

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2022.06.008

忆阻电路系统事件触发脉冲稳定性研究

曾旺¹, 覃宇燕¹, 宓茜²

(1. 湖南工业大学 理学院, 湖南 株洲 412007; 2. 湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘要: 针对忆阻电路系统, 利用 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊模型, 提出了一种新的事件触发脉冲控制方法, 并利用 Lyapunov 稳定性理论, 得到事件触发函数及稳定性条件, 且排除了 Zeno 行为的发生。最后, 通过数值仿真验证了理论结果的有效性。

关键词: 忆阻电路系统; 事件触发脉冲控制; Zeno 行为

中图分类号: TM54

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2022)06-0050-05

引文格式: 曾旺, 覃宇燕, 宓茜. 忆阻电路系统事件触发脉冲稳定性研究 [J]. 湖南工业大学学报, 2023, 36(6): 50-54.

Research on the Stability Property of Event-Triggered Impulse in Memristive Circuit System

ZENG Wang¹, QIN Yuyan¹, MI Qian²

(1. College of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China;

2. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In view of an improvement of the memristor circuit system, a new event-triggered impulse control method has thus proposed by using Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model. Based on Lyapunov stability theory, the event triggered function and stability conditions can be obtained, with Zeno behavior excluded as well. Finally, the validity of the theoretical results is to be verified by a numerical simulation.

Keywords: memristive circuit system; event-triggered impulsive control; Zeno behavior

0 引言

1971年, 美国加州大学华裔科学家蔡少棠教授首次提出了忆阻器^[1] (memristor) 的概念, 称其为除了电阻、电感和电容之外的第四种基本电路元件, 并在文献 [2] 中阐述了元件的特性、原理及应用。直

到2008年, 惠普公司的研究人员首次宣布了忆阻器的固态实现^[3]。忆阻器具有保留电路中通过电荷的能力与特性^[4], 在传统的电路设计、信号处理、自动化控制以及神经网络等领域拥有广泛的应用空间和发展潜力, 因而受到了学术界的广泛关注^[5-8]。

用忆阻电路中的忆阻器替代原来的二极管是实

收稿日期: 2022-06-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61703154); 湖南省教育厅科学研究基金资助重点项目 (21A0366); 湖南省教育厅科学研究基金资助项目 (20C0618)

作者简介: 曾旺 (1995-), 男, 重庆人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为多智能体系统协调控制及其应用, E-mail: zengwang0708@163.com

通信作者: 宓茜 (1981-), 女, 湖南株洲人, 湖南工业大学讲师, 主要研究方向为多智能体系统协调控制及其应用, E-mail: miqian1011@21cn.com

现忆阻电路系统设计、制造和控制的基本思路。由于涉及系统内多个不同部件的混沌控制, 因此这个方法具有较高的挑战性。文献 [9] 研究了忆阻混沌系统的模糊建模和脉冲控制问题, 将忆阻混沌系统建模为 T-S 模糊系统, 解决了其脉冲稳定性问题。基于文献 [9] 提出的 T-S 模糊模型, 文献 [10] 研究了在间歇控制下忆阻系统的指数稳定性问题。文献 [11] 研究了具有不确定性的忆阻蔡系统的事件触发滑模控制。

在具体的应用实践中, 来自不同领域的专家学者对脉冲控制的实现做了大量尝试, 并获得了丰富的成果^[12-15], 但事件触发机制问题是应用实践的一个技术难题。由于脉冲控制仅在必要时才执行, 事件触发的持续监测和精确快速反应, 一直是脉冲控制领域中的热点问题^[16-19]。文献 [16] 利用分布式事件触发脉冲控制方法, 研究了多智能体系统的领导-跟随者一致性问题。文献 [17] 在李雅普诺夫方法的框架下, 利用事件触发脉冲控制方法, 研究了非线性时滞系统的指数稳定性。文献 [18] 利用基于事件的脉冲控制方法, 研究了连续时间动态系统的指数稳定问题及其在忆阻神经网络同步中的应用。文献 [19] 在基于脉冲微分的李雅普诺夫稳定性理论和有限时间控制方法下, 利用分布式事件触发脉冲控制策略, 研究了非线性多智能体系统的有限时间一致性问题。

受上述研究成果的启发, 本文针对忆阻电路系统, 提出了一种基于 T-S 模糊模型的事件触发脉冲控制方法, 并研究了其稳定性, 以期为 T-S 模糊模型事件触发脉冲控制的进一步研究, 提供一种新思路。

