}^T \mathbf{P}_{12} \mathbf{v}_2 - \mathbf{H}_{21}^T (\mathbf{P}_{21} + 2h\mathbf{P}_{22}) \mathbf{v}_1 - \right. \\
&\quad \left. \mathbf{H}_{21}^T \mathbf{P}_{22} \mathbf{v}_3 + \mathbf{H}_{31}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H}_{32} - (1 - \dot{h}(t)) \mathbf{H}_{41}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H}_{42} + \right. \\
&\quad \left. \mathbf{H}_{52}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{v}_4 - \mathbf{H}_{82}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{v}_5 + (1 - \dot{h}(t)) \mathbf{H}_{61}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H}_{62} - \right. \\
&\quad \left. \mathbf{H}_{71}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H}_{72} + \frac{\mathbf{M}_1^T}{h} (\mathbf{Y}_1 - \mathbf{Y}_2 + 2\mathbf{Y}_3) \mathbf{M}_2 \right\} + \\
&\quad 2\dot{h}(t) \mathbf{H}_{11}^T \mathbf{P}_{12} \mathbf{H}_{11} + 2\dot{h}(t) \mathbf{H}_{21}^T \mathbf{P}_{22} \mathbf{H}_{21} - \\
&\quad \frac{\mathbf{M}_1^T}{h} (\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_3) \mathbf{M}_1 - \frac{\mathbf{M}_2^T}{h} (\mathbf{X}_4 - \mathbf{X}_2) \mathbf{M}_2, \\
\boldsymbol{\gamma}_2 &= \text{Sym} \left\{ \mathbf{H}_{11}^T \mathbf{P}_{12} \mathbf{v}_1 + \mathbf{H}_{21}^T \mathbf{P}_{22} \mathbf{v}_1 + \mathbf{H}_{53}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{v}_4 + \mathbf{H}_{83}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{v}_5 - \right. \\
&\quad \left. (\mathbf{M}_1^T / h^2) (\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_4) \mathbf{M}_2 \right\} - (1 - \dot{h}(t)) \mathbf{H}_{42}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H}_{42} + \\
&\quad \mathbf{H}_{32}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H}_{32} - \mathbf{H}_{72}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H}_{72} + (1 - \dot{h}(t)) \mathbf{H}_{62}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H}_{62} + \\
&\quad \frac{\mathbf{M}_1^T}{h^2} \mathbf{X}_3 \mathbf{M}_1 + \frac{\mathbf{M}_2^T}{h^2} \mathbf{X}_4 \mathbf{M}_2;
\end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_{11} &= [\mathbf{e}_1^T \quad \mathbf{e}_2^T \quad \mathbf{e}_3^T \quad \mathbf{e}_6^T \quad \mathbf{e}_6^T - \mathbf{e}_8^T]^T, \\
\mathbf{H}_{21} &= [\mathbf{e}_1^T \quad \mathbf{e}_2^T \quad \mathbf{e}_3^T \quad \mathbf{e}_7^T \quad \mathbf{e}_7^T - \mathbf{e}_9^T]^T, \\
\mathbf{H}_{31} &= [\mathbf{e}_0^T \quad \mathbf{e}_1^T \quad 0 \quad 0]^T, \\
\mathbf{H}_{32} &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{e}_6^T]^T, \\
\mathbf{H}_{41} &= [\mathbf{e}_4^T \quad \mathbf{e}_2^T \quad 0 \quad 0]^T, \\
\mathbf{H}_{42} &= [0 \quad 0 \quad \mathbf{e}_6^T \quad 0]^T, \\
\mathbf{H}_{51} &= [\mathbf{e}_1^T - \mathbf{e}_2^T \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T, \\
\mathbf{H}_{52} &= [0 \quad \mathbf{e}_6^T \quad 0 \quad 0]^T, \\
\mathbf{H}_{53} &= [0 \quad 0 \quad \mathbf{e}_8^T \quad \mathbf{e}_6^T - \mathbf{e}_8^T]^T, \\
\mathbf{H}_{61} &= [\mathbf{e}_4^T \quad \mathbf{e}_2^T \quad 0 \quad h\mathbf{e}_7^T]^T,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{62} &= [0 \ 0 \ 0 \ -e_7^T]^T, \\
H_{71} &= [e_5^T \ e_3^T \ he_7^T \ 0]^T, \\
H_{72} &= [0 \ 0 \ -e_7^T \ 0]^T, \\
H_{81} &= [e_2^T - e_3^T \ he_7^T \ h^2 e_9^T \ h^2 (e_7^T - e_9^T)]^T, \\
H_{82} &= [0 \ e_7^T \ 2he_9^T \ 2h(e_7^T - e_9^T)]^T, \\
H_{83} &= [0 \ 0 \ e_9^T \ e_7^T - e_9^T]^T; \\
v_1 &= [e_0^T \ (1-\dot{h}(t))e_4^T \ e_5^T \ 0 \ 0]^T, \\
v_2 &= \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix}, \\
v_4 &= [0 \ 0 \ e_1^T \ -(1-\dot{h}(t))e_2^T]^T, \\
v_5 &= [0 \ 0 \ (1-\dot{h}(t))e_2^T \ -e_3^T]^T, \\
M_1 &= [e_2^T - e_3^T \ e_2^T + e_3^T - 2e_7^T \ e_2^T - e_3^T + 6e_7^T - 12e_9^T]^T, \\
M_2 &= [e_1^T - e_2^T \ e_1^T + e_2^T - 2e_6^T \ e_1^T - e_2^T + 6e_6^T - 12e_8^T]^T; \\
e_0 &= A_f e_1 + A_{df} e_2, \\
\bar{Z} &= \text{diag}\{Z, 3Z, 5Z\}, \\
\alpha &= \frac{h-h(t)}{h} \in [0, 1].
\end{aligned}$$

