

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2022.01.005

基于帕德逼近响应面法的边坡可靠度分析

梁 斌, 高乐星, 何 杰, 吴 政, 刘 杰

(湖南工业大学 土木工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘 要: 边坡工程在进行稳定性分析评价时, 通常其功能函数呈现出高度非线性隐式特性, 从而导致无法直接求解其可靠度。因此, 提出将数值分析中的帕德有理逼近与可靠度分析中的响应面法相结合, 利用帕德逼近有理多项式拟合响应面函数。并采用拉丁超立方试验构造样本, 将样本数据代入简化 Bishop 算法中得到边坡功能函数值, 求解得到代理模型待定系数, 从而实现隐式功能函数显式化。且基于 Matlab 程序语言编制 JC 法可靠度指标计算程序, 建立了基于帕德逼近有理多项式的边坡稳定可靠度分析新方法 (PRSM)。通过两个经典的边坡算例, 验证了所提方法的可行性、计算的高效性及准确性。最后, 将所提方法应用于某实际边坡工程中, 计算结果表明, 该边坡工程失稳的可能性较低, 与实际监测结果吻合。

关键词: 边坡工程; 可靠度; 帕德逼近; 响应面法; 拉丁超立方抽样

中图分类号: U417.2

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2022)01-0033-06

引文格式: 梁 斌, 高乐星, 何 杰, 等. 基于帕德逼近响应面法的边坡可靠度分析 [J]. 湖南工业大学学报, 2022, 36(1): 33-38.

Slope Reliability Analysis Based on Pad Approximation Response Surface Method

LIANG Bin, GAO Lexing, HE Jie, WU Zheng, LIU Jie

(College of Civil Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In the stability analysis and evaluation of slope engineering, its function usually presents highly nonlinear implicit characteristics, which makes it impossible to directly solve its reliability. Therefore, a combination has been proposed of Pade rational approximation in numerical analysis with the response surface method in reliability analysis, thus fitting the response surface function by using the Pade approximation rational polynomial. By adopting the Latin hypercube test, samples can be constructed, with the sample data substituted into the simplified Bishop algorithm, thus obtaining the value of slope function function, followed by the solution of the undetermined coefficients of proxy model, so as to realize the explicit expression of implicit function function. Based on the Matlab programming language, the JC method reliability index calculation program is compiled, thus establishing a new slope stability reliability analysis method (PRSM) based on the Pade approximation rational polynomial as well. The feasibility, efficiency and accuracy of the proposed method can be verified by two classic slope calculation examples. Finally, with the proposed method applied to an actual slope project, the calculation results show that the slope project is characterized with a low instability possibility, which is consistent with the actual monitoring results.

Keywords: slope engineering; reliability; Pade approximation; response surface method; Latin hypercube sampling

收稿日期: 2021-04-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51978260); 湖南省自然科学基金资助项目 (2021JJ50039); 湖南省教育厅科研基金资助项目 (17C0482)

作者简介: 梁 斌 (1986-), 男, 湖南益阳人, 湖南工业大学讲师, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为边坡与隧道工程, E-mail: 252554582@qq.com

崩塌、泥石流、滑坡等边坡灾害会危害人们的生命及财产安全,因此,进行边坡稳定性分析和评估相当重要。由于边坡工程的破坏模式和岩土参数都存在不确定性和变异性,故常运用可靠度分析方法来评价边坡的稳定性,该方法已得到了广泛认可。常见的可靠度分析方法有直接积分法、矩分析法、响应面法、Monte-Carlo法等^[1-2]。直接积分法是可靠度分析中最基础的计算方法,但当计算结构失效概率时,其在实际工程应用中会遇到极大障碍。矩分析法在进行可靠指标求解时,通常需求解功能函数对基本变量的导数,这对高度非线性隐式函数来说非常困难。Monte-Carlo法虽然能得到精确解,但计算量巨大,收敛速度较慢。响应面法的适用性较强,但是当功能函数的非线性程度较高时,使用传统的响应面法可能会出现精度及效率低的问题。因此,本文拟基于帕德逼近有理多项式提出一种新的代理模型响应面方法(response surface method based on Pade approximation, PRSM)。首先,采用拉丁超立方试验构造样本,并将样本数据代入简化 Bishop 算法中,得到边坡功能函数值;然后,通过求解得到代理模型的待定系数,从而实现隐式功能函数显式化;最后,通过两个经典的边坡算例,验证该方法的可行性、计算的高效性及准确性,为边坡工程高度非线性隐式功能函数的可靠度求解提供一条切实可行的途径。

