

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2020.01.010

几何分域的多模块神经网络求解 平面 3R 机械手逆运动学

马祺杰, 倪正顺, 李 光, 肖 帆

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘 要: 针对神经网络求机器人逆运动学多解时输入与输出间存在一对多的映射问题, 提出一种基于几何分域的多模块神经网络求解平面 3R 机械手逆运动学方法。该方法通过将连杆分离-重新组合的方式进行几何分析, 将平面 3R 机械手分为两组具有多解的子空间, 同时增加末端执行器方位角的规划, 使得用于两个子空间训练的 BP 神经网络中, 输入与输出间具有唯一映射关系。用训练好的两个 BP 神经网络分别对同一段规划好的圆形轨迹进行预测, 得到的两段预测轨迹平滑且与规划轨迹基本一致, 这一结果表明, 所提方法可以获得平面 3R 机械手高精度的逆运动学多解。

关键词: 逆运动学多解; BP 神经网络; 几何分域; 平面 3R 机械手

中图分类号: TP242.2

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2020)01-0058-07

引文格式: 马祺杰, 倪正顺, 李 光, 等. 几何分域的多模块神经网络求解平面 3R 机械手逆运动学 [J]. 湖南工业大学学报, 2020, 34(1): 58-64.

Inverse Kinematics of Planar 3R Manipulators Solved by Multiple Module Neural Network Within Geometric Domain

MA Qijie, NI Zhengshun, LI Guang, XIAO Fan

(College of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In view of the problem found in one-to-many mapping between input and output while dealing with the inverse kinematics multiple solution of robot with neural network, a method has been proposed of multiple module neural network based on geometric sub-region to solve the inverse kinematics multiple solutions of planar 3R manipulators. This method seeks to divide the planar 3R manipulators into two sub-spaces with multiple solutions by separating and reassembling the connecting rods. Meanwhile, the azimuth angle planning of the end effector is to be added, so that there is a unique mapping relationship between input and output in the BP neural network for two subspace training. Two trained BP neural networks are used to predict the same planned circular trajectory respectively, with the predicted trajectories being smooth and almost consistent with the planned trajectory. The results show that this method can obtain high precision inverse kinematics solutions of planar 3R manipulators.

Keywords: inverse kinematics multiple solutions; BP neural network; geometric sub-region; planar 3R manipulator

收稿日期: 2019-05-27

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目 (2018JJ4079)

作者简介: 马祺杰 (1994-), 男, 山西长治人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为机器人视觉控制,

E-mail: 1040524045@qq.com

通信作者: 倪正顺 (1964-), 男, 湖南桃源人, 湖南工业大学教授, 硕士生导师, 主要从事机械设计, CAD/CAE/CAO 和模具设计方面的教学与研究, E-mail: nizhengshun@126.com

1 研究背景

机器人逆运动学,是将机器人末端执行器在笛卡尔坐标系中的位姿转换成关节空间中各关节角变量的过程,它在机器人控制中有非常重要的地位,是机器人运动分析、离线编程、轨迹规划等的基础,是机器人学中十分重要的问题^[1],特别是在机器人的轨迹规划过程中,逆运动学求解的准确性会直接影响末端执行器轨迹的平滑性^[2]。因此,对机器人逆运动学求解,是国内外很多研究者研究、分析的热点问题。

机器人逆运动学模型是一个多输入-多输出的系统,它通常是非线性方程组的求解。与线性方程组的求解不同,非线性方程组没有通用的求解算法。传统的求机器人逆向运动学多解的方法有解析法^[3]、数值迭代法^[4]、几何法^[5]等。解析法的计算量较大,在消元过程中很难得到正确的一元高次方程。几何法和迭代法在逆运动学求解过程中,需要在特定的条件下才能实现。

随着计算机技术发展的突飞猛进和机器人结构越来越复杂,应用现代智能算法求逆运动学解方面的研究越来越广泛。其中,神经网络因具有对任意连续函数的逼近能力和泛化能力,被不少学者应用在机器人逆运动学求解中。通常,使用神经网络求机器人逆运动学解采用以下方式:首先,关节空间 Q 通过正向运动学得到位姿 T ;然后将位姿 T 作为神经网络的输入、 Q 作为输出以训练神经网络;最后,用训练好的神经网络求目标位姿对应的逆运动学解^[6-7]。关节空间由正向运动学得到的位姿是唯一的,但从位姿向关节空间作逆映射是存在一对多解的。因此,输入和输出之间若没有建立唯一的映射关系,一个单独的神经网络结构将无法求得机器人整个工作空间中的逆运动学多解。

