

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2022.01.006

# 基于影响矩阵法的钢管混凝土拱桥索力优化模型

邓宗仁<sup>1</sup>, 何楚韶<sup>2</sup>, 刘运思<sup>2</sup>, 杜宪武<sup>1</sup>, 杨玉平<sup>1</sup>

(1. 中铁北京局集团(天津)工程有限公司, 天津 300000;  
2. 湖南科技大学 岩土工程稳定控制与健康监测省重点实验室, 湖南 湘潭 411201)

**摘要:** 分析比较了几种计算索力方法的优劣, 并且以东海特大桥系杆拱连续梁为例, 通过引入影响矩阵法构建了吊杆张拉优化模型, 以减少吊杆张拉次数为目标, 同时运用有限元分析软件 Midas Civil 建立了桥梁模型, 再对优化模型的可靠性进行了验证。研究表明: 影响矩阵法的引入有效地减少了吊杆张拉次数, 可将吊杆的张拉调整次数缩减为两次, 且优化后的吊杆成桥索力与设计值的差值控制在 $\pm 3\%$ 的范围内, 满足施工控制要求。

**关键词:** 钢管混凝土拱桥; 影响矩阵法; 索力优化; 有限元分析

**中图分类号:** U448.22

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2022)01-0039-07

**引用格式:** 邓宗仁, 何楚韶, 刘运思, 等. 基于影响矩阵法的钢管混凝土拱桥索力优化模型[J]. 湖南工业大学学报, 2022, 36(1): 39-45.

## Research on Optimization of Cable Force of Concrete-Filled Steel Tube Arch Bridge Based on Influence Matrix Method

DENG Zongren<sup>1</sup>, HE Chushao<sup>2</sup>, LIU Yunsi<sup>2</sup>, DU Xianwu<sup>1</sup>, YANG Yuping<sup>1</sup>

(1. The Tianjin Engineering Co., Ltd., China Railway Beijing Engineering Group, Tianjin 300000, China;  
2. Hunan Provincial Key Laboratory of Geotechnical Engineering for Stability Control and Health Monitoring, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan Hunan 411201, China)

**Abstract:** Based on a comparative analysis of the advantages and disadvantages of several methods for calculating cable force, with the tied arch continuous beam of Donghai Bridge as a case study, an optimization model of suspender tension has thus been constructed by introducing the influence matrix method for the reduction of the number of suspender tensions. Meanwhile, a bridge model to verify the reliability of the optimized model has been established by using the finite element analysis software Midas Civil. The research results show that the introduction of influence matrix method effectively reduces the tensioning times of suspenders, thus reducing the tensioning adjustment times of suspenders to two times, with the difference between the bridge cable force of optimized suspenders and the design value controlled within  $\pm 3\%$ , fully meeting the requirements of construction control.

**Keywords:** steel tube concrete arch bridge; influence matrix method; cable force optimization; finite element analysis

收稿日期: 2021-01-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51704109); 湖南省自然科学基金资助项目(2020JJ5179)

作者简介: 邓宗仁(1982-), 男, 辽宁建平人, 中铁北京局集团(天津)工程有限公司高级工程师, 主要研究方向为高铁大跨度桥梁施工, E-mail: 282719995@qq.com

## 0 引言

钢管混凝土拱桥在拱肋中充填混凝土,可充分发挥混凝土的强度及提高其变形性能,同时也可以增强拱桥整体的稳定性。此外,钢管拱肋采用分节吊装拼接而成,能极大地缩短工期,同时也节省了混凝土浇筑模板的费用,使其在跨越50~200 m的地形障碍时相较其他类型的桥梁具有明显的优越性。

