

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2021.03.012

语言环境下具有容忍区间的有差异双边 匹配决策方法

汪新凡, 贾翔, 周浪, 朱远芳

(湖南工业大学理学院, 湖南株洲 412007)

摘要: 针对语言环境下主体给出容忍区间的有差异双边匹配决策问题, 提出一种决策分析方法。首先, 分别针对效益型准则和成本型准则定义匹配度函数, 并利用匹配度函数计算各准则下双方主体的评价值对应的匹配度。其次, 利用线性加权集结方法将各准则下的匹配度集结为总匹配度; 进一步建立多目标双边匹配模型, 并通过将其转化为单目标优化模型进行求解, 得到最优匹配方案。最后, 利用婚介所算例验证所提出双边匹配决策方法的可行性与有效性, 并进行了对比分析。

关键词: 双边匹配; 语言标度; 优化模型; 容忍区间

中图分类号: C934

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2021)03-0080-07

引文格式: 汪新凡, 贾翔, 周浪, 等. 语言环境下具有容忍区间的有差异双边匹配决策方法 [J]. 湖南工业大学学报, 2021, 35(3): 80-86.

Difference Bilateral Matching Decision-Making Approach with Tolerance Interval Under the Linguistic Environment

WANG Xinfan, JIA Xiang, ZHOU Lang, ZHU Yuanfang

(College of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In view of the decision-making problem of bilateral matching difference in which the subject gives tolerance interval under the language environment, a decision analysis method has thus been proposed. Firstly, the matching degree function is defined for the benefit-based criterion and the cost-based criterion respectively, with the matching degree function adopted to calculate the matching degree corresponding to the evaluation value of both parties under each criterion. Secondly, matching degrees of criteria are aggregated to a comprehensive matching degree by using linear weighted aggregation method. Furthermore, a multi-objective bilateral matching model is established and transformed into a single objective optimization model, thus obtaining the optimal matching scheme. Finally, the feasibility and effectiveness of the proposed bilateral matching decision-making method are verified by a case study of a marriage agency, with a comparative analysis to be carried out.

Keywords: bilateral matching; language scale; optimal model; tolerance interval

收稿日期: 2020-09-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71801090); 教育部人文社科规划基金资助项目(19YJA630071); 湖南省哲学社会科学基金资助重点项目(18ZDB009); 湖南省自然科学基金资助项目(2020JJ4264, 2018JJ3132); 湖南工业大学研究生科研创新基金资助项目(CX1915)

作者简介: 汪新凡(1966-), 男, 湖南安化人, 湖南工业大学教授, 博士, 主要从事模糊决策, 随机决策和信息融合等方面的研究, E-mail: zzwxfydm@126.com

0 引言

D. S. Gale 等^[1]在入学匹配问题和婚姻稳定性问题的基础上提出了“双边匹配”的概念,并提出了经典的 Gale-Shapley 算法。之后,众多国内外学者对其进行了研究,并提出了较多具有针对性的双边匹配决策方法^[2-11]。双边匹配具有广泛的实际应用背景,目前已在人岗双边匹配^[12-14]、公私合作中政府项目与企业的双边匹配^[15-16]和婚姻匹配^[17-18]等方面得到较广泛的应用。双边匹配决策问题包含中介和两个有限的主体集,每个主体都对另一方主体给出评价信息,其目的是由中介匹配双方主体并最大限度地使主体匹配到满意的另一方主体。

针对主体给出的评价值为清晰数而期望值为区间数或离散区间数的无差异型双边匹配决策问题,文献[17-18]分别基于匹配度和前景理论给出了两种决策分析方法。值得指出的是,文献[17-18]认为,评价值落在期望区间内所对应的匹配度为1,而落在期望区间外所对应的匹配度为0,其实这是值得商榷的。事实上,许多现实的双边匹配决策问题不属于无差异的情形,而是有差异的,如对于效益型准则,应是越大越好,故大于期望区间的评价值所对应的匹配度应大于期望区间内的评价值所对应的匹配度;而对于成本型准则,则是越小越好,故小于期望区间的评价值所对应的匹配度应大于期望区间内的评价值所对应的匹配度,因而无差异区间型准则下的匹配度计算方法存在一定的局限性。另外,目前已有研究利用语言信息来定性表达主体对对方主体的评价,并进一步提出了双边匹配决策方法^[19-22]。但针对双方主体给出的评价为语言信息而期望水平为区间语言信息的情形缺乏研究。基于此,本文拟考虑区间型准则的差异性,针对不同区间的评价值,分别定义相应的匹配度,并进一步提出一种双边匹配决策方法,最后应用婚姻匹配算例进行验证和分析。