证明 构建如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$\begin{aligned}
V(t) &= h(t)\varpi_1^T(t)P_1(t)\varpi_1(t) + (h-h(t))\varpi_2^T(t) \cdot \\
&\quad P_2(t)\varpi_2(t) + \int_{t-h(t)}^t \varpi_3^T(t,s)Q_1\varpi_3(t,s)ds + \\
&\quad \int_{t-h}^{t-h(t)} \varpi_4^T(t,s)Q_2\varpi_4(t,s)ds + \\
&\quad h \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)dsd\theta, \quad (24)
\end{aligned}$$

式中: $P_1(t)=P_{11}+h(t)P_{12}$; $P_2(t)=P_{21}+(h-h(t))P_{22}$ 。

当 $P_1(t)>0$ 、 $P_2(t)>0$ 、 $Q_1>0$ 、 $Q_2>0$ 和 $Z>0$ 时, 该泛函正定, 即 $V(t)>0$ 。

对 $V(t)$ 沿着系统轨迹进行求导运算, 可得:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= 2h(t)\varpi_1^T(t)P_1(t)\dot{\varpi}_1(t) + h(t)\varpi_1^T(t)\dot{P}_1(t)\varpi_1(t) + \\
&\quad \dot{h}(t)\varpi_1^T(t)P_1(t)\varpi_1(t) - \dot{h}(t)\varpi_2^T(t)P_2(t)\varpi_2(t) + \\
&\quad 2(h-h(t))\varpi_2^T(t)P_2(t)\dot{\varpi}_2(t) + \\
&\quad (h-h(t))\varpi_2^T(t)\dot{P}_2(t)\varpi_2(t) + \\
&\quad \varpi_3^T(t,t)Q_1\varpi_3(t,t) - \varpi_4^T(t,t-h)Q_2\varpi_4(t,t-h) - \\
&\quad (1-\dot{h}(t))\varpi_3^T(t,t-h(t))Q_1\varpi_3(t,t-h(t)) + \\
&\quad (1-\dot{h}(t))\varpi_4^T(t,t-h(t))Q_2\varpi_4(t,t-h(t)) + \\
&\quad 2 \int_{t-h(t)}^t \varpi_3^T(t,s)Q_1 \frac{\partial \varpi_3(t,s)}{\partial t} ds + \\
&\quad 2 \int_{t-h}^{t-h(t)} \varpi_4^T(t,s)Q_2 \frac{\partial \varpi_4(t,s)}{\partial t} ds + \\
&\quad h^2 \dot{x}^T(t)Z\dot{x}(t) - h \int_{t-h}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds. \quad (25)
\end{aligned}$$