系杆拱桥的施工中,张拉吊杆是十分关键的一环。吊杆的张拉一般分几个批次进行,后期的张拉会对前期的张拉效果产生影响,从而导致部分吊杆的受力不在控制范围内,这就会造成工期后延,成本增加。因此,如何确定合理的张拉力、张拉顺序,减少张拉的次数成为吊杆领域的研究热点。近年来,研究人员对这一领域进行了深入研究,成果颇丰。王祥国等<sup>[1]</sup>为优化吊杆张拉次数,结合影响矩阵法<sup>[2-3]</sup>,对吊杆的张拉模型进行了优化,并通过算例验证了模型的可靠性。任亮等<sup>[4]</sup>采用恒载“零弯矩”法计算拉索索力,并以优化恒载弯矩的分布为目标,对拉索索力进行了优化。何畏等<sup>[5]</sup>运用Ansys对上承式拱桥进行了建模,通过调整最大悬臂状态下扣索索力来优化拱圈的应力。徐岳等<sup>[6]</sup>在影响矩阵法的基础上,结合正装差值迭代法来确定最佳的扣索索力。张治成等<sup>[7]</sup>以大跨度桥为例,引入最优化计算理论,并结合有限元模拟,有效解决了线性调整中的索力计算问题。胡常福等<sup>[8]</sup>提出了基于均匀设计影响面结合牛顿迭代的非线性索力优化方法,该方法运行效率较高,可有效减少计算时间,在新型索拱桥的索力优化中具有良好的适用性。傅金龙等<sup>[9]</sup>比较了几种索力优化方法及其适用性,并结合具体的工程实例进行了验证。

在上述研究的基础上,本文以东海特大系杆拱桥为例,基于影响矩阵法,构建了索力优化模型,以优化吊杆张拉次数为目标、以张拉力为变量,运用有限元分析软件搭建了桥梁模型,并对优化模型进行了可靠性验证,以期同类工程进行索力优化提供一定的借鉴与参考。

## 1 优化模型的建立

### 1.1 影响矩阵法

1) 受调向量。其为结构中控制截面上的 $k$ 个独立元素组成的列向量,这些元素接受调整以达到某种期望的状态,记为

$$\{\mathbf{D}\} = (d_1, d_2, \dots, d_k)^T. \quad (1)$$

2) 调值向量。其由结构中可以进行调整以改变受调向量的 $n$  ( $n < k$ )个独立元素组成的列向量组成,

记为

$$\{\mathbf{X}\} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, \quad (2)$$

此处施调元素 $\mathbf{X}$ 为吊杆张拉力。

3) 影响向量。其为施调向量 $\mathbf{X}$ 中第 $j$ 个元素发生单位变化时,引起受调向量 $\mathbf{D}$ 的变化向量,记为

$$\{\mathbf{C}_j\} = (c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{kj})^T. \quad (3)$$

4) 影响矩阵。 $n$ 个施调向量分别发生单位变化,将得到的 $n$ 个影响向量依次排列形成的矩阵即为影响矩阵,记为

$$[\mathbf{C}] = [c_1, c_2, \dots, c_n]. \quad (4)$$

当结构满足线性叠加原理时,有

$$[\mathbf{C}]\{\mathbf{X}\} = \{\mathbf{D}\}. \quad (5)$$

### 1.2 吊杆索力计算

目前针对吊杆内力计算的方法主要有如下两种:

1) 刚性支承连续梁法。按照刚性支承连续梁法确定吊杆内力时,以系梁的竖向变形作为控制目标,在保证成桥线型的状态下对系梁的内力进行优化,其局限之处在于未考虑拱肋的变形情况。2) 刚性吊杆法。通过刚性吊杆法计算吊杆的张拉力时,拱肋会在吊杆索力的作用下与吊杆一起产生刚性位移,即吊杆与系梁的连接处将产生竖向挠度,所以这种计算方法也存在一定的局限性。

因刚性支承连续梁法和刚性吊杆法计算吊杆内力均存在一定的局限性,因此,本文拟在赵伟等<sup>[10]</sup>研究的基础上,结合影响矩阵法,采用刚性吊杆结合自动调索的综合分析索力方法,其具体分析过程如图1所示。

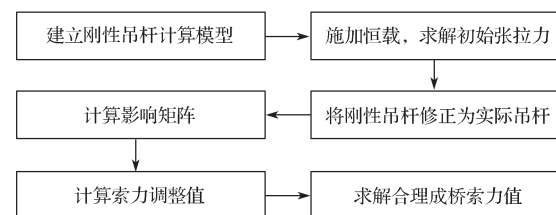


图1 索力计算流程图

Fig. 1 Cable force calculation flow chart

### 1.3 吊杆索力优化模型

目前,在施工过程中对索力进行调整的方法主要有影响矩阵法<sup>[2-3, 11-12]</sup>和正装迭代法<sup>[13-14]</sup>。本文选用影响矩阵法来分析吊杆之间的索力影响关系,吊杆安装上去时处于无应力状态,对其施加初次张拉力,然后采取迭代的方式对索力值进行逐步调整,直至其逼近成桥索力设计值。在调整的过程中,最关键之处在于假定一个合理的初始张拉力,以使得各吊杆处于受力状态<sup>[15-16]</sup>。