1 预备知识

1.1 语言标度

语言标度由若干语言术语组成,能够比较准确地表达模糊信息。徐泽水^[23]设定了语言标度 $S = \{s_\varphi | \varphi = -\tau, \dots, \tau\}$, $\tau \geq 0$, 其中 s_φ 表示语言术语, $s_{-\tau}$ 和 s_τ 分别表示决策者实际使用的语言术语的下限和上限,且 s 满足

- 1) 如果 $\varphi_1 > \varphi_2$, 则 $s_{\varphi_1} > s_{\varphi_2}$;

- 2) 存在负算子 $neg(s_\varphi) = s_{-\varphi}$ 。

为较准确地描述主体的评价信息而又保证简便性,课题组设定 $\tau=3$, 即采用7粒度的语言标度 $S_7 = \{s_{-3}, s_{-2}, s_{-1}, s_0, s_1, s_2, s_3\}$, 其中 s_{-3} 表示“极差”, s_{-2} 表示“差”, s_{-1} 表示“较差”, s_0 表示“一般”, s_1 表示“较好”, s_2 表示“好”, s_3 表示“极好”。

定义1 设 \underline{k}, \bar{k} 为实数, 若 $k = [\underline{k}, \bar{k}]$, $\underline{k} \leq \bar{k}$, 则称 k 为区间数, 其中 \underline{k} 和 \bar{k} 分别表示 k 的左右端点。特别地, 若 $\underline{k} = \bar{k}$, 则 k 退化为实数^[17]。

定义2 设 $S = \{s_\varphi | \varphi = -\tau, \dots, \tau\}$, 为语言术语集, $\tau \geq 0$, 若 $s = [s_{\varphi_1}, s_{\varphi_2}, \dots, s_{\varphi_f}]$, $s_{\varphi_1} \leq s_{\varphi_f}$, 则称 s 为离散语言区间术语, 其中 s_{φ_1} 和 s_{φ_f} 分别表示 s 的左右端点。特别地, 若 $s_{\varphi_1} = s_{\varphi_f}$, 则 s 退化为语言术语, 记 s 为 $s = [s_{\varphi_1}, s_{\varphi_f}]$ 。

1.2 双边匹配

定义3 设甲方主体集合为 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$, $m \geq 2$, A_i 表示甲方第 i 个主体, $i=1, 2, \dots, m$; 乙方主体集合为 $B = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$, $m \geq n \geq 2$, B_j 表示乙方第 j 个主体, $j=1, 2, \dots, n$ 。设 $\gamma: A \cup B \rightarrow A \cup B$ 为一一映射, 若满足以下3个条件, 则 γ 为双边匹配^[24]。

- 1) $\gamma(A_i) \in B$,
- 2) $\gamma(B_j) \in A \cup \{B_j\}$,
- 3) $\gamma(A_i) = B_j$ 当且仅当 $\gamma(B_j) = A_i$ 。其中 $\gamma(A_i) = B_j$ 表示 A_i 与 B_j 匹配并构成匹配对 (A_i, B_j) , $\gamma(B_j) = B_j$ 表示 B_j 无匹配对象, 由于其匹配对 (B_j, B_j) 在匹配结果中无意义, 故忽略。

2 双边匹配决策方法

2.1 问题描述

语言环境下具有容忍区间的双边匹配决策问题由以下几个部分构成。甲方主体的准则集合为 $C^A = \{C_1^A, C_2^A, \dots, C_\alpha^A\}$, $\alpha \geq 2$, 准则对应权重为 $W^A = \{\omega_1^A, \omega_2^A, \dots, \omega_\alpha^A\}$, 即准则的权重为 ω_g^A , $0 \leq \omega_g^A \leq 1$, $\sum_{g=1}^{\alpha} \omega_g^A = 1$ 。乙方主体的准则集合为 $C^B = \{C_1^B, C_2^B, \dots, C_\beta^B\}$, $\beta \geq 2$, 准则对应权重为 $W^B = \{\omega_1^B, \omega_2^B, \dots, \omega_\beta^B\}$, 即准则 C_h^B 的权重为 ω_h^B , $0 \leq \omega_h^B \leq 1$, $\sum_{h=1}^{\beta} \omega_h^B = 1$ 。准则间相互独立, 不互相产生影响。 B_j 在准则 C_g^A 下对 A_i 的评价值为 a_{ij}^g , 构建评价矩阵 $R^A = [a_{ij}^g]_{(m \times \alpha) \times n}$,

