doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2020.01.006

# 筏板基础刚度取值对其承载性状影响的数值分析

#### 杨庆光,柳 雄,梁凌川,邓方根

(湖南工业大学 土木工程学院,湖南 株洲 412007)

摘 要:为了分析刚度大小对筏板基础承载性状的影响,采用 FLAC3D 有限差分软件建立了筏板基础、 地基土相互作用的计算模型。在保持模型其他参数不变的前提下,通过改变筏板基础的刚度,进行了 8 种数 值模拟计算,得到了筏板基础最大竖向应力、最大沉降量、沉降差等的变化规律;分析了上部结构群柱效应 对筏板基础最大竖向应力及最大沉降量的影响。计算结果表明:当筏板基础的沉降量偏大,且不满足规范要 求时,通过提高筏板基础刚度的方法以降低基础沉降量存在一个刚度上限值。当筏板基础刚度达到这个上限 值时,增加基础刚度对于降低沉降量的效果不再明显。此外,如果筏板基础的不均匀沉降过大,通过增大基 础刚度的方法会取得理想的效果。降低基础沉降的刚度上限值与调整不均匀沉降的刚度取值并不相等,两者 之间存在一个最佳刚度取值,在工程设计时需要综合考虑其变形和经济效益。考虑群柱效应对筏板基础最大 竖向应力的影响是很小的,但不考虑群柱效应的影响,将会高估筏板基础的最大沉降量。

关键词: 筏板基础; FLAC3D; 刚度; 数值分析; 承载性状

中图分类号: TU470 文献标志码: A 文章编号: 1673-9833(2020)01-0032-08 引文格式: 杨庆光, 柳 雄, 梁凌川, 等. 筏板基础刚度取值对其承载性状影响的数值分析 [J]. 湖南工 业大学学报, 2019, 34(1): 32-39.

# A Numerical Analysis of the Influence of Raft Foundation Stiffness Value on Its Bearing Behavior

YANG Qingguang, LIU Xiong, LIANG Lingchuan, DENG Fanggen (College of Civil Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** In order to analyze the influence of stiffness on the behavior of raft foundation, an analysis model of interaction between raft foundation and foundation soil has thus been established by using FLAC3D finite difference software. With the other parameters of the model a constant value, eight kinds of numerical simulation calculation are to be carried out by changing the rigidity of raft foundation, thus obtaining the variation rules of the maximum vertical stress, the maximum settlement and the settlement difference of raft foundation, followed by an analysis of the influence of the column group effect of superstructure on the maximum vertical stress and the maximum settlement of raft foundation. The calculation results show that when the settlement of raft foundation is too large and fails to meet the requirements of the code, there is an upper limit value of the rigidity reaches the upper limit, the effect is not obvious, however, of increasing the foundation rigidity on reducing the settlement. Moreover, if the uneven settlement of raft foundation tends to be too large, the method of increasing the foundation stiffness will achieve ideal results. The

**作者简介**:杨庆光(1979-),男,江西黎川人,湖南工业大学副教授,主要从事岩土工程理论与设计方面的教学与研究, E-mail: yqg1210@hut.edu.cn

收稿日期: 2019-05-20

基金项目:湖南省研究生科研创新基金资助项目(CX20190856),湖南省大学生创新基金资助项目(2018652)

upper limit value of the rigidity to reduce the foundation settlement is not equal to the value of the rigidity to adjust the uneven settlement, with an optimal rigidity value between the two. Therefore, the deformation and economic benefits should be taken into a comprehensive consideration in the engineering design. In view of the insignificant effect of group column on the maximum vertical stress of raft foundation, and without considering the effect of group column, the maximum settlement of raft foundation will be overestimated.