在索力为 $\mathbf{P}_0$ 的状态下,对应拱肋的弯矩分布向

量为  $M_0$ , 它与期望状态时的拱肋弯矩分布向量  $M$  的差值为

$$\Delta R = M - M_0. \quad (6)$$

此时若存在一组索力调整量  $\Delta P$ , 满足:

$$[C]\Delta P = \Delta R, \quad (7)$$

则索力调整量为

$$\Delta P = P - P_0. \quad (8)$$

式中:  $P$  为优化后的索力;  $P_0$  为优化前的索力。

对方程 (7) 进行求解, 可以得到施工张拉索力调整值  $\Delta P$ 。

索力调整之后, 将实测索力与设计索力进行比较, 若未达到控制范围内的精度, 则在实测索力的基础上进行迭代计算, 直至吊杆索力与设计值间的差值满足要求。

此外, 为使索力受力处于合理状态, 在调整的过程中须满足以下两个条件:

- 1) 索力值必须为正, 并且不超过其许用应力的 40%;
- 2) 相邻吊杆的索力值差不能过大, 要满足索力的均匀性。

条件 1) 可表示为

$$0 \leq \sigma_m \leq 0.4 f_m, \quad m=1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

式中:  $\sigma_m$  为吊杆的应力值;  $f_m$  为吊杆的设计强度值。

设相邻的吊杆索力值分别为  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ , 引入索力不均匀系数<sup>[4]</sup>:

$$\phi_m = \frac{F_1 - F_3}{2F_2} - 1, \quad m=1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

式中  $\phi_m$  为不均匀系数。

不均匀索力  $Z_m$  为

$$Z_m = F_m \phi_m. \quad (11)$$

对索力的不均匀性约束可表示为下式:

$$\alpha_m \leq Z_m \leq \beta_m, \quad m=1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

其中,  $\alpha_m$  和  $\beta_m$  分别为不均匀索力的上限和下限, 其具体取值可经过试算得到。

## 2 工程案例

### 2.1 工程概况

本工程中, 主桥布置为 (39.55+168.00+39.55) m 三跨连续梁-系杆拱, 全长 247.1 m。本桥结构体系为刚性梁、刚性拱。采用双吊杆结构, 全桥共设 18 组吊杆, 吊杆顺桥向间距 8 m, 横桥向间距 12 m, 采用 LZM (K) 7-73 (I) 型吊杆系统, PES (FD) 低应力防腐索体, 高强低松弛镀锌钢丝。上、下拱肋计算跨度分别为 170.10, 165.75 m, 设计矢高分别

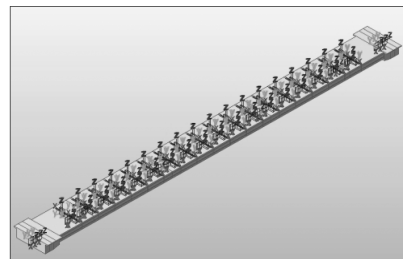
为 45, 39 m, 上、下钢管拱轴线均采用悬链线, 系数分别为 1.05, 1.40。拱肋采用分段吊装拼接而成, 内部填充混凝土。拱脚混凝土分两次现浇, 在现浇第一次混凝土前, 应将拱肋钢管、加劲钢材等安放到位, 拱肋完成后浇筑第二次混凝土。两榀拱肋之间共设 9 道横撑, 横撑均采用空间桁架撑, 钢管内部不填混凝土, 其内外表面均需做防腐处理。系梁为单箱三室等高箱梁结构。

### 2.2 桥梁建模

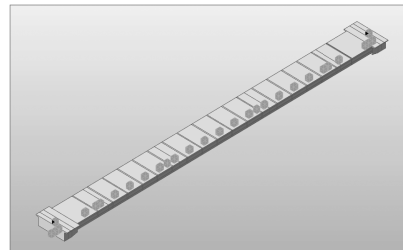
本研究采用有限元软件 Midas Civil 建立拱桥的有限元模型。模型共计 1 248 个单元, 单元之间的连接形式分为一般支承和弹性连接两种, 具体的连接方式如表 1 与图 2 所示。

