

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2020.05.005

一种基于旋量理论的机器人关节结构 误差对其精度影响的分析方法

杨加超, 李光, 章晓峰, 马祺杰, 肖帆

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘要: 为提高工业机器人的定位精度, 应用旋量理论, 提出了一种分析关节误差源对机器人精度影响的分析方法。该方法通过分析机器臂关节两轴线在不同几何误差作用下的空间位置关系, 将关节误差表示成旋量的形式, 结合 POE 公式, 给出了包含关节误差的机器人正向运动学显式表达式, 并以一个三关节机械臂为例, 用 Adams 仿真验证了该方法的正确性。

关键词: 工业机器人; 精度分析; 旋量; POE 公式

中图分类号: TP242.2

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2020)05-0026-07

引文格式: 杨加超, 李光, 章晓峰, 等. 一种基于旋量理论的机器人关节结构误差对其精度影响的分析方法 [J]. 湖南工业大学学报, 2020, 34(5): 26-32.

An Analysis Method Based on Screw Theory of the Influence of Joint Structure Error on the Precision of Robots

YANG Jiachao, LI Guang, ZHANG Xiaofeng, MA Qijie, XIAO Fan

(College of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In view of an improvement of the positioning accuracy of industrial robots, an analysis method has been proposed of analyzing the influence of specific error source on the precision of robots by adopting screw theory. Based on the analysis of the position space relationship between two axes of robot joints under different geometric errors, the joint error can be expressed in the form of screw. Thus with POE formula combined, an explicit expression can be given of robot forward kinematics including the joint error.

Keywords: industrial robot; accuracy analysis; screw; POE formula

1 研究背景

工业机器人的精度一直是评价工业机器人工作要求的重要指标。机器人零部件加工阶段造成的尺寸

和几何误差及装配过程中关节产生的间隙会对末端执行器位姿造成很大影响^[1]。

分析机器人误差的方法有很多, 如齐俊德等^[2]对柔度误差的影响进行了解耦, 并考虑了机器人基坐

收稿日期: 2019-08-05

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目(2018JJ4079), 湖南工业大学研究生创新基金资助项目(CX1908)

作者简介: 杨加超(1995-), 男, 湖北孝感人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为机器人视觉控制,

E-mail: 956877307@qq.com

通信作者: 李光(1963-), 男, 湖北武汉人, 湖南工业大学教授, 硕士生导师, 主要从事复杂机电一体化建模和控制方面的教学与研究, E-mail: liguanguw@126.com

标系与测量坐标系的转换误差, 提出基于相对位置的几何参数误差模型, 该方法可有效提高机器人的绝对定位精度。张绍春等^[3]提出一种利用 Jacobi 矩阵将末端运动轨迹在 Descartes 坐标下的误差转换为关节角修正量的算法, 有效降低了运动路径误差。刘华春等^[4]利用基于关节刚度模型的位置补偿提高了重载机器人的末端轨迹定位精度。温秀兰等^[5]在 M-DH 模型的基础上, 提出基于拟随机序列产生初始位置的改进乌鸦搜索算法用于标定机器人几何参数, 使得机器人精度大幅提升。随着机器人技术的发展, 越来越多的现代方法^[6-8]被应用到机器人的分析当中, 旋量理论便是其中一个重要的。

为避免 Denavit-Hartenberg 模型(简称 DH 模型)的奇异性, K. Okamura 等^[9]将 Exponential of Product 公式(简称 POE 公式)应用到串联机器人的标定中, 并建立了一般性的几何误差模型。谭月胜等^[10]利用旋量理论建立了一模块化机械臂末端执行器运动误差数学模型。但是该模型只是将关节的误差影响设为 6 个结构参数的旋量, 为隐式表达, 并不能直接反映关节具体误差源的影响。黄勇刚等^[11]将机器人关节轴线的位姿误差等效为假想广义运动副螺旋运动的结果, 从而建立了误差模型, 给出了其大小及方向的计算公式, 但是在误差旋量建立时对理论关节轴线与实际关节轴线的位置关系只归结为相交、平行、交错 3 种情况, 存在一定不足。Fu G. Q. 等^[12]提出了一种基于指数积公式的多轴机床的几何误差模型, 该模型用 3 个旋量来表示每个轴的 6 个基础误差, 满足精度要求, 具有明确的几何意义。Qu S. W. 等^[13]利用有限位移旋量对串联机器人关节间隙对机器人精度的影响进行了分析。