B. Daya 等^[8]提出了一种由 6 个子神经网络组成的神经网络体系结构,并利用该结构很好地求出了平面 2 自由度机械手的两组逆运动学解。A. V. Duka 等^[9]通过增加方位角作为神经网络输入的特征参数,在输入与输出之间建立了唯一映射关系,从而用训练好的神经网络,对平面 3R 机械手工作空间中规划好的轨迹点求得了一组逆运动学解。文献[8]和文献[9]的方法都很好地克服了神经网络在求多解时存在的不足,但是各自也存在着不足之处:文献[8]需要的神经网络数目较多;文献[9]对平面 3R 机械手的多解缺乏理论分析,从而在增加方位角作为特征参数的条件下,只求出了一组逆运动学解。事实上,在平面 3R 机械手中,当给定一个方位角后,一个位置点

仍然有两组逆运动学解。

本研究通过将连杆分离-重新结合的方式,对平面 3R 机械手的工作空间进行几何分析,判断其多解的规律,利用该规律将其关节空间划分为两个子空间,并分别用两个 BP 神经网络进行训练,同时输入中增加方位角作为特征参数,以消除每个空间中存在的无穷解带来的错误映射关系。仿真结果表明,该方法不仅可以很好地划分平面 3R 机械手的多解区域,同时用多模块 BP 神经网络还可以获得高精度的逆运动学多解。

2 运动学问题

2.1 逆运动学多解的几何分析

图 1 是平面 3R 机械手,其连杆的长度分别为 $OA=L_1$, $AB=L_2$, $BC=L_3$, 关节角的取值范围分别为 $\theta_1 \in (-\pi, \pi)$, $\theta_2 \in (-\pi, \pi)$, $\theta_3 \in (-\pi, \pi)$, 末端执行器中心 C 点坐标为 (p_x, p_y) , OC 的距离为 L , $L = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ 。

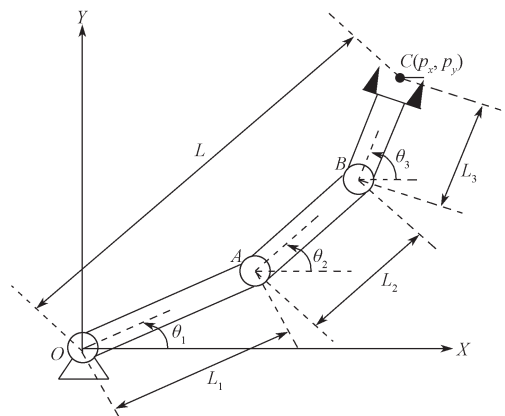


图 1 平面 3R 机械手

Fig. 1 Planar 3R manipulator

假设 $L_1=L_2$, $L_3 < L_1+L_2$, 则 3R 机械手从 B 点断开, 分为两部分, L_1 和 L_2 为一部分, L_3 单独为一部分, 分别记为 Part I 和 Part II。在 Part I 中, B 点的运动轨迹范围在圆平面 O 内; Part II 中, B 点的轨迹是半径为 L_3 绕动点 C 旋转的圆形, 圆心为 C , 见图 2。

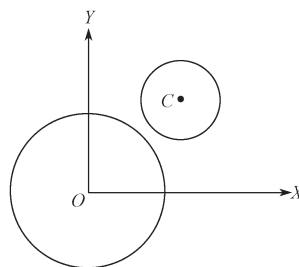


图 2 Part I 和 Part II 的 B 点轨迹

Fig. 2 Point B trajectory of Part I and II

现考虑圆平面与圆的位置关系: 在平面二连杆工

作空间内部的点有如下两组逆运动学解^[8]:

$$Q_1 = \{\theta_1 \in (-\pi, \pi), \theta_2 \in (-\pi, 0)\},$$

$$Q_2 = \{\theta_1 \in (-\pi, \pi), \theta_2 \in (0, \pi)\}.$$

Q_1 和 Q_2 映射得到的工作空间是两个相等的同心圆平面。 Q_1 、 Q_2 分别与 θ_3 的组合记为 Zone_1 、 Zone_2 , 取 Zone_1 进行分析。

由平面几何知识, 可得:

Case 1 当 $L=L_1+L_2+L_3$ 时, 圆平面 O 与圆 C 外切, 此时 B 点可以重新结合的位置在半径为 L_1+L_2 的圆 O 上;

Case 2 当 $L=L_1+L_2-L_3$ 时, 圆平面 O 与圆 C 内切, 此时 B 点可以在圆 C 上任意一点重新结合;

Case 3 当 $L_1+L_2-L_3 < L < L_1+L_2+L_3$ 时, 圆平面 O 与圆 C 相交, 此时 B 点可以在圆平面 O 内部的 MN 圆弧上重新结合。