表 1 模型中各单元的连接方式

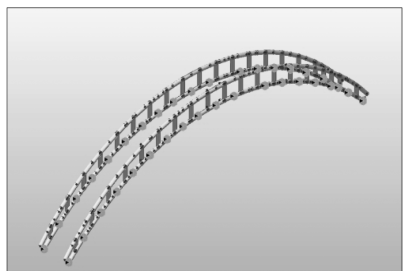
Table1 Connection mode of individual unit in the model	
连接方式	应用
固定连接	拱圈各节段、拱圈与横撑、拱圈与拱脚、拱圈与吊杆
弹性连接	箱梁各节段、吊杆与箱梁
一般支承	承台与大地、拱圈与拱圈支架、箱梁与箱梁支架



a) 箱梁节段间的弹性连接



b) 箱梁与底部墩台及支架的一般支承连接



c) 拱圈与拱圈支架的一般支承连接

图 2 桥梁模型各单元连接方式示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the connection mode of individual unit of the bridge model

图 2a 表示箱梁节段与节段之间采用弹性连接的方式进行连接,即建模时对两节段连接处的节点施加弹性连接;图 2b 表示箱梁与底部的墩台和支架的一般支承连接方式;图 2c 表示拱圈与拱圈支架的一般支承连接方式。

箱梁底部支架及拱圈支架布置立面图如图 3 所示,为简化模型,将箱梁底部的支架与拱圈支架简化为一般支承的连接方式,即对箱梁与底部支架连接处的节点、拱圈与拱圈支架连接处的节点,施加一般支承连接。

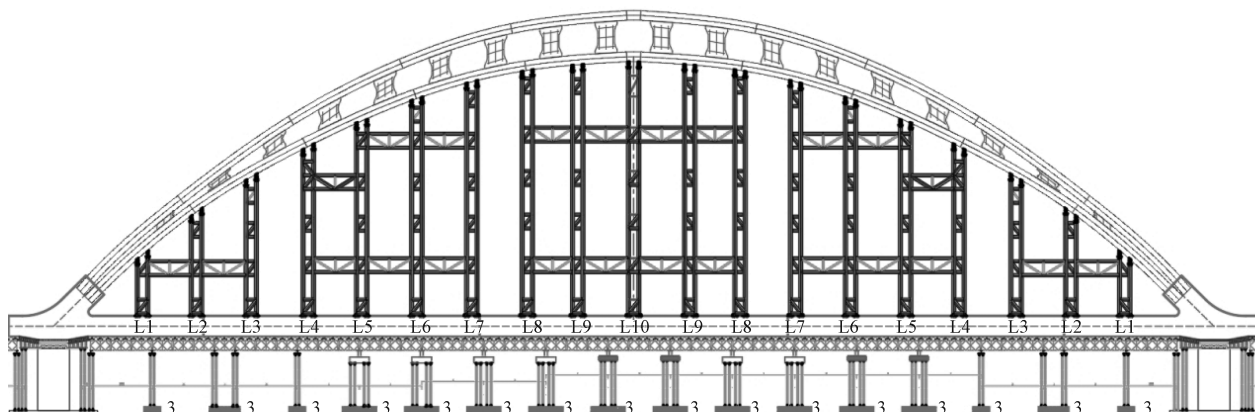


图 3 箱梁底部支架及拱圈支架布置立面图

Fig. 3 Elevation view of bottom bracket with the arch ring bracket layout of box girder

表 2 为施工阶段的划分,表 3 为桥梁模型的材料参数,图 4 为桥梁有限元模型示意图。

$$q_{恒} \times 1.2 + q_{活} \times 1.4。$$

表 2 施工阶段划分

Table 2 Construction phase division

施工阶段	持续天数 /d	施工阶段	持续天数 /d
梁段 A1	10	拆除拱肋支架	10
梁段 A2	10	张拉吊杆	10
梁段 A3	10	拆除箱梁支架	15
吊装拱肋支架	20	收缩徐变	1 000

表 3 桥梁模型的材料计算参数

Table 3 Material calculation parameters of the bridge model

材料	弹性模量 / GPa	泊松比	容重 / (kN·m <sup>-3</sup> )	线膨胀系数
C55 混凝土	35.5	0.2	25.0	0.000 010
Q345 钢材	206.0	0.3	78.5	0.000 012
钢绞线	195.0	0.3	78.5	0.000 012
吊杆	205.0	0.3	78.5	0.000 012