B_j 在准则 C_g^A 下的容忍区间为 $[\underline{\mu}_j^g, \bar{\mu}_j^g]$; A_i 在准则 C_h^B 下对 B_j 的评价值为 b_{ij}^h , 构建评价矩阵 $R^B = [b_{ij}^h]_{m \times (n \times \beta)}$, 在准则 C_h^B 下的容忍区间为 $[\underline{v}_j^h, \bar{v}_j^h]$; 所有的评价信息和容忍区间都由主体以语言的形式给出。本文要解决的问题是依据双方主体的语言评价信息、容忍区间和准则权重, 如何通过有效的双边匹配决策, 获得最优匹配方案。

2.2 匹配度

由于双边匹配决策问题中的准则主要分为效益型准则和成本型准则, 所以此部分从效益型准则和成本型准则两个方面给出匹配度的计算公式。

效益型准则要求主体的评价价值越高越好, 在主体存在容忍区间的情况下, 小于容忍区间的评价值对应的匹配度为 0; 容忍区间内的评价值对应的匹配度为 0.5; 大于容忍区间的评价值对应的匹配度为 1。

若 C_g^A 为效益型准则, a_{ij}^g 对应的匹配度为

$$a_{ij}^g = \begin{cases} 1, & a_{ij}^g > \bar{\mu}_j^g; \\ 0.5, & \underline{\mu}_j^g \leq a_{ij}^g \leq \bar{\mu}_j^g; \\ 0, & a_{ij}^g < \underline{\mu}_j^g. \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\underline{\mu}_j^g$ 和 $\bar{\mu}_j^g$ 分别为主体 B_j 在准则 C_g^A 下的容忍区间的左端点和右端点;

a_{ij}^g 为 B_j 在准则 C_g^A 下对 A_i 的评价值。

类似地, 如果 C_h^B 为成本型准则, b_{ij}^h 对应的匹配度为

$$b_{ij}^h = \begin{cases} 1, & b_{ij}^h > \bar{v}_j^h; \\ 0.5, & \underline{v}_j^h \leq b_{ij}^h \leq \bar{v}_j^h; \\ 0, & b_{ij}^h < \underline{v}_j^h. \end{cases} \quad (2)$$

式中: \underline{v}_j^h 和 \bar{v}_j^h 分别为主体 A_i 在准则 C_h^B 下的容忍区间的左端点和右端点;

b_{ij}^h 为 A_i 在准则 C_h^B 下对 B_j 的评价值。

不同于效益型准则, 成本型准则要求主体的评价价值越低越好, 在主体存在容忍区间的情况下, 小于容忍区间的评价值对应的匹配度为 1, 容忍区间内的评价值对应的匹配度为 0.5, 大于容忍区间的评价值对应的匹配度为 0。

如果 C_g^A 为成本型准则, a_{ij}^g 对应的匹配度为

$$a_{ij}^g = \begin{cases} 1, & a_{ij}^g < \underline{\mu}_j^g; \\ 0.5, & \underline{\mu}_j^g \leq a_{ij}^g \leq \bar{\mu}_j^g; \\ 0, & a_{ij}^g > \bar{\mu}_j^g. \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\underline{\mu}_j^g$ 和 $\bar{\mu}_j^g$ 分别为主体 B_j 在准则 C_g^A 下的容忍区间的左端点和右端点;

a_{ij}^g 为 B_j 在准则 C_g^A 下对 A_i 的评价值。

如果 C_h^B 为成本型准则, b_{ij}^h 对应的匹配度为

$$b_{ij}^h = \begin{cases} 1, & b_{ij}^h < \underline{v}_j^h; \\ 0.5, & \underline{v}_j^h \leq b_{ij}^h \leq \bar{v}_j^h; \\ 0, & b_{ij}^h > \bar{v}_j^h. \end{cases} \quad (4)$$