圆平面 O 与圆 C 的 3 种位置关系如图 3 所示。

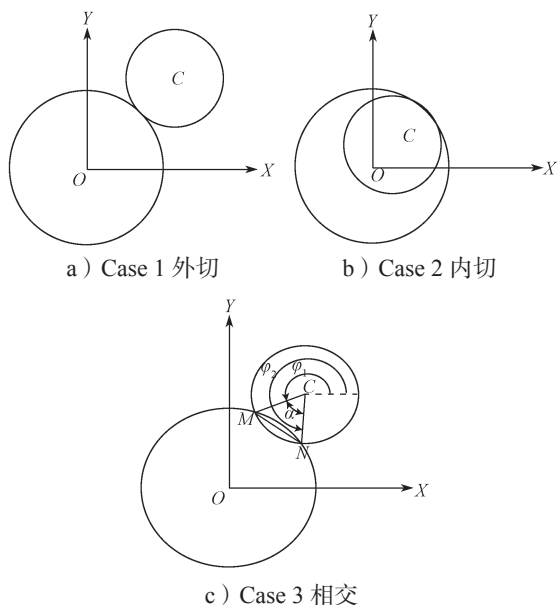


图 3 圆平面 O 与圆 C 的位置关系

Fig. 3 Position relationship between circular plane O and circle C

图 3c 中, 圆弧对应的圆心角 α 可由下式求得:

$$x^2 + y^2 = (L_1 + L_2)^2, \quad (1)$$

$$(x - p_x)^2 + (y - p_y)^2 = L_3^2, \quad (2)$$

式 (1) (2) 分别为圆 O 和圆 C 的方程, 在圆 C 上点的横坐标与纵坐标可以分别表示如下:

$$\begin{cases} x = L_3 \cos \varphi + p_x, \\ y = L_3 \sin \varphi + p_y. \end{cases} \quad (3)$$

将式 (3) 代入式 (1) 中, 得到

$$\sin(\varphi + u) = \frac{(L_1 + L_2)^2 - L_3^2 - p_x^2 - p_y^2}{2L_3 \sqrt{p_x^2 + p_y^2}}. \quad (4)$$

式 (4) 中: $u = \arctan 2(p_x, p_y)$,

$$\sin u = \frac{p_x}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}, \quad \cos u = \frac{p_y}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}.$$

令 $k = \varphi + u$, 则有

$$\varphi_{1,2} = \arctan 2(\sin k, \pm \sqrt{1 - \sin^2 k}) - u. \quad (5)$$

令由式 (5) 得到的 φ_1 和 φ_2 均在 $[0, 2\pi]$ 之间,

且 $\varphi_2 > \varphi_1$, 则有

$$\alpha = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (6)$$

在 Zone_1 中, 通过上述分析可以得知:

1) 当 $L=L_1+L_2+L_3$ 时, 关节角对应的点的逆运动学解为 $\{\theta_1 \in (-\pi, \pi), \theta_2 = 0, \theta_3 = 0\}$;

2) 当 $0 \leq L \leq L_1+L_2-L_3$ 时, 关节角对应的点在圆 C 上有无穷组逆运动学解;

3) 当 $L_1+L_2-L_3 < L < L_1+L_2+L_3$ 时, 关节角对应的点在圆心角为 α 的圆弧上有无穷组逆运动学解。

在 1)、2)、3) 中, 满足上述条件的关节角对应的点, 均存在无穷组逆运动学解。当对末端执行器的方位角进行规划时, 若给定方位角, 则逆运动学解也将唯一确定, 方位角公式^[9]为

$$\Theta_C = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3. \quad (7)$$

在 1) 中, 因为 $\theta_2 = \theta_3 = 0$, 故满足式 (7) 的 θ_1 唯一; 在 2) 中, 方位角的范围为 $[-\pi, \pi]$, 有无穷多种组合, 可以任意设定方位角; 在 3) 中, 方位角虽然也有无穷多种组合, 但是其取值范围有限。