基于引理 1, 可以将式 (25) 中最后一个积分项转换为

$$\begin{aligned}
&h \int_{t-h}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds = \\
&h \int_{t-h}^{t-h(t)} \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds + h \int_{t-h(t)}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds \geq \\
&\xi^T(t) \left[\frac{1}{\alpha} M_1^T \bar{Z} M_1 + \frac{1}{1-\alpha} M_2^T \bar{Z} M_2 \right] \xi(t). \quad (26)
\end{aligned}$$

又基于引理 2, 式 (26) 中的逆凸项可以被处理为

$$\begin{aligned}
&\xi^T(t) \left[\frac{1}{\alpha} M_1^T \bar{Z} M_1 + \frac{1}{1-\alpha} M_2^T \bar{Z} M_2 \right] \xi(t) \geq \\
&\xi^T(t) [M_1^T \bar{T}_1 M_1 + 2M_1^T \bar{T}_2 M_2 + M_2^T \bar{T}_3 M_2] \xi(t), \quad (27)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{式中: } \bar{T}_1 &= \bar{Z} + (1-\alpha)X_1 + \alpha(1-\alpha)X_3, \\
\bar{T}_2 &= \alpha Y_1 + (1-\alpha)Y_2 + \alpha^2 Y_3 + (1-\alpha)^2 Y_4, \\
\bar{T}_3 &= \bar{Z} + \alpha X_2 + \alpha(1-\alpha)X_4.
\end{aligned}$$

综合式 (25) ~ (27) 可以得出:

$$\dot{V}(t) \leq \xi^T(t)(h^2(t)\gamma_2 + h(t)\gamma_1 + \gamma_0)\xi(t). \quad (28)$$

式中 γ_0 、 γ_1 和 γ_2 在定理 1 中已被定义。

因此, 在满足约束条件 $0 \leq h(t) \leq h$ 和 $|\dot{h}(t)| \leq \mu$ 时, 如果有 $h^2(t)\gamma_2 + h(t)\gamma_1 + \gamma_0 < 0$ 成立, 则 $\dot{V}(t) < 0$, 所以系统方程 (17) 是渐近稳定的, 证毕。

定理 2 给定标量 μ 和 $h(h>0)$, 若存在实对称矩阵 $Q_1(\in S^{4n})>0$ 、 $Q_2(\in S^{4n})>0$ 、 $P_{11}>0$ 、 $P_{12}>0$ 、 $P_{21}>0$ 、 $P_{22}>0$ 、 $Z>0$, 任意矩阵 Y_1 、 Y_2 、 Y_3 、 $Y_4 \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 和实对称矩阵 X_1 、 X_2 、 X_3 、 $X_4 \in S^{3n}$, 在满足时滞约束条件 $0 \leq h(t) \leq h$, $|\dot{h}(t)| \leq \mu$ 且满足不等式 (20) 与 (21) 时, 有以下 LMI 成立,