表 4 模型荷载参数

Table 4 Model load parameters

荷载类型	数值
恒载 $q_{恒}$	系梁自重约为 331.2 kN/m <sup>2</sup> 、拱肋自重约 65 kN/m <sup>2</sup>
活载 $q_{活}$	风荷载取 0.4 kN/m <sup>2</sup> 、施工活荷载取 2.5 kN/m <sup>2</sup> 、其他活荷载取 3.0 kN/m <sup>2</sup>

桥梁的施工阶段共分为 8 个阶段,首先对系梁进行浇筑,从左至右等分为 A1、A2、A3 共 3 段进行浇筑;然后,进行拱脚浇筑;其次,进行拱肋的安装,而拱肋安装完成后即进行拱肋支架的拆除;接下来进行吊杆张拉;最后,拆除系梁底部的贝雷梁。

### 2.3 优化结果

本桥为对称结构,因此只需要取半幅进行研究。首先,基于 1.2 节的方法,采用刚性吊杆法计算出吊杆索力值。将吊杆横截面积增大 100 倍,同时将其质量减小为原来的 1/100,近似为刚性结构,计算得到的吊杆索力值如表 5 所示。

表 5 刚性吊杆法计算得到的索力值

Table 5 Cable force values by rigid suspender method kN

吊杆序号	索力值	吊杆序号	索力值	吊杆序号	索力值
1A	600	4A	504	7A	425
1B	598	4B	497	7B	423
2A	633	5A	532	8A	810
2B	630	5B	532	8B	805
3A	540	6A	589	9A	590
3B	532	6B	585	9B	588

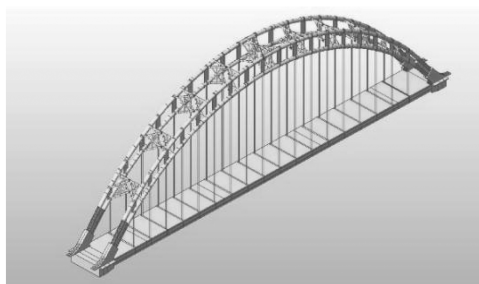


图 4 拱桥有限元模型示意图

Fig. 4 Schematic diagram of arch bridge finite element model

模型荷载情况见表 4,荷载组合为:

将表 5 中的索力值代入有限元模型, 可得到成桥状态下的吊杆索力计算值  $P_1$ , 将其与设计索力值  $P_0$  进行比较, 可得到索力调整值:

$$\Delta P = P_1 - P_0. \quad (13)$$

然后由式 (7) 来计算施工张拉调整值。将调整后的索力值代入有限元模型, 即可得到调整后的成桥索力计算值, 如表 6 所示。

表 6 第一次优化后的成桥索力值  
Table 6 Cable force values of the bridge after the first optimization

吊杆 序号	计算值 / kN	设计值 / kN	差值率 / %	吊杆 序号	计算值 / kN	设计值 / kN	差值率 / %
1A	554	520	6.1	1B	550	515	6.4
2A	601	585	2.7	2B	598	585	2.2
3A	475	472	0.6	3B	461	466	-1.1
4A	579	540	6.7	4B	574	540	5.9
5A	501	445	11.2	5B	495	443	10.5
6A	540	555	-2.8	6B	537	550	-2.4
7A	352	337	4.3	7B	352	336	4.5
8A	605	610	-0.8	8B	604	610	-1.0
9A	500	489	2.2	9B	497	490	1.4

从表 6 中可以发现, 成桥索力计算值和设计值差别最大处为 5A 和 5B, 差值率分别为 11.2%, 10.5%。在实测索力的基础上, 进行迭代计算, 得到第二次优化的吊杆施工张拉力, 如表 7 所示。

表 7 第二次优化后的成桥索力值  
Table 7 Cable force values of the bridge after the second optimization

吊杆 序号	计算值 / kN	设计值 / kN	差值率 / %	吊杆 序号	计算值 / kN	设计值 / kN	差值率 / %
1A	510	520	-2.0	1B	507	515	-1.6
2A	573	585	-2.1	2B	572	585	-2.3
3A	470	472	-0.4	3B	469	466	0.6
4A	533	540	-1.3	4B	533	540	-1.3
5A	458	445	2.8	5B	455	443	2.6
6A	550	555	-0.9	6B	549	550	-0.2
7A	329	337	-2.4	7B	328	336	-2.4
8A	601	610	-1.5	8B	600	610	-1.7
9A	477	489	-2.5	9B	480	490	-2.1