Keywords: raft foundation; FLAC3D; stiffness; numerical analysis; bearing behavior

# 1 研究背景

随着我国经济的持续、快速发展,城市建设和相 应的基础设施建设取得了快速发展。在多高层建筑物 施工过程中,并不是所有的地基承载力都符合要求, 所以如何减小对地基土的附加压力就显得格外重要, 筏板基础就是这种情况下的产物。

筏板基础不仅能满足地基土的承载力要求,而且 可以依靠基础的连续性和双向抗弯性能来加强建筑 物的抗弯刚度,对地基的不均匀沉降具有很好的调整 能力。而且它施工简单,工期相对较短,具有良好的 经济性及实用性。

许多学者通过数值模拟、实际工程等方式对筏板 基础进行了相关研究[1-6]。如孙衍法等[7]通过有限元 模型,对已有各种简化模型进行了分析比较,得出各 种简化模型的优缺点,并且通过比较筏板基础厚度、 地基土的刚度等因素对筏板受力机理的影响,得到筏 板基础优化设计的依据。吴春萍等<sup>[8]</sup>通过有限元数 值模拟,研究了筏板基础边缘外伸长度对平板式筏 板基础沉降问题的影响程度,得知外伸长度对基础 沉降具有一定的影响,但是外伸长度过大或者过小 对沉降均不利。孙秀竹等<sup>[9]</sup>利用 ANSYS 软件建立了 地基与基础的整体模型,两者之间通过接触面连接, 并且分析了筏板基础刚度对基底反力和上部结构内 力的影响,所得结果表明,对于减小基础沉降和减小 在上部结构中产生的次应力, 筏板基础存在一个合理 的厚度。宫剑飞等<sup>[10]</sup>通过对实际工程的沉降观测, 认为大面积筏板基础的沉降有别于传统的高层建筑 物以下的基础沉降,其认为筏板基础在考虑是局部弯 曲还是整体弯曲时,可以用抗裂度进行衡量。

还有学者通过对桩筏基础中的筏板基础进行研究,如王杰等<sup>[11]</sup>通过有限元法建立了桩筏、地基土、 上部结构的共同作用分析模型,研究了筏板厚度对桩 顶反力、最大挠度、筏板内力的影响,得知设计中存 在一个最佳筏板厚度值。陈云敏等<sup>[12]</sup>提出一种新的 桩筏基础相对刚度的表达式,并从桩反力的角度出 发,得到了合理板厚的表达式。

目前,有关筏板基础的数值模拟试验研究中,有 的研究只考虑将筏板基础看做一块板进行受荷载分 析,而没有考虑地基与基础之间的相互作用;有的研 究只是通过建立筏板基础与土体的接触面,却并没有 考虑四周土体对筏板基础的包裹作用;还有的研究仅 通过建立统一的桩筏基础模型来分析筏板基础的受 力特性。但是在实际工程中,筏板基础单独受荷(即 底部没有桩)的情况也是存在的。而在筏板基础的 相关研究中,刚度对筏板基础的影响分析相对较少, 有的也只是单纯考虑筏板基础刚度在不同取值情况 下的承载性状变化,并没有把土体与筏板基础相互作 用这一必然因素考虑进去。

基于已有研究,本文拟利用 FLAC3D 有限差分 软件能够考虑土体与基础的相互作用的特点,分析不 同刚度的筏板基础在土体中承载性状的差异性,以期 为类似工程提供一定的理论参考。

### 2 数值模拟

#### 2.1 模型建立

由于本文主要针对基础刚度对筏板基础承载性 状的影响展开相关研究,故忽略上部结构刚度的影 响,直接利用 FLAC3D 软件建立地基与土体相互作 用的数值模型。为了使建立的模型能够简单真实地反 映地基与筏板基础相互作用的影响,在地基与土体之 间建立接触面,筏板基础相对于周围土体材料而言是 刚性的,采用"硬"接触描述两者之间的真实接触面, 接触面相关参数见表 1。

表1 接触面参数

Table 1	Parameters of the contact s	surface
---------	-----------------------------	---------

法向刚度 K <sub>n</sub> /	切向刚度 K <sub>s</sub> /	内聚力 c /	摩擦角 <b>¢</b> /
(N·m <sup>-1</sup> )	(N·m <sup>-1</sup> )	Pa	(°)
$5 \times 10^7$	$5 \times 10^7$	$12 \times 10^{3}$	25

初步选取筏板厚度为0.8 m, 埋深为1.5 m, 筏

板的基础模型尺寸如图 1 所示。模型分为两层土体, 便于直观地反应筏板基础的变形情况。为了消除基础 沉降对周围土体的影响,结合前人的研究<sup>[9]</sup>,土体深 度取筏板底部以下 50 m,水平方向自筏板边缘外取 32 m,其计算模型如图 2 所示。