$$\psi_0 \leq 0, \quad (29)$$

$$\psi_2 + \psi_1 + \psi_0 \leq 0, \quad (30)$$

$$\frac{\psi_2}{4} + \psi_0 \leq 0, \quad (31)$$

$$\frac{\psi_2}{2} + \frac{3\psi_1}{4} + \psi_0 \leq 0, \quad (32)$$

$$\gamma_0 \leq 0, \quad (33)$$

$$h^2\gamma_2 + h\gamma_1 + \gamma_0 \leq 0, \quad (34)$$

$$\frac{h}{4}\gamma_1 + \gamma_0 \leq 0, \quad (35)$$

$$\frac{h^2}{2}\gamma_2 + \frac{3h}{4}\gamma_1 + \gamma_0 \leq 0, \quad (36)$$

则系统方程 (17) 是渐近稳定的。

4 实例仿真

针对文献 [18] 中提出的 PID 控制器的时域性和

鲁棒性与两个参数有关的结论, 本文探讨了系统矩阵中 PID 参数的选取对 LFC 系统稳定性的影响。根据文献 [12, 17] 中给出的参数值 ($D=1.0$ 、 $R=0.05$ 、 $T_G=0.10$ 、 $M=10$ 和 $T_T=0.3$), 并结合系统矩阵参数式 (15) (16), 利用 Matlab 中的 LMI 工具箱进行实

验仿真, 分析了系统矩阵方程在定常时滞 ($\mu=0$) 和时变时滞 ($\mu=0.5$) 两种不同时滞类型情况下, PI 控制增益与 LFC 系统时滞稳定裕度之间的关系, 所得仿真结果分别列于表 1 和 2 中。

表 1 (K_p, K_I) 分别取不同值时的时滞稳定裕度 $h_{\max} (\mu=0)$

Table 1 Delay stability margin h_{\max} with (K_p, K_I) taking different values respectively ($\mu=0$)

K_p	K_I														
	0.2			0.4			0.6			0.8			1.0		
	文献 [19]	文献 [20]	本文	文献 [19]	文献 [20]	本文	文献 [19]	文献 [20]	本文	文献 [19]	文献 [20]	本文	文献 [19]	文献 [20]	本文
0.2	6.535	7.615	8.161	3.320	3.784	3.792	2.108	2.309	2.312	1.440	1.550	1.552	1.016	1.077	1.078
0.4	5.384	6.273	8.557	2.832	3.472	3.980	1.912	2.330	2.425	1.385	1.605	1.622	1.017	1.116	1.118
0.6	3.958	4.770	7.249	2.130	2.734	3.825	1.475	1.871	2.281	1.098	1.331	1.461	0.827	0.933	0.947
0.8	2.125	2.731	6.857	1.221	1.542	2.916	0.881	1.048	1.249	0.667	0.726	0.727	0.519	0.550	0.550
1.0	0.522	0.563	0.564	0.482	0.515	0.515	0.438	0.463	0.463	0.392	0.410	0.410	0.348	0.360	0.361

表 2 (K_p, K_I) 分别取不同值时的时滞稳定裕度 $h_{\max} (\mu=0.5)$

Table 2 Delay stability margin h_{\max} with (K_p, K_I) taking different values respectively ($\mu=0.5$)

K_p	K_I														
	0.2			0.4			0.6			0.8			1.0		
	文献 [19]	文献 [20]	本文	文献 [19]	文献 [20]	本文	文献 [19]	文献 [20]	本文	文献 [19]	文献 [20]	本文	文献 [19]	文献 [20]	本文
0.2	5.783	6.303	7.832	2.956	3.212	3.625	1.838	1.948	2.197	1.201	1.272	1.459	0.783	0.853	0.997
0.4	3.967	4.550	8.059	2.176	2.578	3.726	1.461	1.683	2.244	1.011	1.108	1.472	0.696	0.768	0.990
0.6	1.543	1.890	3.249	1.029	1.090	3.203	0.787	0.842	1.761	0.624	0.684	1.068	0.502	0.554	0.726
0.8	0.572	0.608	0.888	0.524	0.562	0.774	0.471	0.509	0.658	0.417	0.452	0.552	0.365	0.395	0.462
1.0	0.391	0.417	0.484	0.365	0.390	0.448	0.338	0.360	0.409	0.309	0.329	0.369	0.280	0.300	0.329