1 边坡稳定性分析功能函数

1.1 极限平衡法理论

极限平衡法、极限分析法以及滑移现场法^[3]等都是常用的边坡稳定分析方法。目前国内外普遍使用的分析方法为极限平衡法。它以摩尔-库仑强度准则为基础,通过计算边坡已知滑移面的静力平衡,最终得到边坡稳定安全系数,以此评价边坡的稳定性。极限平衡法不仅逻辑严谨而且简单适用,至今已形成多种计算方法,如 Bishop 法、简布法、摩根斯坦-普瑞斯法、萨尔玛法^[3]等。极限平衡法的计算结果精度很高,能满足工程要求。所以,在诸多边坡稳定性分析方法中,极限平衡法的地位相当重要。

1.2 简化 Bishop 法

目前,极限平衡法中的瑞典圆弧法(Fellenius法)和简化 Bishop 法仍为边坡工程中两种常用的稳定性分析方法。相较于用瑞典圆弧法计算得到明显偏低的安全系数 F_s ,经过优化土条间作用力假设的简化 Bishop 法更为合理,计算更简单。因此,本研究将采用极限平衡法中的简化 Bishop 法建立边坡的稳定性功能函数。简化的 Bishop 法大大改进了传统的

瑞典圆弧法^[4],除了给出安全系数 F_s 的定义之外,还忽略了条间剪力,并假定土条之间的力是水平的,则土条底面上的法向力由在竖直方向上的静力平衡条件求出。 F_s 借助边坡整体力矩平衡方程来确定。

简化 Bishop 法中,滑体被划分为 n 个竖直条块,滑体及条块间作用力如图 1 所示。计算参数如下: R 为滑面半径, W_i 、 b_i 、 α_i 分别为第 i 个条块的重力、宽度、网弧底面倾角, u_i 、 N_i 、 T_i 分别为第 i 个条块的孔隙水压力、法向作用力、圆弧底面剪力, E_i 、 E_{i+1} 、 X_i 、 X_{i+1} 分别为第 i 个与第 $i+1$ 个条块的横向作用力和纵向作用力, c_i 为黏聚力, φ_i 为滑面内摩擦角。

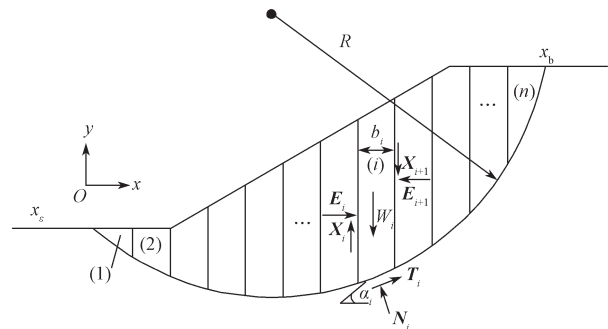


图 1 滑体及条块间作用力示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the force between the sliding body and the bars

由太沙基有效应力原理和摩尔-库仑准则可得:

$$T_i = (N_i - u_i b_i \sec \alpha_i) \tan \varphi_i / F_s + c_i b_i \sec \alpha_i / F_s. \quad (1)$$

竖直方向上条块间力的平衡方程如下:

$$N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i = W_i + X_{i+1} - X_i. \quad (2)$$

由式(1)和(2)可得:

$$N_i = \frac{W_i + X_{i+1} - X_i + u_i b_i \tan \alpha_i \tan \varphi_i / F_s - c_i b_i \tan \alpha_i / F_s}{m_{\alpha_i}}, \quad (3)$$

$$T_i = \frac{(W_i + X_{i+1} - X_i - u_i b_i) \tan \varphi_i / F_s + c_i b_i / F_s}{m_{\alpha_i}}. \quad (4)$$