图 5 所示为优化后计算索力与设计索力的差值率。由图可知, 经过两次优化后, 成桥索力与设计索力的差值率控制在  $\pm 3\%$  的范围内, 满足施工控制要求。

本研究同时采用王新征等<sup>[14]</sup>基于正装迭代法及最小二乘法原理所建立的索力优化模型, 对本项目进行索力优化, 所得计算索力与设计索力的差值率结果如图 6 所示。由图 6 可以发现: 在第一次索力优化过程中, 造成的最大误差率为 13%; 在第二次优化过程中, 造成的最大误差率为 8%, 而本文所建立的索

力优化模型, 经过两次优化后, 能将误差率控制在  $\pm 3\%$  的范围之内。

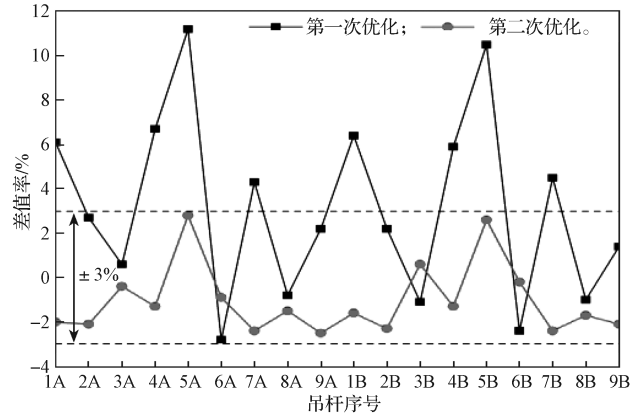


图 5 刚性结构吊杆的计算索力与设计索力差值率  
Fig. 5 Difference between the calculated cable force and the design cable force of the rigid structure suspender

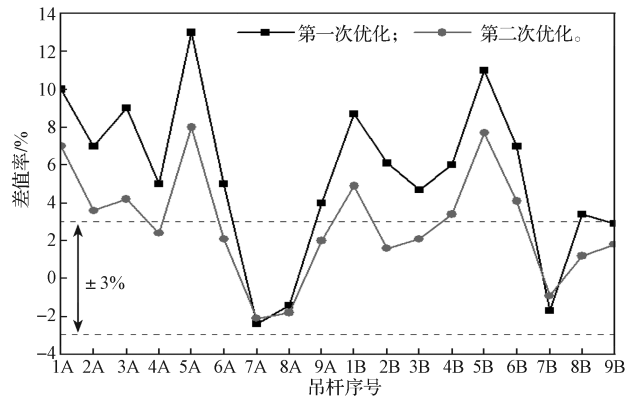


图 6 文献 [14] 中优化模型的计算索力与设计索力差值率  
Fig. 6 Difference between the calculated cable force and the design cable force of the optimized model in literature [14]