Fig. 2 Calculation model

#### 2.2 本构模型与边界条件

筏板基础宜采用各向同性弹性本构模型, 筏板基础长 19.2 m、宽 13.2 m, 密度为 2 500 kg/m<sup>3</sup>, 泊松比取 0.23, 荷载间距为 6 m, 荷载距筏板边缘 0.6 m, 初步取筏板基础弹性模量为 8 GPa, 土体采用典型的摩尔 - 库伦弹塑性本构模型, 土层分布及相关物理参数如表 2 所示。本模型的边界条件如下: 固定模型底部各个方向的位移,四周约束水平位移,顶面为自由边界,不进行固定; 应力边界条件为只考虑筏板基础和土体在 Z 方向的自重应力, 忽略水压力以及其它外加荷载的影响。

表 2 土层物理参数

Table 2 Physical parameters of soil layers

土层 名称	埋深 h/ m	摩擦角 <b>φ</b> (°)	/ 内聚力 c/ Pa	密度 p/ (kg·m <sup>-3</sup> )	泊松比	土体模量 E/ MPa
黏土 1	-31.5	15	10	2 000	0.30	7.8
黏土 2	-51.5	20	20	2 200	0.32	8.0

#### 2.3 加载

首先,需要对计算模型进行自重应力平衡处理, 然后对筏板基础施加外荷载。筏板基础上所受集中荷 载的大小如图1所示。考虑到基础受荷载作用的面积 为0.6m×0.6m,数值计算时柱轴力以均布荷载的形 式施加到柱子所在的范围。

# 3 数值模型验证与分析

将 FLAC3D 数值模拟筏板基础的三维变形云图 放大 200 倍后,如图 3 所示。



图 3 筏板基础三维变形图 Fig. 3 Three-dimensional deformation diagram of raft foundation

由图 3 可以看出, 筏板基础沉降的最大值发生在 基础的中间部位, 此次数值计算所得的结果与中国科 学建筑研究院所做的试验得出的沉降等值线图形状 基本一致<sup>[10]</sup>, 说明本文所建立的数值模型是合理的。

对筏板基础 B 轴进行位移沉降监测,得到的沉降位移曲线如图 4 所示。



由图 4 可以看出,沉降曲线呈抛物线,由曲线可知,基础最大沉降量出现在 B 轴中点附近,与文献 [4] 所得的结果基本一致。

# 4 数值分析结果

#### 4.1 基础刚度的影响

数值模拟中,通过改变筏板基础刚度的取值,对

基础的承载性状进行系统研究,各试验相应的刚度取 值如表 3 所示。

 表3 筏板基础刚度取值

 Table 3
 Stiffness values of raft foundation

 试验序号
 模量 E/GPa
 刚度 EI/(10° N·m²)

а	0.08	622.85
b	0.30	2 335.70
с	1.00	7 785.67
d	5.00	38 928.38
e	8.00	62 285.40
f	10.00	77 850.68
g	15.00	116 785.52
h	20.00	155 713.54

4.1.1 基础刚度对筏板基础内力的影响

图 5 所示为筏板最大竖向应力随基础刚度的变化 曲线。



Fig. 5 Maximum vertical stress variation curve

由图 5 所示最大竖向应力变化曲线可以得知, 当筏板刚度 EI 为 622.85×10°~7 785.67×10° N·m<sup>2</sup> 时,筏板的最大竖向应力的增速特别快;当刚度 EI 为 7 785.67×10°~38 928.38×10° N·m<sup>2</sup>时,筏板的最大 竖向应力增速逐渐变缓;当刚度 EI 为 38 928.38×10°~ 155 713.54×10° N·m<sup>2</sup>时,筏板基础的最大竖向应力 基本不变,趋于一个定值。或者说,在综合考虑筏板 基础自身的因素下,考虑其经济效益,基础的最佳刚 度为 77 850.68×10° N·m<sup>2</sup>左右。如果此时进一步增 加基础刚度,其对应力分配的调整效果已不再明显。