1 预备知识和模型描述

本节主要介绍了相关的符号和预备知识。 I_n 表示 n 阶单位矩阵。对于矩阵 A (或向量 x), A^T (或 x^T) 表示 A 的转置 (或 x 的转置)。 $\text{Det}(M)$ 表示方阵 M 的行列式, $\text{Re}(\lambda)$ 表示复数 λ 的实部。

2008 年, Itoh 和 Chua 提出了基于忆阻器的忆阻混沌电路, 如图 1 所示。

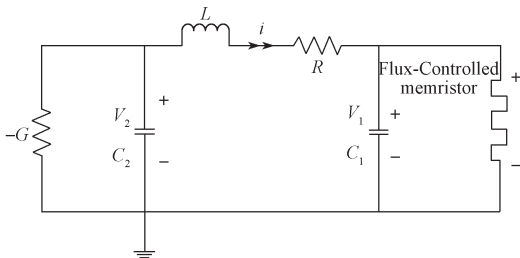


图 1 基于忆阻器的混沌电路系统

Fig. 1 Memristor-based chaotic circuit system

首先, 将 Hewlett Packard (HP) 忆阻器描述为

以下形式:

$$v = M(q)i, \text{ 或 } i = W(\varphi)v.$$

式中: v 、 i 分别为电压和电流;

$$M(q) = \frac{d\varphi(q)}{dq}, \quad W(\varphi) = \frac{dq(\varphi)}{d\varphi}$$

分别为忆阻值和电感值, 其中 $\varphi = \int v dt$; $q = \int i dt$ 。

图 1 的电路系统可以描述为以下方程

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \frac{1}{C_1}(i(t) - W(\varphi)V_1(t)) + u(t), \\ \dot{V}_2 = \frac{1}{C_2}(GV_2(t) - i(t)), \\ \dot{i}(t) = \frac{1}{L}(V_2(t) - V_1(t) - i(t)R), \\ \dot{\varphi}(t) = V_1(t). \end{cases} \quad (1)$$

式中 $u(t)$ 为控制协议, 将在后文详细介绍。

$$\text{令 } x_1(t) = V_1(t), \quad x_2(t) = V_2(t), \quad x_3(t) = i(t), \quad x_4(t) = \varphi(t),$$

以及 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t))^T$, 从而有

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t). \quad (2)$$

$$\text{式中: } A = \begin{bmatrix} -\frac{W(x_4(t))}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{G}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 \\ -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ 其中 } W(x_4(t))$$

为分段线性函数, $W(x_4(t)) = \begin{cases} a, & |x_4(t)| \leq 1, \\ b, & |x_4(t)| > 1, \end{cases} \quad a, b > 0;$

$$B = [1, 0, 0, 0]^T.$$

系统 (2) 可写成如下形式:

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} A_1 x(t) + Bu(t), & |x_4(t)| \leq 1, \\ A_2 x(t) + Bu(t), & |x_4(t)| > 1. \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{式中: } A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{G}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 \\ -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{b}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{G}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 \\ -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mu_1(t) = \begin{cases} 1, & |x_4(t)| \leq 1, \\ 0, & |x_4(t)| > 1, \end{cases}$$

$$\mu_2(t) = \begin{cases} 0, & |x_4(t)| \leq 1, \\ 1, & |x_4(t)| > 1, \end{cases}$$

利用 T-S 模糊模型, 可得

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \quad (4)$$

式中 $\tilde{\mathbf{A}} = \sum_{i=1}^2 \mu_i \mathbf{A}_i$ 。

2 主要结论

为了研究忆阻电路系统的稳定性问题, 本节提出一种事件触发脉冲控制算法:

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \delta(t-t_k) \lambda \mathbf{x}(t). \quad (5)$$

式中: λ 为一个给定的增益, 且 $-1 < \lambda < 0$; δ 为 Dirac 脉冲函数; t_k ($k=0, 1, \dots$) 为智能体 i 的事件触发时间序列, 且 $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k < \dots$, $\lim_{k \rightarrow \infty} t_k = \infty$ 。

在控制协议 (5) 下, 系统 (4) 可写为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x}(t), & t \neq t_k, \\ \Delta \mathbf{x}(t_k) = \mathbf{x}(t_k^+) - \mathbf{x}(t_k) = \lambda \mathbf{x}(t_k), & t = t_k. \end{cases} \quad (6)$$

式中: 事件触发时间序列 t_k 定义为

$$t_{k+1} = \inf \{t : t > t_k \mid f(t) \geq 0\}, \quad (7)$$

其中事件触发函数 $f(t)$ 定义为

$$f(t) = \|\mathbf{e}(t)\| - \left(\frac{\sigma}{1+\lambda} - 1 \right) \|\mathbf{x}(t_k^+)\|, \quad (8)$$