式中: \underline{v}_j^h 和 \bar{v}_j^h 分别为主体 A_i 在准则 C_h^B 下的容忍区间的左端点和右端点;

b_{ij}^h 为 A_i 在准则 C_h^B 下对 B_j 的评价值。

进一步利用线性加权集结算子将各准则下的匹配度集结为总匹配度:

$$a_{ij} = \sum_{g=1}^{\alpha} \omega_g^A a_{ij}^g, \quad (5)$$

$$b_{ij} = \sum_{h=1}^{\beta} \omega_h^B b_{ij}^h. \quad (6)$$

式 (5) (6) 中: a_{ij} 为 B_j 对 A_i 的总匹配度;

a_{ij}^g 为 a_{ij}^g 对应的匹配度;

ω_g^A 为准则 C_g^A 的权重;

b_{ij} 为 A_i 对 B_j 的总匹配度;

b_{ij}^h 为 b_{ij}^h 对应的匹配度;

ω_h^B 为准则 C_h^B 的权重。

建立总匹配度矩阵 $T^A = [a_{ij}]_{m \times n}$ 和 $T^B = [b_{ij}]_{m \times n}$ 。

2.3 双边匹配模型

设 x_{ij} 为 0, 1 变量, 且 $x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{方案中 } A_i \text{ 与 } B_j \text{ 匹配,} \\ 0, & \text{方案中 } A_i \text{ 不与 } B_j \text{ 匹配.} \end{cases}$

在满意双边匹配中, 由双方主体的总匹配度矩阵建立多目标优化模型 (M-1):

$$(M-1) \begin{cases} \max Z^A = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij}, & (7) \\ \max Z^B = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m b_{ij} x_{ij}, & (8) \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i=1, 2, \dots, m, & (9) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, j=1, 2, \dots, n. & (10) \end{cases}$$

式 (7) 中 $\max Z^A$ 表示乙方主体对甲方主体的总匹配度达到最大值; 式 (8) 中 $\max Z^B$ 表示甲方主体对乙方主体的总匹配度达到最大值; 式 (9) 表示对于每一个甲方主体, 都能找到一个乙方主体与之匹配, 式 (10) 表示对于每一个乙方主体, 可能不存在甲方主

体与之匹配。

可采用线性加权法将多目标优化模型 (M-1) 转化为单目标优化模型。设甲方主体的权重为 ω_A , 乙方主体的权重为 ω_B , 且 $0 \leq \omega_A \leq 1, 0 \leq \omega_B \leq 1, \omega_A + \omega_B = 1$, 建立单目标优化模型 (M-2):

$$(M-2) \begin{cases} \max Z = \omega_A \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} + \omega_B \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m b_{ij} x_{ij}, & (11) \\ \text{s.t.} \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, m, & (12) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n. & (13) \end{cases}$$

式 (11) 中 $\max Z$ 表示综合甲乙双方对对方主体的匹配度达到最大值。

模型 (M-2) 可使用支持线性优化的优化软件包进行求解, 如 Matlab、Lingo11。

定理 1 优化模型 (M-2) 存在最优解。

证明 由于求解目标为 0, 1 变量, 故可将模型 (M-2) 转化为指派问题, 并用匈牙利算法求解。由模型可知, 式 (11) 自变量数目为 mn , 故至多出现 2^{mn} 个解。显然, 匹配方案 $x_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases} i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$, 为目标函数的可行解, 故模型 (M-2) 的可行域非空, 则在该可行域中, 必能在某处取值使得式 (11) 目标函数达到最大值, 取得最优解, 证毕。

综上, 给出语言环境下主体存在容忍区间的有差异双边匹配决策方法的计算步骤:

步骤 1 利用式 (1) ~ (4) 计算各准则下评价价值对应的匹配度。

步骤 2 利用式 (5) ~ (6) 将各准则下的匹配度集结为总匹配度并构建总匹配度矩阵 $T^A = [a_{ij}]_{m \times n}$ 和 $T^B = [b_{ij}]_{m \times n}$ 。