图 6 是荷载作用在不同刚度的筏板基础下的相应 应力云图。



a) 试验 a



b)试验b



c) 试验 c



d) 试验 d



e)试验e



f) 试验 f



g)试验g



h) 试验 h 图 6 筏板基础应力云图 Fig. 6 Stress nephogram of raft foundation

由图 6 可以得知, 筏板基础的最大的竖向应力发 在中间桩的位置处 而 4 个角上受到的竖向应力值

生在中间桩的位置处,而4个角上受到的竖向应力值 相对最小。

4.1.2 刚度对筏板基础最大沉降量的影响

图 7 所示是荷载作用在不同刚度的筏板基础下产 生的相应沉降云图。







b) 试验 b





e) 试验 e



f) 试验 f



g) 试验 g



图 7 筏板基础沉降云图 Fig. 7 Nephogram of raft foundation settlement

对位移云图进行分析,由图 7 中的 a、b 图可知, 此时刚度相对较小,筏板基础产生较为严重的局部变 形,调整不均匀沉降的能力很弱,局部的基础不能把 荷载有效地分配给筏板基础的其他部分,导致其产生 了局部的沉降异常。随着刚度的增加,最大沉降量越 来越小,且沉降云图变化越来越规则。由图 a 筏板基 础的中点附近出现局部沉降反常,基础的翘曲程度极 为严重,再到图 g 中的最大沉降值范围变化越来越大, 其范围逐渐往四周扩散,沉降云图中不再出现如图 a 的奇异区域,说明筏板基础的整体沉降越来越均匀, 表明随着筏板基础刚度的增加,其抗弯能力随之增 加,其整体的弯曲程度变得越来越缓和,这对消除基 础不均匀沉降是有利的。

由图 7 可以推断, 筏板基础的最大沉降出现在基础中心附近。将基础的最大沉降值与刚度关系绘成曲线, 如图 8 所示。





由图 8 可知,当刚度 *EI*小于 7 785.67×10<sup>9</sup> N·m<sup>2</sup> 时,筏板基础的最大沉降值随着刚度的增加而增大, 但是从曲线的大致走向来看,特别是当刚度值大小为 7 785.67×10<sup>9</sup>~77 850.68×10<sup>9</sup> N·m<sup>2</sup> 时,筏板基础的 最大沉降值随着刚度增大而急剧减小,甚至远小于刚 度等于 7 785.67×10<sup>9</sup> N·m<sup>2</sup> 时的值,由 0.216 61 m 减 少到 0.119 586 m,约减小了 44.7%;当刚度值再持 续增加至 155 713.54×10<sup>9</sup> N·m<sup>2</sup> 时,其减小的幅度接 近 1%,最大沉降值趋于一个定值。

4.1.3 刚度对基础沉降以及沉降差的影响

图 9 所示为基础沉降差随基础刚度的变化曲线,由图可以得知,筏板基础的沉降差随着刚度 EI 的增大而逐渐减小。当刚度值为 622.85×10<sup>9</sup> N·m<sup>2</sup>~38 928.38×10<sup>9</sup> N·m<sup>2</sup>时,沉降差减小了 66.7%,刚度 增加到 155 713.54×10<sup>9</sup> N·m<sup>2</sup>时,沉降差较开始时减 小了 85.6%,整块筏板基础的沉降差仅为 0.061 6 m。这一结果说明,刚度 EI 值越大,筏板基础的沉降越 均匀,其翘曲的程度不再明显。



图 9 筏板基础沉降差随基础刚度的变化曲线 Fig. 9 Curve of settlement difference of raft foundation with foundation stiffness

4.1.4 理论计算与试验结果对比

筏板基础刚度对沉降的影响实际上是层状弹性 地基上筏板基础的沉降计算问题。利用层状弹性半 空间体系的相关理论对筏板基础发生最大沉降的位 置进行变形理论计算<sup>[13]</sup>,并与试验得到的结果进行 比对,因在试验中刚度值较小时,筏板基础发生了 严重的局部变形,为防止不满足小挠度问题的假设, 故只取 *E* 值为 8, 10, 15, 20 GPa 时的变形值与计算值 进行对比,对比结果如表 4 所示。

表 4 试验与理论计算对比

m

 
 Table 4
 Comparison between experiment and theoretical calculation

		E	/GPa	
项目	8	10	15	20
计算值	0.109 3	0.114 2	0.183 1	0.108 9
试验值	0.125 0	0.119 6	0.123 8	0.121 0