在图 4 中, 对 3) 中方位角的取值范围进行分析。分别延长 MC 、 NC , 其延长线与过圆心 C 的水平虚线 PQ 之间的夹角分别为 δ_1 、 δ_2 , δ_1 、 δ_2 便是 3) 中方位角的临界值, 根据已经求得的 φ_1 和 φ_2 , 可以求出 δ_1 和 δ_2 :

$$\delta_i = \varphi_i - \pi, \quad i = 1, 2, \quad (8)$$

方位角的取值范围为

$$\Theta_C \in (\min\{\delta_i, i=1, 2\}, \max\{\delta_i, i=1, 2\}). \quad (9)$$

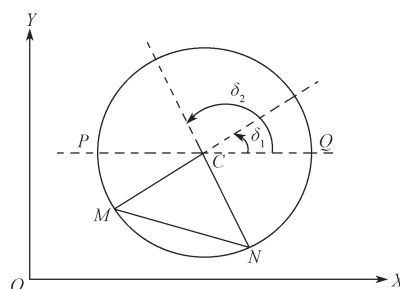


图 4 圆 C 中的方位角

Fig. 4 Azimuth in circle C

至此, 在 Zone_1 中全面分析了平面 3R 机械手的多解情况, 并确定了圆平面 O 与圆 C 相交时方位角的取值范围。

同理, 在 Zone_2 中也可以得出相同的结论。

2.2 正向运动学模型

采用标准 Diffie-Hellman 法^[10] 给图 1 所示平面 3R 机械手建立运动学模型, 并确定各参数, 所得结果见图 5 和表 1, 其中 $L_1=L_2=L_3=200\text{ mm}$ 。为分析计算方便, 将 θ_1 的变化范围设定为 $(0, \pi)$ 。

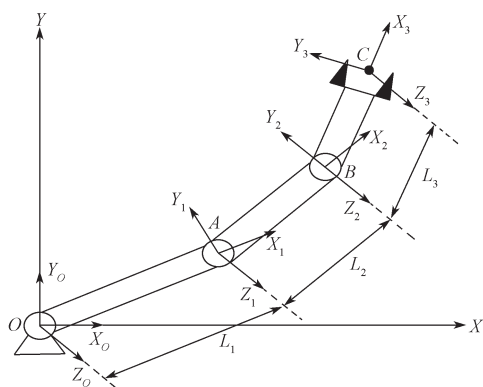


图 5 机械手 D-H 模型

Fig. 5 D-H parameters of manipulator

表 1 机械手 D-H 参数

Table 1 D-H parameters of manipulator

连杆 i	变量 θ_i/rad	a_i/rad	a_i/mm	d_i/mm	变量 θ_i 范围 /rad
1	θ_1	0	L_1	0	$(0, \pi)$
2	θ_2	0	L_2	0	$(-\pi, \pi)$
3	θ_3	0	L_3	0	$(-\pi, \pi)$

C 点的正向运动学方程可由下式确定:

$$\begin{cases} p_x = L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_1 \cos \theta_1 + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3), \\ p_y = L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_1 \sin \theta_1 + L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3). \end{cases} \quad (10)$$

3 BP 神经网络及其 Matlab 实现

3.1 BP 神经网络的结构

BP 神经网络具有多层结构, 分别是输入层、一层或多层隐含层、输出层。各层神经元之间是全连接的, 而层内无连接。隐含层各神经元节点采用 Sigmoid^[11] 作为激励函数。图 6 是一个 3 层的 BP 神经网络, 其中阈值未画出。

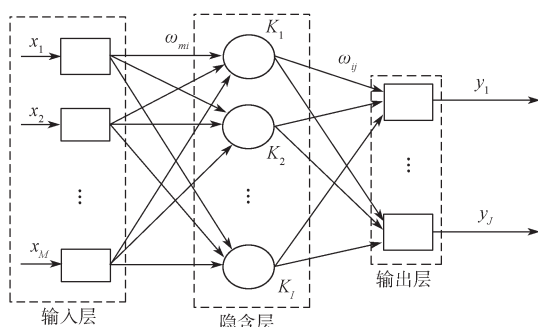


图 6 3 层 BP 神经网络结构示意图

Fig. 6 Sketch map of three-layer BP neural network

如图 6 所示的 3 层 BP 神经网络中, 输入层有

M 个神经元, 输入向量 $\mathbf{X}=[x_1, x_2, \dots, x_M]^T$; 隐含层有 I 个神经元; 输出层有 J 个神经元, 输出向量 $\mathbf{Y}=[y_1, y_2, \dots, y_J]^T$; ω_{mi} 是输入层与隐含层之间的权值, ω_{ij} 是隐含层与输出层之间的权值, 隐含层各神经元的阈值为 $a_i (i=1, 2, \dots, I)$, 输出层各神经元的阈值为 $b_j (j=1, 2, \dots, J)$ 。

根据图 6, 可以得到网络的输出:

$$y_j = \sum_{i=1}^I \omega_{ij} f \left(\sum_{m=1}^M \omega_{mi} x_m - a_i \right) - b_j, \quad j=1, 2, \dots, J. \quad (11)$$

式中 $f(*)$ 为隐含层的激励函数。

3.2 Matlab 神经网络工具箱

Matlab 是一款功能强大的数学软件, 该软件将数值分析、矩阵计算、可视化、动态系统建模仿真等功能集成在一个开发环境中, 为科研和工作提供了强大支持^[12]。