式中 $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t_k^+)$, $t \in [t_k, t_{k+1})$; $\mathbf{x}(t_k^+)$ 为 $\mathbf{x}(t)$ 在 $t=t_k$ 时刻的右极限; σ 为一个给定的正常数, 且满足 $0 < 1 + \lambda < \sigma < 1$ 。

定理 1 在事件触发条件 (7) 下, 若控制协议 (5) 中控制增益 λ 满足 $-1 < \lambda < 0$, 则忆阻电路系统 (4) 可以达到渐进稳定, 并排除了 Zeno 行为的发生。

证明 考虑如下李雅普诺夫函数

$$V(t) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{x}(t). \quad (9)$$

首先, 证明忆阻电路系统 (4) 在控制协议 (5) 下可以达到稳定, 即当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时, 如果

$$\|\mathbf{e}(t)\| \leq \left(\frac{\sigma}{1+\lambda} - 1 \right) \|\mathbf{x}(t_k^+)\|,$$

则有

$$(1+\lambda)^2 V(t) \leq \sigma^2 V(t_k^+).$$

当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时,

$$\begin{aligned} (1+\lambda)^2 V(t) - \sigma^2 V(t_k^+) &= \\ (1+\lambda)^2 (\mathbf{x}(t_k^+) + \mathbf{e}(t))^T (\mathbf{x}(t_k^+) + \mathbf{e}(t)) - \sigma^2 \|\mathbf{x}(t_k^+)\|^2 &\leq \\ (1+\lambda)^2 \|\mathbf{e}(t)\|^2 + 2(1+\lambda)^2 \|\mathbf{e}(t)\| \|\mathbf{x}(t_k^+)\| + \\ ((1+\lambda)^2 - \sigma^2) \|\mathbf{x}(t_k^+)\|^2. \end{aligned} \quad (10)$$

一方面, 注意到 $0 < 1 + \lambda < \sigma < 1$, 根据式 (10) 可知, 如果

$$\|\mathbf{e}(t)\| \leq -\frac{1+\lambda-\sigma}{1+\lambda} \|\mathbf{x}(t_k^+)\| = \left(\frac{\sigma}{1+\lambda} - 1 \right) \|\mathbf{x}(t_k^+)\|,$$

则有

$$\|\mathbf{e}(t)\| \leq \left(\frac{\sigma}{1+\lambda} - 1 \right) \|\mathbf{x}(t_k^+)\|,$$

从而得

$$(1+\lambda)^2 V(t) \leq \sigma^2 V(t_k^+).$$

根据式 (7) 和式 (8) 有

$$\|\mathbf{e}(t_{k+1})\| = \left(\frac{\sigma}{1+\lambda} - 1 \right) \|\mathbf{x}(t_k^+)\|,$$

这时必然存在一个正常数 β , 满足 $\sigma^2 < \beta < 1$, 从而有 $V(t_{k+1}^+) = (1+\lambda)^2 V(t_{k+1}) \leq \sigma^2 V(t_k^+) < \beta V(t_k^+) < \beta^n V(t_0^+)$ 。

另一方面, 当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时, 将式 (10) 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{x}^T(t) \dot{\mathbf{x}}(t) = \\ &\sum_{i=1}^2 u_i(t) \mathbf{x}^T(t) (\mathbf{A} + \mathbf{A}^T) \mathbf{x}(t) \leq \\ &\sum_{i=1}^2 u_i(t) \lambda_i \mathbf{x}^T(t) \mathbf{x}(t) \leq \\ &\hat{\lambda} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{x}(t) = \hat{\lambda} V(t), \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $\hat{\lambda}$ 为 $\sum_{i=1}^2 u_i(t) (\mathbf{A} + \mathbf{A}^T)$ 的特征值。

如果 $\hat{\lambda} < 0$, 系统 (6) 必然稳定。不失一般性, 使 $\hat{\lambda} \geq 0$, 从而可得出结论, 当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时,

$$V(t) \leq e^{\hat{\lambda}(t-t_k)} \beta^k V(t_0^+) \leq e^{\hat{\lambda}(t_k - t_0)} \beta^k V(t_0^+). \quad (12)$$

因此, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $k \rightarrow \infty$, 从而 $V(t) \rightarrow 0$, 也就是 $\mathbf{x}(t) \rightarrow 0$ 。