由表 4 可以得知,当 E 值为 8 GPa 和 10 GPa 时, 两者的计算误差分别约为 12% 和 4%,但是当 E 值 为 15 GPa 时,误差达到了 48% 左右,考虑层状弹性 地基得到的筏板基础沉降值与本次试验得到的沉降 值相差较大,故在筏板基础设计时,不考虑地基的 分层计算基础沉降是不可取的。但随着刚度的变化, 最大沉降值的变化趋势基本上是一致的。

#### 4.2 群柱效应的影响

柱荷载传递到筏板基础上的力简化成独立模式 与考虑上部结构影响的群柱效应存在一定的区别。建 立考虑群柱效应的数值模型,如图 10 所示,将其试 验结果与本文不考虑群柱效应得到的试验结果进行 对比分析。



图 10 考虑群柱效应的模型示意图 Fig. 10 Schematic diagram of the model with group column effect considered

为保证两种情况下筏板基础所受荷载相同,在对 群柱施加荷载时要考虑柱体自重,即施加在柱体上的 荷载要减去柱体的自重。

4.2.1 群柱效应对筏板基础最大竖向应力的影响

图 11 是考虑群柱效应和无群柱效应时筏板基础 的最大竖向应力值变化曲线对比图。







由图 11 可知,从应力变化趋势上分析,无论是 否考虑群柱效应,筏板基础的最大竖向应力值在筏 板基础刚度值达到 38 928.38×10° N·m<sup>2</sup>后基本保持 不变。群柱效应的存在对最大竖向应力值有一定的 影响。在刚度较小时,群柱效应对最大竖向应力值 的影响不明显,两种情况下的最大竖向应力曲线几 乎是重合的。当刚度值超过 7 785.67×10° N·m<sup>2</sup>时, 考虑群柱效应的筏板基础的最大竖向应力值小于无 群柱效应时的应力值,两者最大时相差了 0.03%。群 柱效应对于筏板基础的最大竖向应力有一定的影响, 但这种影响只有刚度达到一定值后才会显现出来,并 且这种影响很小。

4.2.2 群柱效应对筏板基础最大沉降量的影响 图 12 是考虑群柱效应和无群柱效应时筏板基础 的最大沉降值变化曲线对比图。





由图 12 可以得知,在两种情形下,筏板基础最 大沉降值的变化趋势几乎是相同的。但是考虑了上部 结构群柱效应影响的筏板基础的最大沉降值明显低 于将柱荷载简化为独立模式作用于筏板基础情形下 的最大沉降值,两者的差值最大时约相差了 31%。 可见,考虑群柱效应影响时,筏板基础的最大沉降值 将会减小;而不考虑群柱效应的影响将会高估筏板基 础的沉降量。

## 5 结论

通过数值计算的方法,分析了筏板基础刚度的变 化对最大竖向应力、最大沉降值、沉降差等的影响规 律,可得出如下结论:

 1)增大筏板基础的刚度的确可以有效减小筏板 基础的最大沉降量和沉降差,特别是对于减小沉降差 而言,刚度越大越有利。

2)实际工程中刚度并不能无限增大,设计时应 该综合考虑其变形、受力,以及经济合理性,因为当 筏板基础的刚度达到一定值后,对减小其最大沉降量 已无多大作用。

3) 在本次试验中,最佳的刚度值为 10 GPa。这 样既可保证筏板基础相对均匀沉降,又能达到规范要 求的最大沉降值,还可让其最大应力处于一个稳定的 状态而不至于存在过大的应力突变,避免对结构物的 不利影响。

4)柱荷载传递到筏板基础上的力简化成独立模式与考虑上部结构影响的群柱效应存在一定的区别。 在本次试验中,群柱效应的存在对筏板基础最大竖向 应力的影响是很小的,但对筏板基础最大沉降值的影响非常明显;如不考虑群柱效应的影响,将会高估筏 板基础的最大沉降量。

#### 参考文献:

- 刘朋辉.关于整体大面积筏板基础设计的若干讨论 [J]. 建筑结构, 2018, 48(1): 88-92.
   LIU Penghui. Discussions on Design of Integral Large-Area Raft Foundation[J]. Building Structure, 2018, 48(1): 88-92.
- [2] 王曙光. 整体大面积筏形基础试验与设计研究 [J]. 施 工技术, 2018, 47(6): 128-132, 141.
  WANG Shuguang. Experimental Study and Design of Large-Area Raft Foundation[J]. Construction Technology, 2018, 47(6): 128-132, 141.
- [3] 李 婉,木林隆,连柯楠.考虑基础刚度影响的风机 梁板式桩筏基础模型试验研究 [J]. 岩土力学,2014, 35(10): 2875-2880.
  LI Wan, MU Linlong, LIAN Kenan. Model Test on Piled Beam-Slab Raft Foundation for Wind Turbines

Considering Raft Rigidity[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(10): 2875–2880.