本文基于旋量理论, 提出了一种机器人关节结构误差对其精度影响的分析方法。通过对机械臂关节轴线在不同几何误差作用下位置空间关系的分析, 给出了关节误差的旋量表达, 结合 POE 模型, 提出了包含具体误差源的机器人正向运动学显示表达式。并利用 Adams 进行了仿真验证, 仿真结果验证了本文提的方法的正确性。通过该方法可计算关节具体几何误差对机器人末端精度的影响, 本文工作体现了旋量在机器人运动分析中的直观性、便捷性。提出的方法给机器人的制造、装配与优化以及机器人精度补偿研究提供了理论依据。

2 旋量及其表示

旋量是描述欧式几何空间的另一种几何元素。旋量的定义^[14]: 设 s 与 s^0 为三维空间的 2 个矢量, 其

中 s 为单位矢量, $s^0 = r \times s + hs$, 则 s 与 s^0 共同构成一个单位旋量, 记作:

$$\mathcal{S} = (s \ s^0)^T = (s \ r \times s + hs)^T = (s \ r \times s + hs)^T. \quad (1)$$

式中: s 为旋量轴线方向的单位矢量; r 为旋量轴线上的任意一点; s^0 为旋量的对偶部矢量; h 为节距。

则刚体运动的指数坐标与 POE 公式如下所示。

设 $\omega (\omega \in R^3)$ 是表示旋转轴方向的单位矢量, $\theta (\theta \in R)$ 为转角。对于刚体的每一个旋转运动, 都有一个旋转矩阵 $R (R \in SO(3))$ 与之对应, 具体关系由 Rodrigues 公式^[14]给出:

$$e^{\theta \hat{\omega}} = E + \hat{\omega} \sin \theta + \hat{\omega}^2 (1 - \cos \theta) = R. \quad (2)$$

式中: E 为单位矩阵; $\hat{\omega}$ 为单位矢量 ω 对应的反对称矩阵。

一般刚体运动对应单位旋量 $\mathcal{S} = (\omega \ v)^T (v = r \times \omega)$ 其对应的变换矩阵 T 为

$$T = e^{\theta \hat{s}} = \begin{pmatrix} e^{\theta \hat{\omega}} & (E - e^{\theta \hat{\omega}})(\omega \times v) + \theta \omega \omega^T \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

机器人各关节的运动由与之关联的关节轴线的运动旋量产生, 如果用 \mathcal{S} 表示该关节轴线的单位运动旋量坐标, 则沿此轴线的刚体运动可表示为

$$g(\theta) = e^{\theta \hat{s}} g(0). \quad (4)$$

定义机器人初始位形为机器人对应于 $\theta=0$ 时的位形, 并用 ${}^S_T g(0)$ 表示机器人位于初始位形时惯性坐标系与工具坐标系间的刚体变换。对于每个关节都可以构造一个单位运动旋量 \hat{s}_i , 这时除第 i 个关节之外的所有其他关节均固定于初始位形 ($\theta_j=0, j$ 表示除第 i 个并节角外其他的并节角度)。对于转动副:

$$\mathcal{S}_i = (\omega_i \ r_i \times \omega_i)^T; \text{ 对于移动副: } \mathcal{S}_i = (\mathbf{0} \ v_i)^T.$$