通过有限元模型, 可得成桥状态下拱桥各部位的变形情况。图 7~9 分别为系梁、上拱肋和下拱肋不同位置处的设计挠度值与优化后挠度值变化曲线。

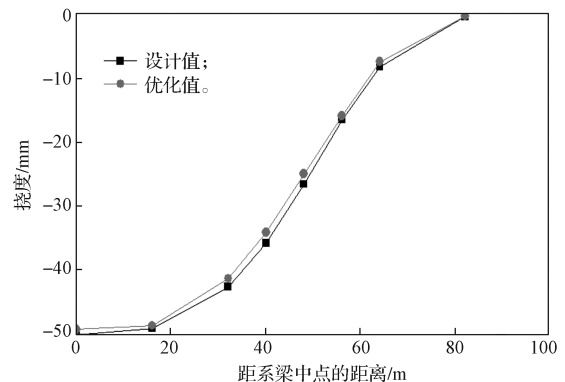


图 7 系梁恒载挠度曲线  
Fig. 7 Tie beam dead load deflection curves

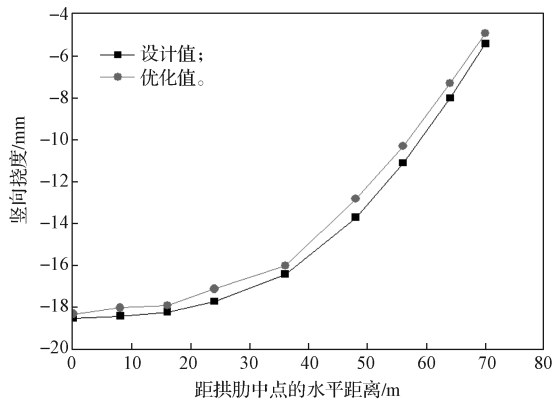


图8 上拱肋恒载挠度曲线

Fig. 8 Dead load deflection curves of the upper arch rib

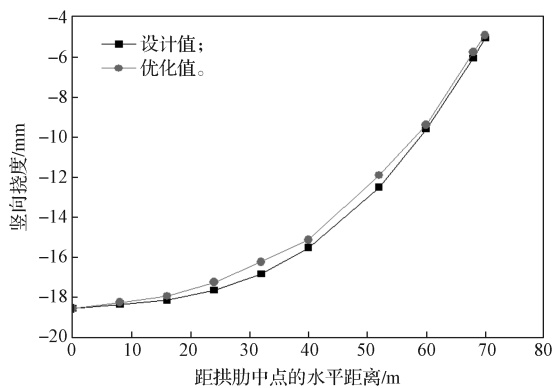


图9 下拱肋恒载挠度曲线

Fig. 9 Dead load deflection curves of the lower arch rib

由图7~9不难发现,经过两次优化后,进行张拉的系梁挠度与设计的系梁挠度大致相同,两者差别最大的地方发生在距系梁中心的水平距离48 m处,差值为6.04%。此外,优化前后上下两幅拱肋的竖向挠度也基本一致,两者差别最大的地方分别发生在距拱肋中心的水平距离48 m处和52 m处,差值分别为6.57%、4.80%。

### 3 结论

本文结合东海特大桥系杆拱连续梁,在影响矩阵法的基础上,以优化吊杆张拉次数为目标,建立了吊杆的索力优化模型,同时运用Midas Civil建立拱桥的有限元模型,对索力优化模型的可靠性进行了验证,研究结果表明:

1) 经过两次对施工张拉索力进行调整后,吊杆的成桥索力值与设计索力值的差值控制在 $\pm 3\%$ 的范围之内,满足施工控制要求;

2) 成功地将吊杆张拉次数缩减为两次,大大缩短了工期;

3) 优化后上下拱圈及系梁的变形量与设计挠度

基本相同,差别最大的为6.57%。

此外,本模型在构建的过程中没有将拱肋的轴力纳入约束条件,在接下来的研究中,可以考虑将其作为约束条件,对张拉模型进行完善。

### 参考文献:

- [1] 王祥国, 邓博, 杨孟刚. 考虑施工阶段的高铁系杆拱桥吊杆张拉优化研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2020, 17(4): 808-814.  
WANG Xiangguo, DENG Bo, YANG Menggang. Study on Optimization of Suspender Tension of a High-Speed Railway Tied-Arch Bridge Considering Construction Stage[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2020, 17(4): 808-814.
- [2] 肖汝诚, 项海帆. 斜拉桥索力优化的影响矩阵法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 1998, 26(3): 216.  
XIAO Rucheng, XIANG Haifan. Influence Matrix Method for Cable-Stayed Bridge Cable Force Optimization[J]. Journal of Tongji University(Natural Science Edition), 1998, 26(3): 216.
- [3] 肖汝诚, 项海帆. 斜拉桥索力优化及其工程应用[J]. 计算力学学报, 1998, 15(1): 120-128.  
XIAO Rucheng, XIANG Haifan. Optimization Method of Cable Prestresses of Cable Stayed Bridges and Its Engineering Applications[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 1998, 15(1): 120-128.
- [4] 任亮, 方志, 上官兴. 钢管混凝土拉索组合拱桥索力优化研究[J]. 工程力学, 2010, 27(5): 153-158.  
REN Liang, FANG Zhi, SHANG Guanxing. Optimum Study of Cable Tension in Concrete Filled Steel Tubular Arc-Cable Combined Bridge[J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(5): 153-158.
- [5] 何畏, 周伟光, 陈俊诚. 悬臂浇筑拱桥扣索索力优化研究[J]. 桥梁建设, 2015, 45(3): 32-36.  
HE Wei, ZHOU Weiguang, CHEN Juncheng. Study of Optimization of Fastening Stay Forces for Arch Bridge Constructed by Cantilever Casting[J]. Bridge Construction, 2015, 45(3): 32-36.
- [6] 徐岳, 展丙来, 李扬, 等. 钢管混凝土拱桥斜拉扣挂施工扣索索力的优化计算方法[J]. 公路交通科技, 2016, 33(6): 61-67.  
XU Yue, ZHAN Binglai, LI Yang, et al. An Optimum Calculation Method of Cable Force of CFST Arch Bridge in Inclined Cable Hoisting Construction[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2016, 33(6): 61-67.
- [7] 张治成, 叶贵如, 王云峰. 大跨度拱桥拱肋线形调整中的扣索索力优化[J]. 工程力学, 2004, 21(6): 187-192.