在 Matlab 中, 可以通过如下步骤训练 BP 神经网络^[12]。

1) 创建前向神经网络

创建前向神经网络命令如下:

$$\text{net}=\text{feedforwardnet}(\text{hiddenSizes}, \text{trainFcn}), \quad (12)$$

其中, hiddenSizes 表示隐含层的规模, 列数表示隐含层数, 每列的数值表示各隐含层的神经元个数; trainFcn 是训练权值的算法, 默认为“trainlm”, lm 是 levenberg-marquadt 算法的缩写。lm 算法将梯度下降法与高斯-牛顿法相结合, 既有高斯-牛顿法的局部收敛特性, 又有梯度下降法的全局收敛特性^[13], 具有收敛速度快、误差小的优点。

2) 设定参数

设定参数如下:

net.trainParam.epochs, 代表迭代最大次数;

net.trainParam.lr, 代表学习率;

net.trainParam.goal, 代表目标误差;

net.trainParam.max_fail, 代表训练最大的失败次数, 默认为 6;

net.divideParam.trainRatio, 代表训练样本占总样本的百分数, 默认为 70%;

net.divideParam.valRatio, 代表校验样本占总样本的百分数, 默认为 15%;

net.divideParam.testRatio, 代表测试样本占总样本的百分数, 默认为 15%。

3) 训练 BP 神经网络

训练 BP 神经网络的公式为

$$[\text{net}, \text{TR}]=\text{train}(\text{net}, \mathbf{P}_{\text{train}}, \mathbf{T}_{\text{train}}), \quad (13)$$

式中: $\mathbf{P}_{\text{train}}$ 为训练样本的输入矩阵; $\mathbf{T}_{\text{train}}$ 为训练样本的输出矩阵; TR 为记录训练的结果。

4) 预测数据

根据下式预测网络结果数据:

$$\mathbf{t} = \text{net}(\mathbf{P}_{\text{test}}) \quad (14)$$

式中: $\mathbf{t}$ 为网络预测结果; $\mathbf{P}_{\text{test}}$ 为需要预测的输入。

3.3 样本选取

根据前文结论将关节空间分为以下两个子空间:

$$\text{Zone}_1: \{\theta_1 \in (0, \pi), \theta_2 \in (0, \pi), \theta_3 \in (-\pi, \pi)\},$$

$$\text{Zone}_2: \{\theta_1 \in (0, \pi), \theta_2 \in (-\pi, 0), \theta_3 \in (-\pi, \pi)\}.$$

本文采用以下方式得到训练样本, 在 Zone_i ($i=1, 2$) 中, 先将 θ_j ($j=1, 2, 3$) 平均分成 M 、 I 、 J 份, 然后将 θ_j 进行组合, 如图 7 所示。

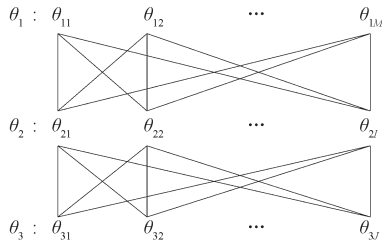


图 7 关节角组合方式

Fig. 7 Joint angle compound methods

Zone_1 、 Zone_2 中的关节角组合分别有 $M \times I \times J$ 组, 记为 $\mathbf{Q}_1$ 、 $\mathbf{Q}_2$, 然后将 $\mathbf{Q}_1$ 、 $\mathbf{Q}_2$ 分别代入式 (7) 和式 (10) 中, 即可以得到 BP 神经网络的训练样本输入,

$\mathbf{T}_i = [p_x, p_y, \theta_{c_i}]^T$, $i=1, 2$, $\mathbf{Q}_i$ 作为 BP 神经网络的训练样本输出。

3.4 样本归一化

神经网络在预测前通常会对数据样本进行归一化处理, 其目的是取消输入输出间的数量级差别, 从而减小预测误差。归一化的方法有最大最小法和平均数方差法, 本研究采用最大最小法:

$$x = (x_k - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}) \quad (15)$$

式中: x 表示归一化后的数; x_k 表示需归一化的数; $x_{\max}$ 、 $x_{\min}$ 分别表示序列中的最大值、最小值。

3.5 预测效果评定

用 θ_{pim} ($i=1, 2, 3$; $m=1, 2, \dots, N$) 表示预测得到的关节角, θ_{tim} ($i=1, 2, 3$; $m=1, 2, \dots, N$) 表示实际的关节角, 其中 i 是关节角序号, N 是测试样本序号。评价指标公式如下:

$$e_m = \theta_{tim} - \theta_{pim} \quad (16)$$

式中 e_m 为预测的关节角与实际关节角之间的误差。

4 仿真实例

4.1 神经网络训练及其测试结果

记用于 Zone_i ($i=1, 2$) 中样本训练的 BP 神经网络为 net_i , 令 $M=12$, $I=12$, $J=24$, 分别得到 3 456 组