这时, 对于任意给定的 n 自由度机器人, 指数积形式的正向运动学模型^[15]为

$${}^S_T g(\theta) = e^{\theta_1 \hat{s}_1} e^{\theta_2 \hat{s}_2} \dots e^{\theta_i \hat{s}_i} \dots e^{\theta_n \hat{s}_n} {}^S_T g(0). \quad (5)$$

3 关节几何误差分析

机器人关节连接处出现偏差, 即关节理论轴线与实际轴线不一致, 根据其空间位置关系分为两轴重合(关节连接处发生轴向位移)、两轴平行、两轴线异面。显然理论轴线到实际轴线的运动为一般刚体运动, 由 Chasles 定理^[14]证明了刚体运动与螺旋运动是等价的。因此, 可以用运动旋量来表示该运动, 下面对上述情况进行具体分析。

当两轴线异面时可以视为理论轴线与实际轴线增加了一个螺旋副, 理论轴线绕两轴线的公垂线旋转

角度转 $\Delta\theta_i$ ，然后沿该垂线移动距离 Δl_i 。如图 1 所示。

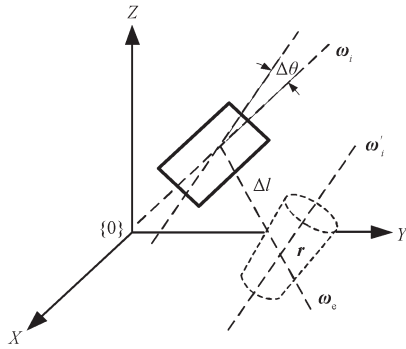


图 1 两轴线异面

Fig.1 Two axes on different surfaces

根据旋量的定义^[14]，该螺旋副的单位运动旋量可以表示为

$$\mathcal{S}'_i = (\omega \quad v)^T = (\omega_e \quad r \times \omega_e + h\omega_e)^T \quad (6)$$

式中： $h = \Delta l / \Delta\theta$ ； ω_e 为误差旋量的单位矢量。

当节距为 0 时，单位旋量退化为线矢量，两轴线相交，仅发生旋转，如图 2 所示。

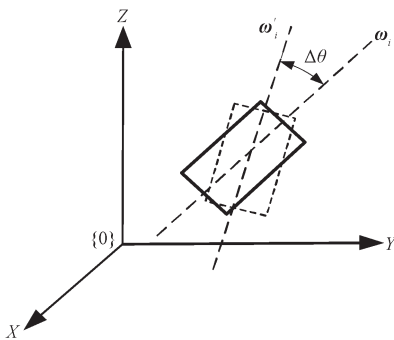


图 2 两轴线相交且相对旋转

Fig.2 Two axes intersecting with a relative rotation

此时，运动旋量可以表示为

$$\mathcal{S}'_i = (\omega \quad v)^T = (\omega_e \quad r \times \omega_e)^T \quad (7)$$

当节距无穷大时，单位旋量退化为单位偶量，两轴线平行，仅发生径向平移，如图 3 所示。

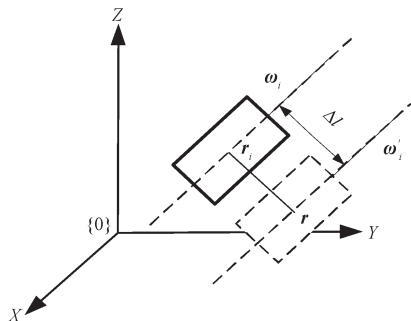


图 3 两轴线平行

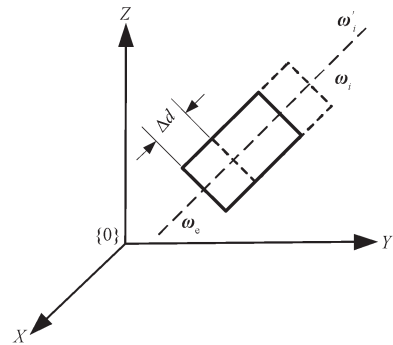
Fig.3 Two axes parallelling to each other