式(3)(4)中:

$$m_{\alpha_i} = \cos \alpha_i + \sin \alpha_i \tan \varphi_i / F_s. \quad (5)$$

仅考虑对圆心的力矩平衡,不考虑滑体条块水平方向力的平衡,则有:

$$\sum_{i=1}^n T_i R = \sum_{i=1}^n W_i R \sin \alpha_i. \quad (6)$$

将式(3)(4)代入式(6),得

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [(W_i + X_{i+1} - X_i - u_i b_i) \tan \varphi_i + c_i b_i] / m_{\alpha_i}}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i}. \quad (7)$$

忽略滑体条间剪力作用, 则简化 Bishop 法的安全系数 F_s [5] 的表达式如下:

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [(W_i - u_i b_i) \tan \varphi_i + c_i b_i] / m_{\alpha_i}}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i} \quad (8)$$

建立边坡稳定性功能函数 [6-7], 即

$$Z = F_s - 1 = \frac{\sum_{i=1}^n [(W_i - u_i b_i) \tan \varphi_i + c_i b_i] / m_{\alpha_i}}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i} - 1 \quad (9)$$

由式 (8) (5) 可知, F_s 为隐式函数, 同时也是关于 c_i 、 φ_i 、 W_i 的函数, 所以式 (9) 表示的边坡功能函数属于高度非线性隐式函数, 此时采用传统的可靠度计算方法, 如直接积分法, 将会遇到极大困难。

2 基于帕德逼近的响应面法

2.1 抽样方法

边坡稳定性分析中, 许多参数都存在随机性和变异性, 故变量的样本数据选取需要采取试验设计抽样方法来实现, 因为试验要想获得所有的参数样本非常困难。蒙特卡洛抽样、正交试验设计和拉丁超立方抽样都是常见的抽样方法。样本点的选择不仅要反映基本参数与功能函数之间的映射关系, 还必须最大程度地代表整个变量空间的性质, 并且试验次数还要尽量小。作为一种分层随机抽样方法, 拉丁超立方抽样方法可用较少数量的样本反映总体的变化趋势, 避免了重复抽样, 有效减少了抽样次数。因此, 本文参数样本的选取采用拉丁超立方抽样完成。

从理论上分析, 样本点越多, 计算结果精度越高, 功能函数的模型代理表达式越精确, 但相应的计算代价越大。根据目前已有研究成果 [8] 得知, 模拟时一般选取 30 组样本较为合适。

2.2 帕德逼近

帕德逼近是由法国数学家亨利·帕德发明的, 它是一种非线性逼近方法, 也是有理函数逼近中比较特殊的一种方法。与截断的泰勒级数相比, 帕德逼近通常更加精确, 并且帕德逼近在泰勒级数不收敛的情况下依旧可行, 所以其在许多物理问题上甚至实际问题中都有较为普遍的应用。假设一个分式, 它的分子为多项式, 分母也为多项式, 就等于一个无穷级数, 如 $1/(1-x) = 1+x+x^2+\dots+x^n+o(x^n)$, 帕德逼近就是找到无穷项中收敛较慢的级数, 然后将其变成有限多项式除法运算。以泰勒级数多项式为基础, 帕德逼近构造了一类近似的有理多项式函数以替代原函数的方法。

函数 $f(x)$ 的有理逼近可通过其泰勒展开式获得 [9]。

设 $f(x) \in C^{N+1}(-a, a)$, 若有理函数

$$R_{nm}(x) = \frac{a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n}{1 + b_1 x + \dots + b_m x^m} = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} \quad (10)$$

(式中 $P_n(x)$ 与 $Q_m(x)$ 无公因式) 满足:

$$R_{nm}^{(k)}(0) = f^{(k)}(0), \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (11)$$

$$N = n + m, \quad (12)$$

则将 $R_{nm}(x)$ 称为函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的 (n, m) 阶帕德逼近, 表示为 $R(n, m)$ 。