为了更好地展示本文方法的优越性, 定义平均改善率公式 AI 如下:

$$AI = \sum_{i=0.2}^1 \sum_{j=0.2}^1 [(h_{\max \text{ 本文}} - h_{\max \text{ 文献 [20]}}) / h_{\max \text{ 文献 [20]}}] / 25. \quad (37)$$

式中 i, j 的取值依次为 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0。

当系统处于定常时滞 ($\mu=0$) 类型情况下, 根据表 1 中提供的实验数据, 并利用式 (37) 可以计算出系统的时滞稳定裕度平均改善率为 17.9%, 这说明在降低系统保守性方面, 本文给出的方法相比文献 [20] 给出的方法具有明显的优越性。

同理, 根据表 2 中的实验数据可以得出, 系统处在时变时滞 ($\mu=0.5$) 类型情况下, 系统的时滞稳定裕度改善率能达 39.1%。

为了进一步验证上述实验数据的准确性, 利用 Matlab 中的 Simulink 工具箱建立系统数学模型, 选取 $K_p=0.6$ 、 $K_I=0.6$ 、 $\mu=0$, 且系统时滞稳定裕度 $h_{\max}=2.281$ s 时, 观察系统频率偏差的收敛性, 从而说明系统是否处在稳定状态。不同时滞稳定裕度下的系统频率偏差响应曲线如图 3 所示。

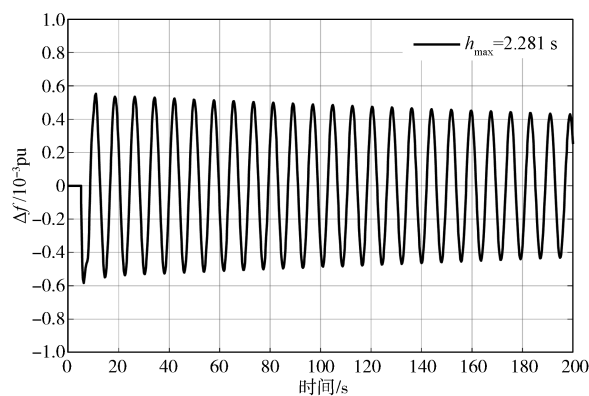


图 3 $K_p=0.6, K_I=0.6, \mu=0, h_{\max}=2.281$ s 时的系统频率偏差

Fig.3 System frequency deviation response curves with $h_{\max}=2.281$ s, $K_p=0.6, K_I=0.6$ and $\mu=0$

从图 3 可以看出, 当 $h_{\max}=2.281$ s 时, 系统的频率偏差呈收敛状态, 这说明系统是稳定的; 但是收敛速度非常慢, 快速性降低, 这正好体现了应用本文方法计算出来的系统时滞稳定裕度值更接近于理论值, 充分证明了应用本文方法使系统的保守性得到了极大改善, 体现了所提方法的正确性。

另外,从表1和表2中列出的实验运算结果可以看出,当系统处在相同时滞类型而不同控制增益 K_p 、 K_i 时,系统时滞稳定裕度 h_{\max} 随着控制增益 K_p 、 K_i 取值的不同而不同:当比例增益 K_p 一定时,时滞稳定裕度随着积分增益 K_i 的增大而呈减小的变化趋势;当积分增益 K_i 一定时,这种情况较复杂,时滞稳定裕度 h_{\max} 随着比例增益 K_p 的增大呈先增大后减小的变化趋势。图4展示了应用本文方法得出的系统时滞稳定裕度 h_{\max} 与控制增益 K_p 、 K_i 取值之间的关系($\mu=0$)。由图4可知,时滞稳定裕度 h_{\max} 随 K_p 、 K_i 取值的变化而变化。同样,当给定相同控制增益 K_p 、 K_i 而不同时滞类型时,系统时滞稳定裕度 h_{\max} 的数值也会不同。