- [4] 肖俊华,曾朝杰.考虑筏板刚度的桩筏基础沉降计算研究 [J].四川建筑科学研究,2013,39(2):177-181.
  XIAO Junhua, ZENG Chaojie. Study of Settlement of Filed Raft Foundation Considering Raft Stiffness[J]. Sichuan Building Science, 2013, 39(2):177-181.
- [5] 张 静. 筏形基础协调变形的内力及地基变形的研究
  [D]. 济南: 济南大学, 2011.
  ZHANG Jing. Research on the Raft Foundation Internal Force and Groundsill Deformation with Coordination Deformation[D]. Jinan: University of Jinan, 2011.
- [6] 刘 俊,赵 洋,滕 军.上部结构-筏基-地基共同作用下结构构件内力分析[J].建筑结构,2009,39(增刊2):447-450.
  LIU Jun, ZHAO Yang, TENG Jun. Sructural Components Inner Analysis on Interaction of Up-Structure, Raft Foundation and Soil[J]. Building Structure, 2009, 39(S2): 447-450.
- [7] 孙衍法,毕 成,刘轶群,等.多高层建筑筏板基础的有限元分析[J].工业建筑,2010,40(增刊1): 709-711.

SUN Yanfa, BI Cheng, LIU Yiqun, et al. Finite Element Analysis of Raft Foundations for Multistory and

Highrise Buildings[J]. Industrial Construction, 2010, 40(S1): 709–711.

[8] 吴春萍,冯楠楠.板厚和外伸长度对平板式筏基沉降的影响分析 [J].安徽建筑大学学报,2016,24(4): 35-39.

WU Chunping, FENG Nannan. Analysis of the Influence of the Thickness and Overhanging Length on the Settlement of Plate-Type Raft Foundation[J]. Journal of Anhui Jianzhu University, 2016, 24(4): 35–39.

- [9] 孙秀竹,崔文琪,吴 辽. 筏板刚度对共同作用体系 的影响分析 [J]. 低温建筑技术, 2012, 34(11): 63-65.
   SUN Xiuzhu, CUI Wenqi, WU Liao. Analysis of Influence of Raft Stiffness on Tall Building Interaction System[J]. Low Temperature Architecture Technology, 2012, 34(11): 63-65.
- [10] 宫剑飞,侯光瑜,周圣斌,等.整体大面积筏板基础 沉降特点及筏板弯矩计算 [J]. 岩土工程学报, 2014, 36(9): 1632-1633.
  GONG Jianfei, HOU Guangyu, ZHOU Shengbin, et al. Settlement Charateristics and of Calculation of Bending Moment for Large-Area Thick Raft Foundation Under Tall Buildings[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(9): 1632-1633.
- [11] 王 杰,孙 峰,杨 洪,等. 桩筏基础筏板的厚度 研究 [J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2009, 25(6): 1111-1114.
  WANG Jie, SUN Feng, YANG Hong, et al. Study on Determination of Raft Thickness of Pile Raft Foundation[J]. Journal of Shengyang Jianzhu University (Natural Science), 2009, 25(6): 1111-1114.
- [12] 陈云敏,陈仁朋,黄海丹. 桩筏基础相对刚度及合理 板厚的确定 [J]. 工业建筑, 2005, 35(5): 1-4, 23.
  CHEN Yunmin, CHEN Renpeng, HUANG Haidan.
  Definition of Relative Rigidity and Proper Raft Thickness of Pile-Raft Foundation[J]. Industrial Construction, 2005, 35(5): 1-4, 23.
- [13] 朱照宏,王秉纲,郭大智.路面力学计算 [M].北京: 人民交通出版社,1985:50-121.
  ZHU Zhaohong, WANG Binggang, GUO Dazhi. Mechanics Calculation of Pavement[M]. Beijing: China Communications Press, 1985: 50-121.

(责任编辑:廖友媛)