由此可得如下逼近公式:

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^n P_k x^k / \left(1 + \sum_{k=1}^m Q_k x^k \right) \quad (13)$$

大量研究结果 [10-11] 显示, 当 $n=m$, 且 $n+m$ 为常数时, 帕德逼近具有最佳精度和最快收敛速度。

2.3 边坡功能函数模型代理

边坡的功能函数为一个高度非线性的隐式函数, 首先考虑将其显式化后再进行可靠度计算, 依据帕德逼近方法, 可取如式 (13) 所示的功能函数近似显式表达式, 其中 $n=m$, 边坡的各参数如 c_i 、 φ_i 、 γ_i (容重) 可视为随机向量 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_j]$, 可得近似的边坡功能函数 Z 的表达式为

$$\hat{Z} = \bar{g}(\mathbf{x}) = R_{jj}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{k=0}^n P_k x_1^k}{1 + \sum_{k=1}^n Q_k x_1^k} + \frac{\sum_{k=0}^n R_k x_2^k}{1 + \sum_{k=1}^n S_k x_2^k} + \dots + \frac{\sum_{k=0}^n U_k x_j^k}{1 + \sum_{k=1}^n V_k x_j^k} \quad (14)$$

式 (14) 即为边坡 PRSM 代理模型。

然后, 将边坡参数训练样本 $\mathbf{X} = [x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)}]$, 容量为 m , 代入简化 Bishop 功能函数式 (9), 经迭代后获得样本的真实响应值 $\mathbf{Y} = \mathbf{Z} = [Z^{(1)}, Z^{(2)}, \dots, Z^{(m)}]$; 再将 \mathbf{X} 、 \mathbf{Y} 代入 PRSM 代理模型式 (14), 求得 P_k 、 Q_k 等待定系数, 最后获得清晰的 PRSM 边坡功能函数表达式。

2.4 可靠度计算步骤

利用 PRSM 模型代理边坡的功能函数后, 选取可靠度分析方法来计算可靠度与失效概率, 本研究采用一次二阶矩法中的 JC 法 [1-2] 编制 Matlab 程序进行可靠度计算。

3 代理模型方法精度验证

3.1 实例 1

一均质边坡 [12], 其横截面如图 2 所示, 高 $H=20$ m, 坡比为 1:1, 其土层参数如下: 泊松比 $\nu=0.3$, 弹性模量 $E=20$ MPa, 内摩擦角 $\varphi=20^\circ$, 黏聚力 $c=40$

kPa, 剪胀角 $\psi=20^\circ$, 容重 $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$ 。c、 φ 相互独立, 均服从正态分布, 变异系数都为 0.1。

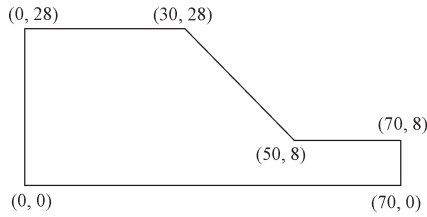


图2 实例1边坡横截面示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the slope cross section in example 1

边坡上部边界自由, 底部边界为刚接, 两侧为水平滑动支承, 同时视边坡土体为摩尔-库仑理想弹塑性模型。上述土层参数中, 容重 γ 变异较小, 变异性相对较大的为内摩擦角 φ 和黏聚力 c 。因此容重 γ 的变异性不纳入考虑范围, 视为定量参数进行分析, 把 c 、 φ 视为随机参数。将其表示为随机向量 $\mathbf{x}=\{c, \varphi\}=\{x_1, x_2\}$ 的形式。通过拉丁超立方试验设计抽样得到 30 组样本后, 再由简化 Bishop 法获取相应的功能函数值, 其计算结果如表 1 所示。