步骤 3 基于总匹配度矩阵建立多目标优化模型 (M-1)。

步骤 4 将多目标优化模型 (M-1) 转化为单目标优化模型 (M-2)。

步骤 5 求解单目标优化模型 (M-2) 得到最优匹配方案。

3 算例分析

株洲一婚介所以对 3 位女士 (A_1, A_2, A_3) 和 4 位男士 (B_1, B_2, B_3, B_4) 作婚姻匹配, 双方共同考虑的准则有家境 C_1 、年收入 C_2 及相貌 C_3 。其中 C_1, C_2, C_3 的准则评价价值均包含在 7 粒度的语言标度 S_7 , 假设准则权重向量为 $W = (0.3, 0.4, 0.3)^T$, 显然 3 个准则都为效益型准则。由于甲方主体和乙方主体的准则集合相同, 将 $C^A = \{C_1^A, C_2^A, \dots, C_a^A\}$ 和 $C^B = \{C_1^B, C_2^B, \dots, C_\beta^B\}$ 同时表示为 $C = \{C_g | g = 1, 2, 3\}$, $\alpha = 3$ 。男士对女士给出的评价价值矩阵 $R^A = [a_{ij}^g]_{(m \times \alpha) \times n}$ 和容忍区间如表 1 所示; 女士对男士给出的评价价值矩阵 $R^B = [b_{ij}^g]_{m \times (n \times \alpha)}$ 如表 2 所示, 与 R^B 相对应的容忍区间如表 3 所示。

表 1 评价价值矩阵 R^A 和相应容忍区间

Table 1 Evaluation matrix R^A with its related tolerance interval

		R^A				容忍区间			
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	C_1	s_0	s_0	s_{-2}	s_{-3}	$[s_0, s_1]$	$[s_0, s_0]$	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_0, s_1]$
	C_2	s_0	s_{-2}	s_{-1}	s_0	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_{-1}, s_{-1}]$	$[s_{-2}, s_{-2}]$	$[s_0, s_1]$
	C_3	s_2	s_2	s_3	s_2	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_0, s_1]$	$[s_1, s_2]$	$[s_{-2}, s_0]$
A_2	C_1	s_2	s_2	s_2	s_3	$[s_0, s_1]$	$[s_0, s_0]$	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_0, s_1]$
	C_2	s_1	s_0	s_1	s_{-1}	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_{-1}, s_{-1}]$	$[s_{-2}, s_{-2}]$	$[s_0, s_1]$
	C_3	s_{-1}	s_0	s_{-2}	s_{-2}	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_0, s_1]$	$[s_1, s_2]$	$[s_{-2}, s_0]$
A_3	C_1	s_0	s_1	s_{-2}	s_0	$[s_0, s_1]$	$[s_0, s_0]$	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_0, s_1]$
	C_2	s_2	s_3	s_2	s_2	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_{-1}, s_{-1}]$	$[s_{-2}, s_{-2}]$	$[s_0, s_1]$
	C_3	s_3	s_0	s_1	s_{-2}	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_0, s_1]$	$[s_1, s_2]$	$[s_{-2}, s_0]$

表 2 评价价值矩阵 R^B

Table 2 Evaluation matrix R^B

	B_1			B_2			B_3			B_4		
	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
A_1	s_{-2}	s_1	s_2	s_1	s_{-1}	s_2	s_0	s_1	s_{-2}	s_1	s_1	s_3
A_2	s_{-2}	s_0	s_1	s_2	s_{-2}	s_0	s_{-1}	s_1	s_0	s_1	s_{-2}	s_1
A_3	s_{-1}	s_0	s_1	s_{-1}	s_1	s_1	s_1	s_2	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_0

表3 与 R^B 相对应的容忍区间
Table 3 Tolerance interval related to R^B

	B_1			B_2			B_3			B_4		
	C_1	C_2	C_3									
A_1	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_1, s_2]$	$[s_{-2}, s_1]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_1, s_2]$	$[s_{-2}, s_1]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_1, s_2]$	$[s_{-2}, s_1]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_1, s_2]$	$[s_{-2}, s_1]$
A_2	$[s_1, s_1]$	$[s_{-1}, s_0]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_1, s_1]$	$[s_{-1}, s_0]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_1, s_1]$	$[s_{-1}, s_0]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_1, s_1]$	$[s_{-1}, s_0]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$
A_3	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_1, s_1]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_1, s_1]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_1, s_1]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_1, s_1]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$

以下利用本文提出的双边匹配决策方法求解匹配结果。

步骤1 利用式(1)和式(2)计算各准则下评价价值对应的匹配度。各准则下男士对女士的评价价值对应的匹配度和各准则下女士对男士的评价价值对应的匹配度可分别由表4和表5表示。