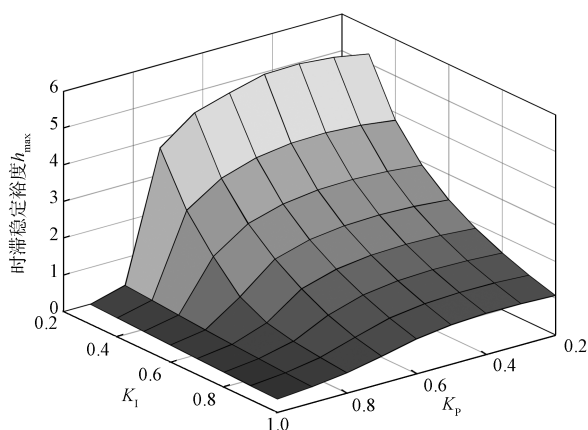


图4 时滞稳定裕度 h_{\max} 随 K_p 、 K_i 取值的变化图($\mu=0$)

Fig. 4 Variation diagram of delay stability margin h_{\max} with values of K_p and K_i ($\mu=0$)

通过对以上仿真结果的讨论与分析,可以得出如下一致结论:当LFC系统处在定常时滞和时变时滞两种时滞类型情况下,应用本文提出的方法能有效改善系统的保守性,并且与其它文献结果相比,具有明显的优势。

5 结语

本文研究了考虑通信延迟且系统矩阵中含PID参数的LFC系统鲁棒稳定性问题。通过构建系统矩阵中含PID参数的时滞LFC系统数学模型,选取时滞乘积型Lyapunov-Krasovskii泛函,并应用扩展的逆凸二次不等式方法等数学处理技巧,对泛函导数进行了精确界定,推导出一个改善系统保守性的时滞相关鲁棒稳定新判据。最后,借助数值实例进行实验仿真,分析了系统处在定常时滞和时变时滞两种时滞类型情况下,比例增益 K_p 、积分增益 K_i 与LFC系统时滞稳定裕度 h_{\max} 之间的关系,通过实验仿真的验证以及将实验结果与其它文献对比后发现,本文方法具有

明显的优越性。

参考文献:

- [1] 孟凡超,董晓亮,高志强,等.一种基于WAMS/PMU的PSS在线评估方法[J].电力自动化设备,2012,32(10):146-149.
MENG Fanchao, DONG Xiaoliang, GAO Zhiqiang, et al. Online PSS Evaluation Based on WAMS/PMU Technology[J]. Electric Power Automation Equipment, 2012, 32(10): 146-149.
- [2] 刘晓桂.不确定时滞电力系统鲁棒稳定性分析与负荷频率控制[D].株洲:湖南工业大学,2019.
LIU Xiaogui. Robust Stability Analysis and Load Frequency Control for Uncertain Time-Delay Power Systems[D]. Zhuzhou: Hunan University of Technology, 2019.
- [3] 王新蕾.计及时滞对负荷频率控制影响的电力系统小干扰稳定性分析[D].济南:山东大学,2018.
WANG Xinlei. The Small Signal Stability Analysis for Power System with Time-Delayed Load Frequency Control[D]. Jinan: Shandong University, 2018.
- [4] 彭思源,肖会芹,林惠潮.时变时滞广域电力系统稳定性分析[J].湖南工业大学学报,2021,35(3):62-67.
PENG Siyuan, XIAO Huiqin, LIN Huichao. Stability Analysis of the Wide-Area Power System with Time-Varying Delay[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2021, 35(3): 62-67.
- [5] 周一辰,覃露,李永刚.基于多求和不等式输出反馈Lyapunov判据的时变时滞电力系统二次调频控制[J].电网技术,2021,45(8):3247-3258.
ZHOU Yichen, QIN Lu, LI Yonggang. Secondary Frequency Modulation Control of Power System with Time-Varying Delay Based on Lyapunov Criterion of Multi-Summation Inequality Output Feedback[J]. Power System Technology, 2021, 45(8): 3247-3258.
- [6] 王玉龙.负荷频率控制系统的设计及优化[D].北京:华北电力大学,2014.
WANG Yulong. Design and Optimization of Load Frequency Control Systems[D]. Beijing: School of North China Electric Power University, 2014.
- [7] 刘斌,徐谦.时变时滞不确定性神经网络的被动性准则[J].计算机应用与软件,2012,29(8):135-137,140.
LIU Bin, XU Qian. Passivity Criterion for Uncertain Neural Networks with Time-Varying Delays[J]. Computer Applications and Software, 2012, 29(8): 135-137, 140.
- [8] 潘丽姣.基于自由权矩阵的时变时延NCSs稳定性和鲁棒性分析[J].计算机应用与软件,2014,31(3):