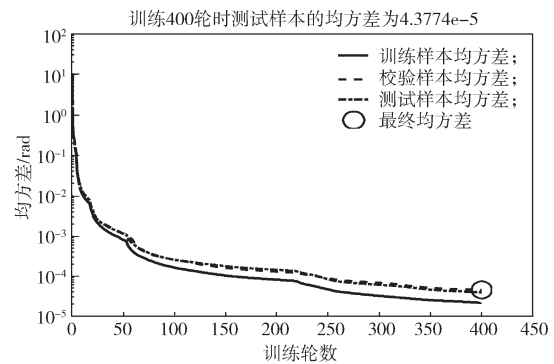
样本, 根据 3.2 节的步骤, 在 Matlab 中训练 BP 神经网络权值, 参数设置如下:

net_1 中, $\text{net.trainParam.epochs}=400$, $\text{hiddenSizes}=[26 \ 23]$, $\text{net.trainParam.goal}=10^{-6}$;

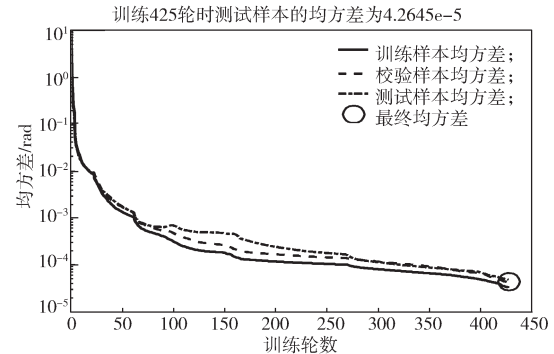
net_2 中, $\text{hiddenSizes}=[21 \ 18]$, $\text{net.trainParam.epochs}=425$, $\text{net.trainParam.goal}=10^{-6}$ 。

两个网络隐含层的激活函数设为 tansig 函数, 输出层的激活函数设为线性函数 purelin , 其余均设为默认值。

图 8 是 net_1 和 net_2 的训练结果及测试结果, 实线、虚线、中心线分别是训练样本的均方差、校验样本的均方差和测试样本的均方差。



a) net_1 的训练结果

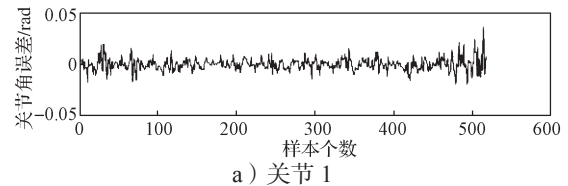


b) net_2 的训练结果

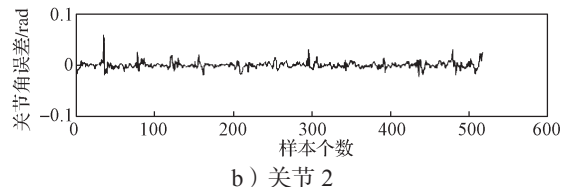
图 8 两个网络的训练结果

Fig. 8 Training results of two networks

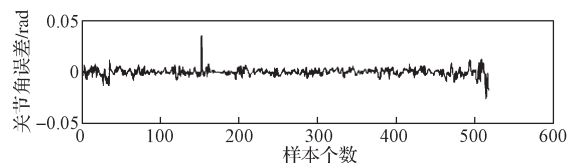
图 9 和 10 是两个网络测试样本中预测得到的关节角与实际关节角之间的误差, 由图可以看到, 两个网络的预测误差均在 $-0.1 \sim 0.1$ rad 之间。