表1 实例1样本点及功能函数计算结果

Table 1 Calculation results of sample points and function functions in example 1

序号	c/kPa	$\varphi/(^\circ)$	Z	序号	c/kPa	$\varphi/(^\circ)$	Z
1	32.292	22.352	0.246	16	34.395	19.262	0.190
2	40.211	18.539	0.270	17	37.805	22.753	0.363
3	36.409	17.948	0.180	18	35.372	19.017	0.990
4	41.730	19.611	0.330	19	38.416	20.787	0.309
5	43.787	17.374	0.289	20	43.242	21.283	0.410
6	45.238	19.803	0.395	21	43.964	19.880	0.400
7	37.241	18.869	0.227	22	35.568	21.691	0.289
8	42.341	25.465	0.535	23	38.005	20.588	0.300
9	40.607	22.045	0.390	24	40.895	18.238	0.270
10	44.816	15.790	0.254	25	38.784	16.942	0.190
11	42.706	20.918	0.387	26	41.325	23.220	0.441
12	47.129	17.547	0.352	27	41.396	18.592	0.289
13	39.803	19.382	0.285	28	36.690	20.096	0.254
14	39.589	20.501	0.320	29	39.049	21.227	0.336
15	48.926	21.667	0.523	30	33.712	20.291	0.207

在获得表 1 中的 30 组数据和其相应的功能函数值之后, 根据式 (14) 可求得其中的有理多项式系数 P_k 、 Q_k 、 R_k 、 S_k 、 U_k 、 V_k , 从而构建了 PRSM 边坡代理模型。然后, 采用 JC 法进行计算, 选取均值点 (40, 20) 作为验算点初值。取 (1, 1) 阶帕德逼近响应面代理模型, 经迭代后, 求得可靠度指标 $\beta(1, 1)=3.1518$, 相应的失效概率 $P_f=8.1141 \times 10^{-4}$ 。取 (2, 2) 阶帕德逼近响应面代理模型, 求得可靠度指标 $\beta(2, 2)=3.2944$, 相应的失效概率 $P_f=4.9315 \times 10^{-4}$ 。

在文献 [13] 中, 结合 ANSYS 和响应面法所求解的可靠度为 $\beta=3.420$, Monte-Carlo 法求解的可靠度为 $\beta=3.234$, 验算点法求解的可靠度为 $\beta=3.215$, 传统响应面法求解的可靠度为 $\beta=3.214$ 。本文方法的计算结果与上述结果均相差很小, 证明了本文方法是可行的。并且对比 Monte-Carlo 法求得的可靠度指标 3.234, 文献 [13] 中的方法误差为 5.75%, 本研究所用方法的误差仅为 1.87%, 可见本研究提出的方法拥有更高的精确度。在文献 [13] 中, ANSYS 的求解原理为强度折减, 且程序一次只能求解一个结果, 非常繁琐、缓慢。再者有理多项式的拟合精度比二次多项式的明显要高。在进行可靠度分析时, 尤其是当随机变量的数量增加时, 采用基于帕德逼近的响应面方法在效率与精度方面均优于上述其他方法。

3.2 实例 2

图 3 为一双层边坡 [14], 高 15.24 m, 坡比为 1:2。其土层参数如下: 弹性模量 $E=100 \text{ MPa}$, 泊松比 $\nu=0.3$, 黏聚力 $c_1=38.31 \text{ kPa}$, $c_2=23.94 \text{ kPa}$, 内摩擦角 $\varphi_1=0^\circ$, $\varphi_2=12^\circ$, 容重 $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$ 。 c_1 、 c_2 、 φ_2 是互为独立的正态随机变量, 变异系数分别为 0.2, 0.2, 0.1, 其余参数为定值。

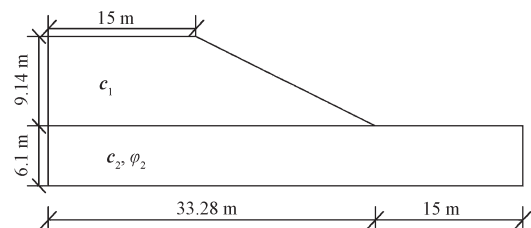


图3 实例2边坡横截面示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the slope cross section in example 2

以上土层参数中, 把 c_1 、 c_2 、 φ_2 作为随机参数。同样 30 组样本通过拉丁超立方抽样生成后, 再由简化 Bishop 法获取相应的功能函数值, 其计算结果如表 2 所示。然后利用本文所提出的方法, 分别采用基于 (1, 1) 阶和 (2, 2) 阶帕德逼近有理多项式的响应面方法进行边坡可靠度分析, 所得计算结果见表 3。