此时，运动旋量可以表示为

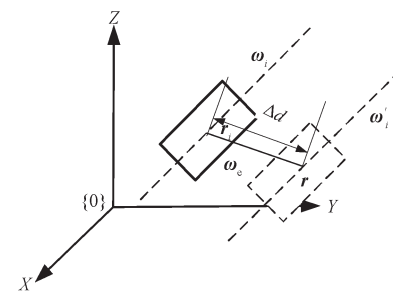
$$\mathcal{S}'_i = (\mathbf{0} \quad \omega)^T = (\mathbf{0} \quad \omega_e)^T \quad (8)$$

当两关节轴线共面且发生非径向移动时，可分为

以下两种情况：发生轴向偏差、发生非轴向非径向偏移。可以视为理论轴线与实际轴线增加了一个移动副，如图 4 所示。



a) 轴向偏差



b) 非轴向非径向偏差

图 4 两轴线共面且发生非径向偏差

Fig.4 Two axes coplanar with non-radial deviation

此种情况下移动副的运动旋量可表示为

$$\mathcal{S}'_i = (\mathbf{0} \quad \omega)^T = (\mathbf{0} \quad \omega_e)^T \quad (9)$$

4 几何误差的旋量表达

文献 [16] 中指出：se(3) 中的元素与 SE(3) 中的元素之间存在指数映射关系：任意给定齐次变换矩阵 $T \in SE(3)$ ，则必存在 $\hat{\mathcal{S}} \in se(3)$ 和标量 θ ，使得 $T = e^{\theta \hat{\mathcal{S}}}$ ，文献 [13] 给出 $\hat{\mathcal{S}}$ 和 θ 的计算公式。

当两轴线异面时，不妨设实际轴线是理论轴线绕 x、y、z 轴分别旋转角度 $\Delta\phi$ 、 $\Delta\theta$ 、 $\Delta\psi$ 和移动距离 Δx 、 Δy 、 Δz 得到的。如图 5 所示。

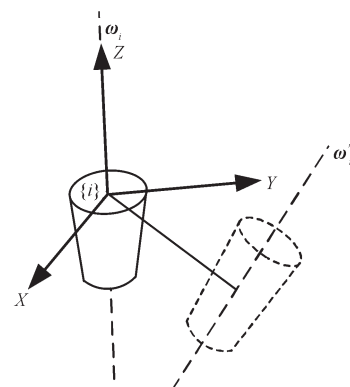


图 5 两轴线相对位置

Fig.5 The relative position of two axes

$$T = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{p} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} = \text{Trans}(0, 0, \Delta x) \text{Trans}(0, 0, \Delta y) \cdot \text{Trans}(0, 0, \Delta z) \text{RPY}(\Delta\phi, \Delta\theta, \Delta\psi) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

因实际中不可能发生两轴线反向重合的情况, 故不考虑 $\text{tr } \mathbf{R} = -1$ 的情况。

两轴线关系为图 1 所示情况时, 即:

$$\Delta\phi^2 + \Delta\theta^2 + \Delta\psi^2 \neq 0,$$

$$\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \neq 0,$$

有^[13]

$$\theta = \arccos\left(\frac{r_{11} + r_{22} + r_{33} - 1}{2}\right), \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\omega}_e = \frac{1}{2\sin\theta} \begin{pmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{G}^{-1}(\theta)\mathbf{p}. \quad (13)$$

两轴线关系为图 2 所示情况时, 即:

$$\Delta\phi^2 + \Delta\theta^2 + \Delta\psi^2 \neq 0,$$

$$\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = 0,$$

θ 、 $\boldsymbol{\omega}_e$ 分别可由式 (11) (12) 求出, 而 $\mathbf{v} = (0, 0, 0)^T$ 。

两轴线关系分别为图 3、图 4a、4b 所示情况时, 即:

$$\Delta\phi^2 + \Delta\theta^2 + \Delta\psi^2 + \Delta z^2 = 0, \quad \Delta x^2 + \Delta y^2 \neq 0;$$