a) 关节 1



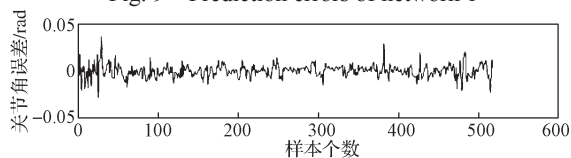
b) 关节 2



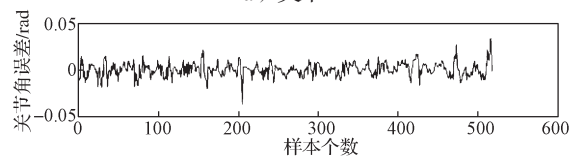
c) 关节 3

图 9 net₁ 网络预测各关节角误差

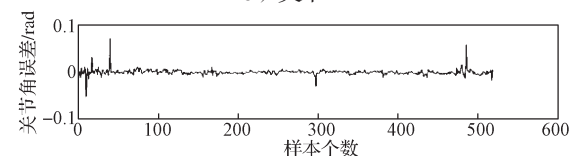
Fig. 9 Prediction errors of network 1



a) 关节 1



b) 关节 2



c) 关节 3

图 10 net₂ 网络预测各关节角误差

Fig. 10 Prediction errors of network 2

4.2 运动轨迹

图 11 是 Zone_i (i=1, 2) 对应的工作空间。

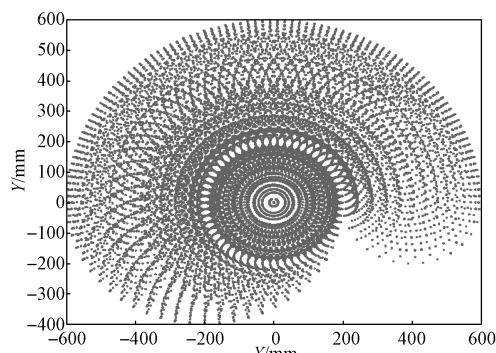
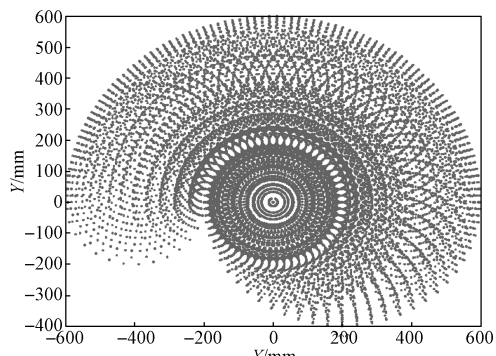
a) Zone₁b) Zone₂

图 11 两个子空间对应的工作空间

Fig. 11 Workspace corresponding to the two sub-spaces

为进一步验证用该方法训练好的两个 BP 神经网络, 可以求 3R 机械手的逆运动学多解, 在两个工作空间公共部分规划一段圆形轨迹, 其方程为

$$\begin{cases} p_x = 100 \cos \phi, \\ p_y = 100 \sin \phi + 400. \end{cases} \quad (17)$$

式中, $\phi \in [0, 2\pi]$, 因轨迹的圆心坐标是 (0, 400), 故令 ϕ 在 $0 \sim 2\pi$ 之间以 $\pi/21$ 为间隔取点, 在圆上共取 43 个点, 其中起始点与最后一个点重合。

根据前文中的结论, 在两个工作空间的位置增加一个方位角, 就可以在关节子空间中得到对应的唯一逆运动学解, 给所取的 43 个点分别加上以下方位角:

$$\Theta_d = \arctan 2(p_y, p_x), \quad (18)$$

式中方位角 Θ_d 表示末端执行器和坐标原点的连线与 X 轴间的夹角, 其满足式 (9) 的边界约束。

图 12 是两个网络分别预测得到的棍轨迹图, 图中 3 种不同线型的线段分别表示 3 根连杆在各组解时的位形, “*” 是预测得到的点位置。从图中可以看出, 两个网络预测得到的两段轨迹都很平滑, 基本在原轨迹附近。

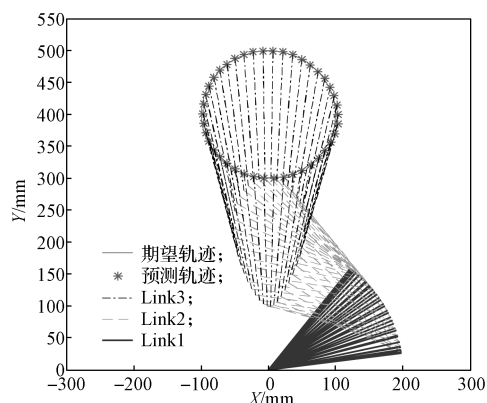
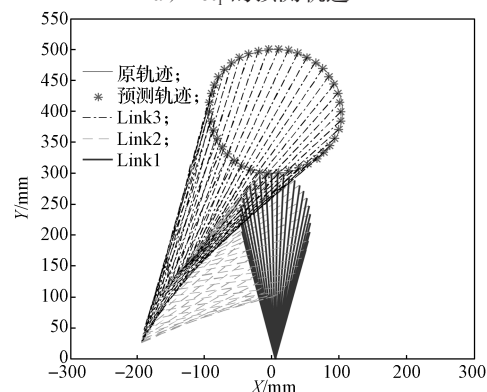
a) net₁ 的预测轨迹b) net₂ 的预测轨迹