将表 3 中的数据与文献 [14] 和文献 [15] 中所计算的结果进行比较, 可以发现可靠度指标结果比较接近, 因而进一步证实了本文方法的可行性。但是本实例中, (1, 1) 阶 PRSM 方法比 (2, 2) 阶 PRSM 方法的计算精确度更高。其原因可能是: 当随机变量数量增加时, 拉丁超立方抽样方法抽取的基本随机变量样本数量过少, 在拟合 PRSM 代理模型的多项式系数时没有取到最优值。

表 2 实例 2 样本点及功能函数计算结果

Table 2 Example 2 sample points and function function calculation results

序号	c_1/kPa	c_2/kPa	$\varphi_2/(\text{°})$	Z
1	25.857	25.326	10.193	0.207
2	44.912	33.152	14.139	1.020
3	28.818	19.979	11.269	0.320
4	32.592	15.183	12.152	0.340
5	37.758	20.957	12.534	0.580
6	32.741	21.023	11.777	0.450
7	35.348	22.472	13.420	0.582
8	43.173	23.140	11.630	0.676
9	50.700	22.921	13.327	0.855
10	34.901	27.703	12.344	0.617
11	41.470	27.020	12.064	0.754
12	33.990	28.429	10.451	0.566
13	39.113	30.564	9.456	0.684
14	42.457	29.333	11.981	0.816
15	30.044	18.926	11.110	0.332
16	40.041	11.659	11.569	0.360
17	44.284	28.742	13.138	0.883
18	36.965	17.228	11.881	0.457
19	58.815	24.644	13.788	1.023
20	31.736	24.073	10.542	0.449
21	27.408	32.547	12.970	0.277
22	22.035	23.689	10.750	0.027
23	49.450	22.026	12.233	0.770
24	46.257	25.686	12.809	0.832
25	36.271	26.050	11.424	0.613
26	48.050	24.751	10.925	0.746
27	38.406	21.535	15.169	0.684
28	40.543	19.569	12.689	0.602
29	37.069	26.484	11.146	0.629
30	41.825	18.168	12.422	0.574

表 3 不同计算方法的可靠度结果

Table 3 Reliability results calculated by different methods

计算方法	可靠度指标 β 值	失效概率 $P_f/\%$
(1, 1) 阶 PRSM	2.209 3	1.36
(2, 2) 阶 PRSM	1.936 2	2.64
文献 [14] 方法	2.180 0	1.46
文献 [15] 方法	2.170 0	1.49

4 工程实例分析

某高速路段堑边坡坡高约为 15 m, 坡比为 1:2。层状构造, 岩体主要是炭质砂岩。边坡上部地层为红褐色粉质黏土, 硬塑性, 厚为 0~1 m; 中部地层为灰色弱风化炭质砂岩, 厚度大于 3 m; 下部地层为青灰色全风化炭质砂岩, 厚度大于 10 m。进行土工试验后得知, 该路段各土层容重 γ 变异较小, 黏聚力 c 、内摩擦角 φ 的变异性较大, 所以把 c 、 φ 作为随机参数, 不考虑 γ 的影响。该工程实例的地质力学参数和统计

特征如表 4 所示。

表 4 工程实例地质力学参数及统计特征

Table 4 Ground mechanics parameters with the statistical characteristics of engineering examples

地层	E/MPa	ν	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	c/kPa		$\varphi/(\text{°})$	
				均值	标准差	均值	标准差
上部地层	48	0.32	18.0	16.8	2.5	28.0	2.4
中部地层	180	0.30	20.0	30.0	3.5	25.7	2.8
下部地层	900	0.39	18.8	9.2	1.2	12.8	1.6

把上部地层、中部地层、下部地层的物理力学参数 c_1 、 φ_1 、 c_2 、 φ_2 、 c_3 、 φ_3 写成随机向量的形式 $\mathbf{x}=\{c_1, \varphi_1, c_2, \varphi_2, c_3, \varphi_3\}=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, 所得计算结果如表 5 所示。