或 $\Delta\phi^2 + \Delta\theta^2 + \Delta\psi^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 = 0, \quad \Delta z \neq 0;$

或 $\Delta\phi^2 + \Delta\theta^2 + \Delta\psi^2 = 0, \quad \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \neq 0$ 。

此时有^[13]:

$$\theta = \|\mathbf{p}\| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}, \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\omega}_e = (0, 0, 0)^T, \quad (15)$$

$$\mathbf{v} = \frac{(\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}. \quad (16)$$

求得 $\boldsymbol{\omega}_e$ 、 θ 和 \mathbf{v} 后就得到了误差旋量:

$$\mathcal{S}_i' = (\boldsymbol{\omega}_e \mathbf{v})^T. \quad (17)$$

求得的 \mathcal{S}_i' 是在第 i 个关节的关节坐标系表示的, 故还需将其转换到空间坐标系 $\{S\}$ 中, 可通过旋量的伴随变换^[11]实现:

$$\mathcal{S}_i^c = \text{Ad}_{\mathbf{g}_i} \mathcal{S}_i'. \quad (18)$$

式中: \mathbf{g}_i 为 i 号关节坐标系相对于空间坐标系的姿态矩阵。

通过以上分析得到了关节具体几何误差源 $\Delta\phi$ 、

$\Delta\theta$ 、 $\Delta\psi$ 、 Δx 、 Δy 、 Δz 的旋量显示表达, 则根据式 (5) 考虑关节误差后的机器人的实际正向学方程为

$${}^S_T \mathbf{g}'(\theta) = e^{\theta_1^c \mathcal{S}_1^c} e^{\theta_2^c \mathcal{S}_2^c} e^{\theta_3^c \mathcal{S}_3^c} \dots e^{\theta_1^c \mathcal{S}_1^c} e^{\theta_2^c \mathcal{S}_2^c} e^{\theta_3^c \mathcal{S}_3^c} {}^S_T \mathbf{g}(0). \quad (19)$$

5 仿真实验

5.1 机械臂模型

在 Matlab 中建立了如图 6 所示的 3R 机械臂模型, 其中连杆长度设置如下: $L_1=520$ mm, $L_2=350$ mm, $L_3=250$ mm。机器人关节轴线单位矢量及点的设置如表 1~2 所示。

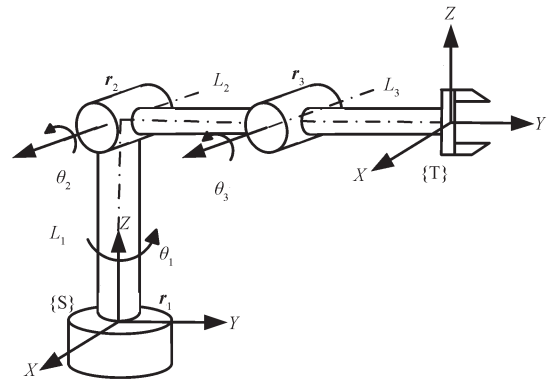


图 6 3DOF 机械臂模型图

Fig. 6 Model drawing of 3DOF robot manipulator

表 1 机器人关节轴线单位矢量

Table 1 Unit vector of robot joint axis

关节轴线矢量	$\boldsymbol{\omega}_1$	$\boldsymbol{\omega}_2$	$\boldsymbol{\omega}_3$
矢量值	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

表 2 机器人关节轴线上点

Table 2 Points on the robot joint axis

关节轴线上点	\mathbf{r}_1	\mathbf{r}_2	\mathbf{r}_3
矢量值	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ L_2 \\ L_1 \end{bmatrix}$

机器人位于初始位形时, 惯性坐标系与工具坐标系间的刚体变换矩阵为

$${}^S_T \mathbf{g}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_2 + L_3 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

各关节运动旋量为

$$\mathcal{S}_i = (\boldsymbol{\omega}_i \quad \mathbf{r}_i \times \boldsymbol{\omega}_i)^T, \quad i = 1, 2, 3;$$