表4 各准则下男士对女士的评价价值对应的匹配度
Table 4 Matching degrees of evaluations of females given by males under each criteria

		B_1	B_2	B_3	B_4
		A_1	C_1	0.5	0.5
	C_2	1	0	1	0.5
	C_3	1	1	1	1
A_2	C_1	1	1	1	1
	C_2	1	1	1	0
	C_3	0.5	0.5	0	0.5
A_3	C_1	0.5	1	0	0.5
	C_2	1	1	1	1
	C_3	1	0.5	0.5	0.5

表5 各准则下女士对男士的评价价值对应的匹配度
Table 5 Matching degrees of evaluations of males given by females under each criteria

	B_1			B_2			B_3			B_4		
	C_1	C_2	C_3									
A_1	0.5	0.5	1	1	0	1	1	0.5	0.5	1	0.5	1
A_2	0	0.5	1	1	0	1	0	1	1	0.5	0	1
A_3	1	0	1	1	0.5	1	1	1	1	1	0	1

步骤2 利用式(5)和式(6)将各准则下的匹配度集结为总匹配度。男士对女士的匹配度和女士对男士的匹配度可分别由表6和表7表示。

表6 男士对女士的匹配度
Table 6 Matching degrees of females give by males

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	0.85	0.45	0.70	0.50
A_2	0.85	0.85	0.70	0.45
A_3	0.85	0.85	0.55	0.70

表7 女士对男士的匹配度
Table 7 Matching degrees of males give by females

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	0.65	0.60	0.65	0.80
A_2	0.50	0.60	0.70	0.45
A_3	0.60	0.80	1	0.60

步骤3 基于表6和表7所示数据建立多目标优化模型(M-1)。

$$(M-1) \left\{ \begin{array}{l} \max Z^A = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 a_{ij} x_{ij}, \\ \max Z^B = \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^3 b_{ij} x_{ij}, \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^4 x_{ij} = 1, i=1,2,3, \\ \sum_{i=1}^3 x_{ij} \leq 1, j=1,2,3,4. \end{array} \right.$$

步骤4 由于婚介所未给出对男方和女方的偏好信息,故 $\omega_A = \omega_B = 0.5$, 将多目标优化模型(M-1)转化为单目标优化模型(M-2)。

$$(M-2) \left\{ \begin{array}{l} \max Z = \omega_A \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 a_{ij} x_{ij} + \omega_B \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^3 b_{ij} x_{ij}, \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^4 x_{ij} = 1, i=1,2,3, \\ \sum_{i=1}^3 x_{ij} \leq 1, j=1,2,3,4. \end{array} \right.$$

步骤5 求解单目标优化模型(M-2)得到匹配结果 $x_{11}=1, x_{23}=1, x_{32}=1$, 即最优匹配方案为 $\{(A_1, B_1), (A_2, B_3), (A_3, B_2)\}$, B_4 无匹配对象。

4 对比分析

文献[17]认为评价价值对应的匹配度只能为0或1,即期望区间内的评价价值对应的匹配度为1而期望区间外的评价价值对应的匹配度为0,然而在考虑效益型准则和成本型准则后,本文指出:在效益型准则下,大于期望区间的评价价值对应的匹配度应大于期望区间中的评价价值对应的匹配度;在成本型准则下,小于期望区间的评价价值对应的匹配度应大于期望区间中的评价价值对应的匹配度。效益型准则下,文献[17]中主体给出的期望区间在本文中可视为容忍区间右端点至语言标度中最大语言术语的左开右闭区间,相对地,成本型准则下[17]中主体给出的期望区间在本文中可视为容忍区间左端点至语言标度中最小语言术语的左闭右开区间,故容忍区间将语言标度区

分为了3个有差异的区间, 每个区间评价价值对应的匹配度不同。为研究[17]提出的双边匹配决策方法与此研究所提出的双边匹配决策方法有何异同, 假定在此研究的实例中, 容忍区间中的评价价值对应的匹配度为1, 对应于文献[17]为期望区间中的评价价值对应的匹配度为1, 且双方主体的权重保持均等, 则得到最优匹配方案 $\{(A_1, B_3), (A_2, B_1), (A_3, B_2)\}$, B_4 无匹配对象。