再证明忆阻电路系统 Zeno 行为不存在, 即两个触发时刻之间的间隔是正的。

令 $\eta(t) = \|\mathbf{e}(t)\|$, 则

$$\begin{aligned} \frac{d\eta^2(t)}{dt} &= \frac{d(\mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t))}{dt} = \mathbf{e}^T(t) \dot{\mathbf{e}}(t) + \dot{\mathbf{e}}^T(t) \mathbf{e}(t) = \\ &(\mathbf{A} \mathbf{e}(t) + \mathbf{x}(t_k^+))^T \mathbf{e}(t) + \mathbf{e}^T(t) (\mathbf{A} \mathbf{e}(t) + \mathbf{x}(t_k^+)) = \\ &\mathbf{e}^T(t) (\mathbf{A}^T + \mathbf{A}) \mathbf{e}(t) + 2\mathbf{x}(t_k^+) \mathbf{e}(t) \leq \\ &2\hat{\lambda} \mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t) + \mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t) + \mathbf{x}^T(t_k^+) \mathbf{x}(t_k^+) = \\ &(1+2\hat{\lambda}) \|\mathbf{e}(t)\|^2 + \|\mathbf{x}(t_k^+)\|^2, \end{aligned} \quad (13)$$

从而有

$$\|e(t)\|^2 \leq \frac{\|x(t_k^+)\|^2}{1+2\hat{\lambda}} \left(e^{1+2\hat{\lambda}(t-t_k)} - 1 \right). \quad (14)$$

根据式 (4) 和式 (5) 可得

$$\begin{aligned} \frac{\|x(t_k^+)\|^2}{1+2\hat{\lambda}} \left(e^{1+2\hat{\lambda}(t_{k+1}-t_k)} - 1 \right) &\geq \\ \|e(t_{k+1})\|^2 &= \left(\frac{\sigma}{1+\hat{\lambda}} - 1 \right)^2 \|x(t_k^+)\|^2, \end{aligned} \quad (15)$$

从而有

$$t_{k+1} - t_k \geq \frac{\ln \left(1 + \left(\frac{\sigma}{1+\hat{\lambda}} - 1 \right)^2 (1+2\hat{\lambda}) \right)}{1+2\hat{\lambda}} > 0. \quad (16)$$

这就证明了忆阻电路系统 Zeno 行为不存在。

3 数值仿真

本节用数值仿真来说明控制协议 (5) 的有效性, 且在所提控制协议下, 忆阻电路系统 (4) 是可镇定的。

对于图 1 中的忆阻器电路系统, 相关参数取值选择如下: $C_1=0.15$, $C_2=0.8$, $R=0.1$, $G=1.5$, $L=1$; 同时选取 $a=0.3$, $b=0.1$ 。显然, A_1 、 A_2 可表示为

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2.0000 & 0 & 6.6667 & 0 \\ 0 & -1.8750 & -1.2500 & 0 \\ -1.0000 & 1.0000 & -0.1000 & 0 \\ 1.0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.6667 & 0 & 6.6667 & 0 \\ 0 & -1.8750 & -1.2500 & 0 \\ -1.0000 & 1.0000 & -0.1000 & 0 \\ 1.0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

再选取控制增益 $\lambda=-0.2$, 事件触发函数 (8) 的参数 $\sigma=0.9$ 。仿真结果如图 2 和图 3 所示。

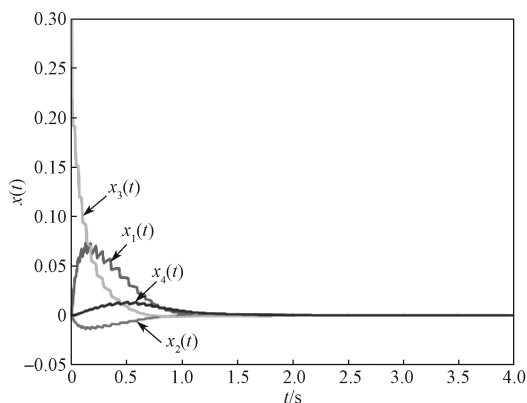


图 2 仿真所得 $x(t)$ 的状态轨迹
Fig. 2 State track of simulated $x(t)$

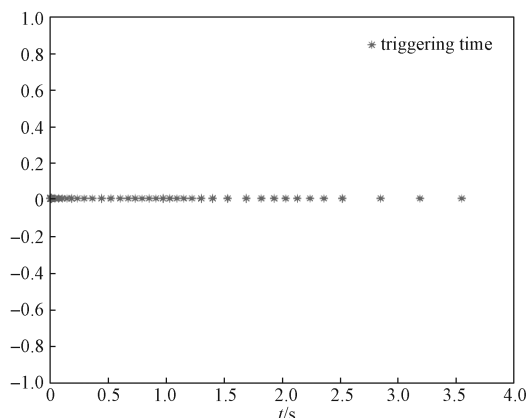


图 3 事件触发时间
Fig. 3 Event-triggered time

从图 2 中 $x(t)$ 的状态轨迹可以看出, 在控制协议 (5) 和事件触发条件 (7) 下, 忆阻电路系统 (4) 是渐进稳定的。从图 3 中事件触发时间可以看出, 系统排除了 Zeno 行为的发生。