表 5 工程实例样本点及功能函数计算结果

Table 5 Project example sample points and function function calculation results

序号	c_1/kPa	$\varphi_1/(\text{°})$	c_2/kPa	$\varphi_2/(\text{°})$	c_3/kPa	$\varphi_3/(\text{°})$	Z
1	17.168	26.045	28.205	24.780	7.523	11.552	0.500
2	14.229	29.455	25.522	27.593	8.095	10.088	0.414
3	15.321	26.773	27.820	25.267	9.158	11.799	0.574
4	16.515	27.394	28.849	20.276	8.299	11.829	0.512
5	20.133	26.621	29.821	23.490	8.577	12.455	0.605
6	14.871	24.976	29.116	27.853	10.063	12.686	0.700
7	18.438	25.807	32.731	25.693	10.969	12.619	0.800
8	17.497	28.170	30.152	21.757	8.554	14.063	0.691
9	16.286	23.363	36.760	24.400	9.699	13.955	0.816
10	13.587	30.195	30.520	26.397	8.375	14.310	0.742
11	16.095	28.251	35.759	22.802	9.343	15.351	0.867
12	16.920	30.378	27.095	30.610	9.941	14.754	0.840
13	12.863	29.080	31.325	24.199	7.678	11.048	0.488
14	17.391	29.930	28.542	32.602	9.429	9.776	0.504
15	15.028	24.026	32.274	22.525	10.108	14.350	0.789
16	16.710	25.649	31.976	26.125	8.889	10.573	0.523
17	17.677	27.369	23.147	21.466	11.046	13.108	0.645
18	14.577	28.580	25.030	23.772	7.879	12.934	0.559
19	15.776	31.228	24.670	24.676	7.008	16.547	0.746
20	18.017	27.901	31.000	26.769	6.084	12.878	0.574
21	10.574	33.985	33.548	29.457	10.574	12.330	0.742
22	19.674	29.620	27.915	26.531	10.281	13.379	0.738
23	22.397	32.251	32.991	25.102	8.772	13.516	0.727
24	19.495	28.806	31.513	29.063	10.461	13.331	0.801
25	15.539	26.292	26.235	28.757	9.287	12.230	0.600
26	18.123	24.649	30.712	25.819	9.606	11.384	0.598
27	13.892	28.833	26.647	27.208	9.005	13.787	0.700
28	20.780	30.782	34.124	26.938	9.795	10.887	0.610
29	19.076	27.682	29.702	23.252	8.968	12.061	0.590
30	18.665	27.007	35.147	28.332	11.944	15.132	1.008

根据表 5 中的 30 组样本和其功能函数值构建基于帕德逼近有理多项式的边坡功能函数的响应面模型; 再利用 JC 法, 经计算, 得到 $\beta=5.024 2$, $P_f=2.528 1 \times 10^{-7}$ 。计算结果表明, 该路堑边坡出现失稳状况的可能性较低。

5 结论

1) 本文采用极限平衡法中的简化 Bishop 法, 利用拉丁超立方试验设计构造样本, 构建了基于帕德逼近有理多项式代理模型的边坡可靠度计算方法 (PRSM), 为边坡工程高度非线性隐式功能函数可靠度求解提供了一条新的途径。

2) PRSM 法针对传统响应面方法中的响应面函数进行改进, 用基于帕德逼近有理多项式的形式替代传统的二次多项式形式, 其计算结果精度更高, 且当随机变量增加时, (2, 2) 阶 PRSM 的精度比 (1, 1) 阶 PRSM 的更高。但也会出现 (2, 2) 阶 PRSM 的精度不及 (1, 1) 阶 PRSM 的情况, 推测其原因为抽取的基本随机变量样本数量过少或没有在拟合 PRSM 代理模型的多项式系数时取到最优值等, 有待进一步研究。

3) 通过实例验证, 表明本文方法是可行的, 且当计算精度接近时, 其工作量小于蒙特卡洛法, 具有一定的工程实用性。

参考文献:

- [1] 赵国藩, 金伟良, 贡金鑫. 结构可靠度理论 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010: 21-64.
ZHAO Guofan, JIN Weiliang, GONG Jinxin. Structural Reliability Theory[M]. Beijing: China Construction Industry Press, 2010: 21-64.
- [2] 张明. 结构可靠度分析: 方法与程序 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 19-208.
ZHANG Ming. Structural Reliability Analysis: Methods and Procedures[M]. Beijing: Science Press, 2009: 19-208.
- [3] 郑颖人, 陈祖煜, 王恭先. 边坡与滑坡工程治理 [M]. 2 版. 北京: 人民交通出版社, 2010: 99-136.
ZHENG Yingren, CHEN Zuyu, WANG Gongxian. Engineering Treatment of Slope & Landslide[M]. 2nd ed. Beijing: China Communications Press, 2010: 99-136.
- [4] BISHOP A W. The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes[J]. Geotechnique, 1955, 5(1): 7-17.
- [5] 朱大勇, 邓建辉, 台佳佳. 简化 Bishop 法严格性的论证 [J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 455-458.
ZHU Dayong, DENG Jianhui, TAI Jiajia. Theoretical Verification of Rigorous Nature of Simplified Bishop Method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(3): 455-458.
- [6] 苏永华, 杨红波. 基于代理模型的边坡稳定可靠度算法 [J]. 应用力学学报, 2012, 29(6): 705-710.
SU Yonghua, YANG Hongbo. Reliability Algorithm of Slope Stability Based on Kriging Metamodel[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2012, 29(6): 705-710.
- [7] 梁斌. 隧道围岩与支护结构稳定可靠性分析方法研究 [D]. 长沙: 湖南大学, 2015.
LIANG Bin. The Research on Analysis Method of Reliability for Stability of Tunnel Surrounding Rock and Supporting Structure[D]. Changsha: Hunan University, 2015.
- [8] 张崎, 李兴斯. 基于 Kriging 模型的结构可靠性分析 [J]. 计算力学学报, 2006, 23(2): 175-179.
ZHANG Qi, LI Xingsi. Analysis of Structural Reliability Based on Kriging Model[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2006, 23(2): 175-179.
- [9] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析 [M]. 5 版. 北京: 清华大学出版社, 2008: 80-83.
LI Qingyang, WANG Nengchao, YI Dayi. Numerical Analysis[M]. 5th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2008: 80-83.
- [10] 郑成德. Padé 逼近若干问题研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2004.
ZHENG Chengde. On Univariate and Multivariate Padé Approximation[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2004.
- [11] RACKWITZ R, FLESSLER B. Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences[J]. Computers and Structures, 1978, 9(5): 484-494.
- [12] 迟世春, 关立军. 基于强度折减的拉格朗日差分方法分析土坡稳定性 [J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 42-46.
CHI Shichun, GUAN Lijun. Slope Stability Analysis by Lagrangian Difference Method Based on Shear Strength Reduction[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(1): 42-46.
- [13] 吴坤铭, 王建国, 谭晓慧, 等. 响应面与强度折减有限元耦合的方法研究边坡可靠度 [J]. 合肥工业大学学报 (自然科学版), 2009, 32(6): 885-889.
WU Kunming, WANG Jianguo, TAN Xiaohui, et al. Study on the Slope Reliability by Coupling the Response Surface Method and the Strength Reduction Finite Element Method[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2009, 32(6): 885-889.
- [14] CHO S E. Probabilistic Stability Analyses of Slopes Using the ANN-Based Response Surface[J]. Computers and Geotechnics, 2009, 36(5): 787-797.
- [15] 潘敏, 凌晨, 范晶晶, 等. 基于稀疏网格配点法的边坡稳定可靠度分析 [J]. 应用力学学报, 2018, 35(6): 1267-1272.
PAN Min, LING Chen, FAN Jingjing, et al. A Sparse Grid Stochastic Collocation Method for Slope Reliability Analysis[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2018, 35(6): 1267-1272.

(责任编辑: 廖友媛)