在匹配度修改处理后, A_1 的匹配对象由 B_1 变为 B_3 , A_2 的匹配对象由 B_3 变为 B_1 , 不难发现, 在表3和表4与 A_1, B_3 二者相关的匹配度中, 匹配度0.5出现的次数较多, 与 A_2, B_1 二者相关的匹配度中, 匹配度0.5出现的次数同样较多, 在将匹配度0.5修改为1后, 对 (A_1, B_3) 和 (A_2, B_1) 两组主体的匹配倾向起到了放大作用。虽然整体来看, 在将匹配度0.5修改为1后, 对所有主体的匹配倾向都起到了放大作用, 但是对 (A_1, B_3) 和 (A_2, B_1) 两组主体的匹配倾向的放大作用要高于其他任意两组主体的匹配倾向放大作用, 这就导致了最优匹配结果的改变。

5 结语

无差异双边匹配决策方法利用期望区间将评价价值信息总区间划分为两个具有不同匹配度的区间, 本文指出该方法在效益型准则和成本型准则的情形下不适用, 然后提出容忍区间, 在语言环境下指出容忍区间内的评价价值对应的匹配度为0.5, 将语言标度划分为3个不同的区间, 分别针对3个区间的评价价值定义匹配度, 体现不同区间中评价价值的差异性。在容忍区间和匹配度的基础上, 本文提出了一种有差异双边匹配决策方法。最后, 本文将所提出的有差异双边匹配决策方法与无差异双边匹配决策方法进行了对比与分析, 指出本文所提出的方法适用性更广泛。

参考文献:

- [1] GALE D S, SHAPLEY L S. College Admission and the Stability of Marriage?[J]. American Mathematical Monthly, 1962, 69(1): 9-15.
- [2] WANG J, LI B, LI W, et al. Two-Sided Matching Model Based on Cumulative Prospect Theory for Decision Making of Two-Way Referral System[J]. Journal of Interdisciplinary Mathematics, 2018, 21(5): 1097-1102.
- [3] YUE Q, ZHANG L L, YU B W, et al. Two-Sided Matching for Triangular Intuitionistic Fuzzy Numbers in Smart Environmental Protection[J]. IEEE Access, 2019, 7: 42426-42435.
- [4] LIU Y, LI K W. A Two-Sided Matching Decision Method for Supply and Demand of Technological Knowledge[J]. Journal of Knowledge Management, 2017, 21(3): 592-606.
- [5] 乐琦. 直觉模糊环境下考虑匹配意愿的双边匹配决策[J]. 中国管理科学, 2017, 25(6): 161-168.
YUE Qi. Two-Sided Matching Decision Considering Matching Aspiration Under the Intuitionistic Fuzzy Circumstance[J]. Chinese Journal of Management Science, 2017, 25(6): 161-168.
- [6] 樊治平, 李铭洋, 乐琦. 考虑稳定匹配条件的双边满意匹配决策方法[J]. 中国管理科学, 2014, 22(4): 112-118.
FAN Zhiping, LI Mingyang, YUE Qi. Decision Analysis Method for Two-Sided Satisfied Matching Considering Stable Matching Condition[J]. Chinese Journal of Management Science, 2014, 22(4): 112-118.
- [7] 任磊, 任明仑. 基于学习与协同效应的云制造任务动态双边匹配模型[J]. 中国管理科学, 2018, 26(7): 63-70.
REN Lei, REN Minglun. Dynamic Two-Sided Matching Method of Cloud Manufacturing Task Based on Learning and Synergy Effect[J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(7): 63-70.
- [8] 樊治平, 乐琦. 基于完全偏好序信息的严格双边匹配方法[J]. 管理科学学报, 2014, 17(1): 21-34.
FAN Zhiping, YUE Qi. Strict Two-Sided Matching Method Based on Complete Preference Ordinal Information[J]. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(1): 21-34.
- [9] 刘勇, 熊晓旋, 全冰婷. 基于灰色关联分析的双边公平匹配决策模型及应用[J]. 管理学报, 2017, 14(1): 86-92.
LIU Yong, XIONG Xiaoxuan, QUAN Bingting. Two-Sided Fair Matching Decision-Making Method and Application Based on Grey Incidence Analysis[J]. Chinese Journal of Management, 2017, 14(1): 86-92.
- [10] 乐琦, 樊治平. 基于不完全序值信息的双边匹配决策方法[J]. 管理科学学报, 2015, 18(2): 23-35.
YUE Qi, FAN Zhiping. Decision Method for Two-Sided Matching Based on Incomplete Ordinal Number Information[J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(2): 23-35.
- [11] 乐琦, 樊治平. 基于悲观度的双边匹配决策问题研究[J]. 管理科学, 2012, 25(2): 112-120.
YUE Qi, FAN Zhiping. Research on Two-Sided Matching Decision Problems Based on Pessimism Degree[J]. Journal of Management Science, 2012, 25(2): 112-120.