4 结语

本文讨论了忆阻电路系统事件触发脉冲稳定性的问题。首先, 利用 T-S 模糊化方法进行建模, 得到相应的线性系统模型。再结合事件触发控制理论、脉冲控制理论, 提出了一种事件触发脉冲控制协议, 再通过 Lyapunov 稳定性理论, 给出系统达到稳定的条件。最后, 通过数值仿真, 验证了所得结果的有效性。

参考文献:

- [1] CHUA L. Memristor: the Missing Circuit Element[J]. IEEE Transactions on Circuit Theory, 1971, 18(5): 507-519.
- [2] CHUA L O, KANG S M. Memristive Devices and Systems[J]. Proceedings of the IEEE, 1976, 64(2): 209-223.
- [3] STRUKOV D B, SNIDER G S, STEWART D R, et al. The Missing Memristor Found[J]. Nature, 2008, 453: 80-83.
- [4] IU H H C, YU D S, FITCH A L, et al. Controlling Chaos in a Memristor Based Circuit Using a Twin-T Notch Filter[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2011, 58(6): 1337-1344.
- [5] DI VENTRA M, PERSHIN Y V, CHUA L O. Circuit Elements with Memory: Memristors, Memcapacitors, and Meminductors[J]. Proceedings of the IEEE, 2009, 97(10): 1717-1724.
- [6] ITOH M, CHUA L O. Memristor Oscillators[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2008, 18(11): 3183-3206.

- [7] MUTHUSWAMY B, KOKATE P P. Memristor-Based Chaotic Circuits[J]. IETE Technical Review, 2009, 26(6): 417-429.
- [8] EL-SAYED A M A, ELSAID A, NOUR H M, et al. Dynamical Behavior, Chaos Control and Synchronization of a Memristor-Based ADVP Circuit[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2013, 18(1): 148-170.
- [9] YANG S J, LI C D, HUANG T W. Impulsive Synchronization for TS Fuzzy Model of Memristor-Based Chaotic Systems with Parameter Mismatches[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2016, 14(3): 854-864.
- [10] SHENG Y, HUANG T W, ZENG Z G. Exponential Stabilization of Fuzzy Memristive Neural Networks with Multiple Time Delays via Intermittent Control[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(5): 3092-3101.
- [11] WEN S P, HUANG T W, YU X H, et al. Sliding-Mode Control of Memristive Chua's Systems via the Event-Based Method[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2017, 64(1): 81-85.
- [12] HE W L, CHEN G R, HAN Q L, et al. Network-Based Leader-Following Consensus of Nonlinear Multi-Agent Systems via Distributed Impulsive Control[J]. Information Sciences, 2017, 380: 145-158.
- [13] GUAN Z H, WU Y H, FENG G. Consensus Analysis Based on Impulsive Systems in Multiagent Networks[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2012, 59(1): 170-178.
- [14] LI J, GUAN Z H, LIAO R Q, et al. Impulsive Containment Control for Second-Order Networked Multi-Agent Systems with Sampled Information[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2014, 12: 93-103.
- [15] ZHANG Q, CHEN S H, YU C C. Impulsive Consensus Problem of Second-Order Multi-Agent Systems with Switching Topologies[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2012, 17(1): 9-16.
- [16] TAN X G, CAO J D, LI X D. Consensus of Leader-Following Multiagent Systems: A Distributed Event-Triggered Impulsive Control Strategy[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(3): 792-801.
- [17] LI X D, YANG X Y, CAO J D. Event-Triggered Impulsive Control for Nonlinear Delay Systems[J]. Automatica, 2020, 117: 108981.
- [18] ZHU W, WANG D D, LIU L, et al. Event-Based Impulsive Control of Continuous-Time Dynamic Systems and Its Application to Synchronization of Memristive Neural Networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(8): 3599-3609.
- [19] CHEN T, PENG S G, ZHANG Z H. Finite-Time Consensus of Leader-Following Non-Linear Multi-Agent Systems via Event-Triggered Impulsive Control[J]. IET Control Theory & Applications, 2021, 15(7): 926-936.

(责任编辑: 邓光辉)