图 12 两个网络预测得到的轨迹

Fig. 12 Trajectories predicted by two networks

5 结语

本文通过连杆分离 - 重新结合的方式进行几何

分析, 将 3R 机械手划分为两个子空间, 并将子空间中的逆运动学解问题转化为几何中圆与圆平面之间的位置关系: 当圆平面与圆相离时, 机械手无逆运动学解; 当圆平面与圆外切时, 机械手存在唯一逆运动学解; 当圆平面与圆相交或内切时, 机械手存在无穷组逆运动学解。两个子空间分别用一个含 2 层隐含层的 BP 神经网络进行训练, 并在每个 BP 神经网络中添加方位角作为样本输入的特征参数, 消除了各子空间中存在无穷组逆运动学解时的映射错误。最终用训练好的两个 BP 神经网络分别预测同一段规划好的圆形轨迹, 都得到了平滑的预测轨迹。另外, 使用 LM 学习算法的 BP 神经网络具有收敛速度快、误差小等优点。

参考文献:

- [1] 韩兴国, 殷 鸣, 刘晓刚, 等. 6R 机器人逆运动学求解与运动轨迹仿真 [J]. 四川大学学报 (工程科学版), 2015, 47(6): 185-190.
HAN Xingguo, YIN Ming, LIU Xiaogang, et al. Solution of Inverse Kinematics and Movement Trajectory Simulation for 6R Robot[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2015, 47(6): 185-190.
- [2] 徐 扣. 六自由度机械臂的逆运动学求解与轨迹规划研究 [D]. 广州: 广东工业大学, 2016.
XU Kou. Inverse Kinematics Solution and Trajectory Planning of 6-DOF Manipulator[D]. Guangzhou: Guangdong University of Technology, 2016.
- [3] VASILYEV I A, LYASHIN A M. Analytical Solution to Inverse Kinematic Problem for 6-DOF Robot-Manipulator[J]. Automation and Remote Control, 2010, 71(10): 2195-2199.
- [4] LOH B G, ROSEN J. Kinematic Analysis of 7 Degrees of Freedom Upper-Limb Exoskeleton Robot with Tilted Shoulder Abduction[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2013, 14(1): 69-76.
- [5] ANGELES J. Fundamentals of Robotic Mechanical Systems[M]. New York: Springer-Verlag, 2002: 132-135.
- [6] AL-FAIZ M Z. Inverse Kinematics Solution for Robot Manipulator Based on Neural Network[J]. MASAUM Journal of Basic and Applied Sciences, 2009, 1(2): 147-154.
- [7] 张培艳, 吕恬生, 宋立博. 基于径向基函数网络的 MOTOMN 机械手运动学逆解 [J]. 机械科学与技术, 2004, 23(5): 523-525.
ZHANG Peiyan, LÜ Tiansheng, SONG Libo. A RBF-Network-Based Method for Solving Inverse Kinematics of MOTOMAN Manipulator[J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(5): 523-525.
- [8] DAYA B, KHAWANDI S, AKOUM M. Applying Neural Network Architecture for Inverse Kinematics Problem in Robotics[J]. Journal of Software Engineering and Applications, 2010, 3(3): 230-239.
- [9] DUKA A V. Neural Network Based Inverse Kinematics Solution for Trajectory Tracking of a Robotic Arm[J]. Procedia Technology, 2014, 12: 20-27.
- [10] 郭志强, 崔天时, 吕信超, 等. 六自由度机械臂逆运动学求解 [J]. 农机化研究, 2016, 38(12): 51-55.
GUO Zhiqiang, CUI Tianshi, LÜ Xinchao, et al. The Solution to Inverse Kinematics About Six Degrees of Freedom Mechanical Arm[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2016, 38(12): 51-55.
- [11] 张 尧. 激活函数导向的 RNN 算法优化 [D]. 杭州: 浙江大学, 2017.
ZHANG Yao. Activation Function Awareness of RNN Algorithm Optimization[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017.
- [12] 陈 明. MATLAB 神经网络原理与实例精解 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2013: 10-173.
CHEN Ming. Theory and Example of Neural Network on MATLAB[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 10-173.
- [13] 张 峤, 邓贵仕. Levenberg-Marquardt 神经网络在煤矿作业人员人因可靠性评价中应用研究 [J]. 大连理工大学学报, 2015, 55(4): 424-430.
ZHANG Qiao, DENG Guishi. Investigation on Application of Levenberg-Marquadt Neural Networks to Human Reliability Evaluation of Coalmine Workers[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2015, 55(4): 424-430.

(责任编辑: 廖友媛)