- 126–130, 138.
- PAN Lijiao. Stability and Robust Analysis for NCSs with Time-Varying Delays Based on Free-Weighting Matrix[J]. Computer Applications and Software, 2014, 31(3): 126–130, 138.
- [9] OJAGHI P, RAHMANI M. LMI-Based Robust Predictive Load Frequency Control for Power Systems with Communication Delays[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(5): 4091–4100.
- [10] PENG C, ZHANG J. Delay-Distribution-Dependent Load Frequency Control of Power Systems with Probabilistic Interval Delays[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(4): 3309–3317.
- [11] ZHANG C K, JIANG L, WU Q H, et al. Further Results on Delay-Dependent Stability of Multi-Area Load Frequency Control[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(4): 4465–4474.
- [12] DUAN C, ZHANG C K, JIANG L, et al. Structure-Exploiting Delay-Dependent Stability Analysis Applied to Power System Load Frequency Control[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(6): 4528–4540.
- [13] BEVRANI H. Robust Power System Frequency Control [M]. Boston, MA: Springer US, 2009: 191–208.
- [14] JIANG L, YAO W, WU Q H, et al. Delay-Dependent Stability for Load Frequency Control with Constant and Time-Varying Delays[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 27(2): 932–941.
- [15] ZENG H B, HE Y, WU M, et al. New Results on Stability Analysis for Systems with Discrete Distributed Delay[J]. Automatica, 2015, 60: 189–192.
- [16] ZENG H B, LIN H C, HE Y, et al. Hierarchical Stability Conditions for Time-Varying Delay Systems via an Extended Reciprocally Convex Quadratic Inequality[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(14): 9930–9941.
- [17] ZENG H B, LIN H C, HE Y, et al. Improved Negativity Condition for a Quadratic Function and Its Application to Systems with Time-Varying Delay[J]. IET Control Theory & Applications, 2020, 14(18): 2989–2993.
- [18] TAN W. Unified Tuning of PID Load Frequency Controller for Power Systems via IMC[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(1): 341–350.
- [19] 张传科. 时滞电力系统的小扰动稳定分析与负荷频率控制 [D]. 长沙: 中南大学, 2013.
- ZHANG Chuanke. Small-Signal Stability Analysis and Load Frequency Control for Delayed Power Systems[D]. Changsha: Central South University, 2013.
- [20] 曾红兵, 刘晓桂, 肖会芹, 等. 基于PID负荷频率控制的电力系统时滞相关鲁棒稳定性分析 [J]. 电测与仪表, 2019, 56(23): 112–118.
- ZENG Hongbing, LIU Xiaogui, XIAO Huiqin, et al. Delay-Dependent Robust Stability of Power System with PID Load Frequency Control[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019, 56(23): 112–118.

(责任编辑: 廖友媛)