- ZHANG Zhicheng, YE Guiru, WANG Yunfeng. Optimization of Stayed-Buckle Cable Forces During Adjustment of the Line-Shape on Long Span Arch Bridge[J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(6): 187-192.
- [8] 胡常福, 李辉辉, 任伟新, 等. 基于响应面的新型索拱桥非线性索力优化[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2015, 46(11): 4267-4273.
- HU Changfu, LI Huihui, REN Weixin, et al. Nonlinear Cable Force Optimization of a New Type Arch Bridges with Diagonal Web Cables Based on Response Surface Method[J]. Journal of Central South University ( Science and Technology), 2015, 46(11): 4267-4273.
- [9] 傅金龙, 黄天立. 刚性系杆拱桥成桥吊杆索力优化方法的适用性研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2014, 11(4): 6-13.
- FU Jinlong, HUANG Tianli. Applicability Analysis of Optimum Methods for Hanger Forces of Rigid Tied-Arch Bridges at Completion Stage[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2014, 11(4): 6-13.
- [10] 赵伟, 郑剑涵, 陆森强. 特大跨系杆钢拱桥成桥状态与吊杆张拉力优化分析[J]. 中外公路, 2016, 36(1): 113-118.
- ZHAO Wei, ZHENG Jianhan, LU Senqiang. Bridge Completion State and Suspender Tension Optimization Analysis of Super Long-Span Tied Steel Arch Bridge[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2016, 36(1): 113-118.
- [11] 张建民, 肖汝诚. 千米级斜拉桥空间非线性两阶段索力优化[J]. 中国公路学报, 2006, 19(3): 34-40.
- ZHANG Jianmin, XIAO Rucheng. Spatial Nonlinear Cable Force Optimum in Two Stages for Thousand-Meter Scale Cable-Stayed Bridge[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(3): 34-40.
- [12] 梁鹏, 肖汝诚, 张雪松. 斜拉桥索力优化实用方法[J]. 同济大学学报, 2003, 31(11): 1270-1274.
- LIANG Peng, XIAO Rucheng, ZHANG Xuesong. Practical Method of Optimization of Cable Tensions for Cable-Stayed Bridges[J]. Journal of Tongji University, 2003, 31(11): 1270-1274.
- [13] 颜东煌, 刘光栋. 确定斜拉桥合理施工状态的正装迭代法[J]. 中国公路学报, 1999, 12(2): 59-64.
- YAN Donghuang, LIU Guangdong. Forward-Iteration Method for Determining Rational Construction State of Cable-Stayed Bridges[J]. China Journal of Highway and Transport, 1999, 12(2): 59-64.
- [14] 王新征, 王宗华. 正装迭代法在确定斜拉桥成桥状态索力中的应用[J]. 公路工程, 2015, 40(2): 186-189.
- WANG Xinzhen, WANG Zonghua. The Application of the Forward-Analysis Method For Determining Rational Construction Force of Cable-Stayed Bridge[J]. Highway Engineering, 2015, 40(2): 186-189.
- [15] KIM K S, LEE H S. Analysis of Target Configurations Under Dead Loads for Cable-Supported Bridges[J]. Computers & Structures, 2001, 79(29/30): 2681-2692.
- [16] 汪树玉, 样的铨, 刘国华. 优化原理、方法与工程应用[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1991: 17-23.
- WANG Shuyu, YANG Dequan, LIU Guohua. Optimization Principle, Method and Engineering Application[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1991: 17-23.

(责任编辑: 廖友媛)