- [12] 袁铎宁, 姜艳萍. 岗位存在占有申请者条件下人岗双边匹配模型 [J]. 控制与决策, 2019, 34(5): 1069-1076.
YUAN Duoning, JIANG Yanping. Model for Applicants/Positions Two-Sided Matching with Occupied-Applicants in Positions[J]. Control and Decision, 2019, 34(5): 1069-1076.
- [13] 姜艳萍, 袁铎宁. 岗位存在占有者条件下人岗双边匹配 I-ES 算法 [J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(5): 1193-1202.
JIANG Yanping, YUAN Duoning. The I-ES Algorithm of Two-Sided Matching Between Applicants and Positions with Tenants[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2018, 38(5): 1193-1202.
- [14] YU D J, XU Z S. Intuitionistic Fuzzy Two-Sided Matching Model and Its Application to Personnel-Position Matching Problems[J]. Journal of the Operational Research Society, 2020, 71(2): 312-321.
- [15] WANG P Y, SHEN J, ZHANG B. A New Method for Two-Sided Matching Decision Making of PPP Projects Based on Intuitionistic Fuzzy Choquet Integral[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2016, 31(4): 2221-2230.
- [16] LIANG R, WU C Z, SHENG Z H, et al. Multi-Criterion Two-Sided Matching of Public-Private Partnership Infrastructure Projects: Criteria and Methods[J]. Sustainability, 2018, 10(4): 1178-1200.
- [17] 乐琦. 无差异区间型多指标匹配决策方法 [J]. 系统工程学报, 2014, 29(1): 41-47.
YUE Qi. Indifference Interval Multiple Criteria Matching Decision Method[J]. Journal of Systems Engineering, 2014, 29(1): 41-47.
- [18] 乐琦. 基于前景理论的不同无差异区间型多指标匹配决策方法 [J]. 系统科学与数学, 2013, 33(12): 1447-1455.
YUE Qi. The Same Indifference Interval Multiple Criteria Matching Decision Method Based on Prospect Theory[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2013, 33(12): 1447-1455.
- [19] 乐琦. 基于两粒度语言评价信息的双边匹配决策 [J]. 运筹与管理, 2016, 25(1): 100-104.
YUE Qi. Two-Sided Matching Decision with Two-Granularity Linguistic Evaluation Information[J]. Operations Research and Management Science, 2016, 25(1): 100-104.
- [20] 张笛, 朱帮助. 基于语言偏好信息的满意公平稳定双边匹配方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(9): 2412-2420.
ZHANG Di, ZHU Bangzhu. Satisfied, Fair and Stable Two-Sided Matching Method Based on Linguistic Preference Information[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2019, 39(9): 2412-2420.
- [21] 张笛, 孙涛, 陈晔, 等. 基于语言偏好信息的稳定双边匹配决策方法 [J]. 运筹与管理, 2019, 28(2): 60-66.
ZHANG Di, SUN Tao, CHEN Ye, et al. Decision Making Method for Stable Two-Sided Matching Under Linguistic Preference Information[J]. Operations Research and Management Science, 2019, 28(2): 60-66.
- [22] 陈希, 樊治平. 知识服务中基于语言关联性信息的双边匹配决策方法 [J]. 系统工程, 2012, 30(5): 68-74.
CHEN Xi, FAN Zhiping. A Method for Two-Sided Matching Decision Making in Knowledge Service Based on Linguistic Correlated Information[J]. Systems Engineering, 2012, 30(5): 68-74.
- [23] 徐泽水. 语言多属性决策的目标规划模型 [J]. 管理科学学报, 2006, 9(2): 9-17.
XU Zeshui. Goal Programming Models for Multiple Attribute Decision Making under Linguistic Setting[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(2): 9-17.
- [24] FAN Z P, LI M Y, ZHANG X. Satisfied Two-Sided Matching: a Method Considering Elation and Disappointment of Agents[J]. Soft Computing, 2017, 22(21): 7227-7241.

(责任编辑: 申剑)