机器臂正向运动学的指数积公式为

$${}^S_T \mathbf{g}(\theta) = e^{\theta_1 \mathcal{S}_1} e^{\theta_2 \mathcal{S}_2} e^{\theta_3 \mathcal{S}_3} {}^S_T \mathbf{g}(0).$$

根据式 (19) 考虑关节误差后得到的机器臂实际正向运动学公式为

$${}^S_T \mathbf{g}'(\theta) = e^{\theta_1 \hat{s}_1} e^{\theta_2 \hat{s}_2} e^{\theta_3 \hat{s}_3} {}^S_T \mathbf{g}(0) \quad (20)$$

让机械臂沿如图7所示的一段起点坐标为(0.00, 600.00, 520.00), 终点坐标为(214.05, 370.75, 128.49)的空间轨迹运动, 记录各关节角度值的变化。

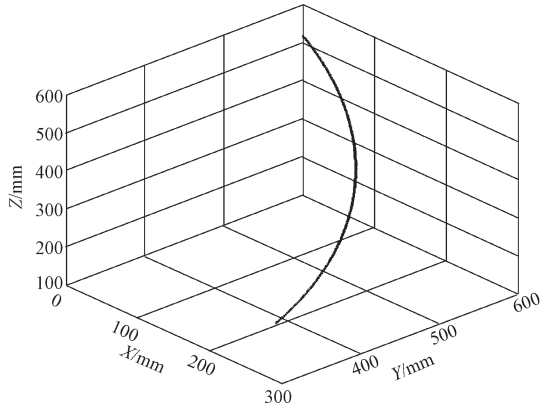


图7 末端运动轨迹

Fig.7 Trajectory of the end effector

将各关节误差设置成如表3所示的误差值, 将上述记录各关节角度值代入式(20), 得到包含误差的轨迹坐标值, 然后将该坐标值与不包含误差时的轨迹坐标相减得到如图8所示的误差曲线图。

表3 关节误差值

Table 3 Joint error value

误差项	关节号		
	关节1	关节2	关节3
$\Delta x/\text{mm}$	0.1	0.1	0.1
$\Delta y/\text{mm}$	0.1	0.1	0.1
$\Delta z/\text{mm}$	0.1	0.1	0.1
$\Delta\phi/(\text{ }^\circ)$	0.01	0.01	0.01
$\Delta\theta/(\text{ }^\circ)$	0.01	0.01	0.01
$\Delta\psi/(\text{ }^\circ)$	0.01	0.01	0.01

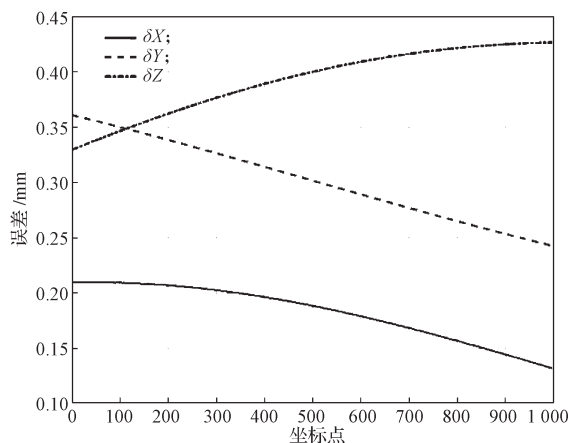


图8 末端位置误差曲线

Fig. 8 Position error curve of the end effector

5.2 Adams 仿真验证

根据图6所示的结构, 利用SolidWorks软件建立了机械臂的三维模型。在模型装配阶段, 通过调整部件的旋转与位移, 将如表3所示的误差值添加进各

关节, 然后将模型导入Adams里, 得到如图9所示的三自由度机械臂模型。

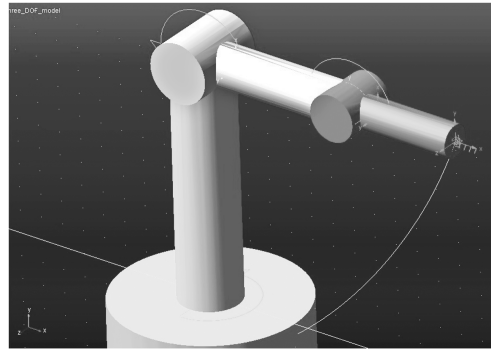


图9 3DOF机械臂

Fig. 9 3DOF robotic manipulator

在两相邻连杆间添加如图10所示的旋转关节, 各关节的Marker点坐标如表4所示。给各旋转关节添加如图11所示的Motion, Motion由5.1中各关节产生的角度值生成的样条曲线驱动。

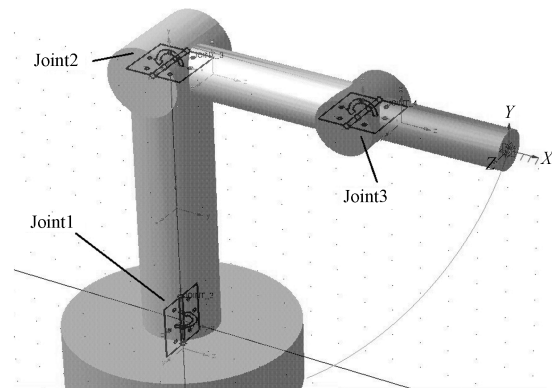


图10 各关节设置

Fig.10 Settings of joints

表4 Marker点坐标值

Table 4 Coordinate values of marker points

关节	位置坐标	方位坐标
1	(0.100 0, 0.100 0, 0.100 0)	(180.010 1, 89.990 1, 0)
2	(0.109 3, 520.199 9, 0.290 8)	(230.418 6, 1.387 1, 129.581 4)
3	(350.209 2, 520.361 1, 0.329 7)	(228.995 6, 1.391 0, 131.004 4)

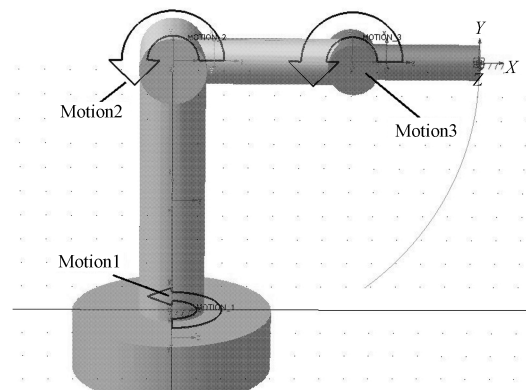


图11 Motion设置

Fig. 11 Motion settings

通过仿真实验, 获得了机械臂运动时末端各位置的坐标, 并将各坐标数据导出后与 5.1 中不包含误差的坐标数据相减, 得到如图 12 所示的末端位置误差曲线。

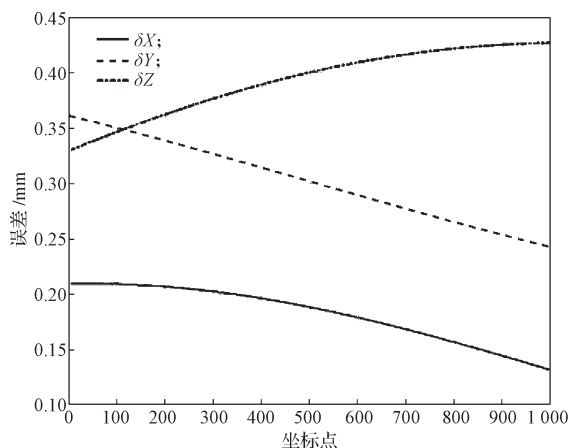


图 12 末端位置误差曲线

Fig. 12 Position error curve of the end effector

同时将仿真数据与公式计算的包含误差的坐标数据相减, 得到如图 13 所示的坐标差值图。

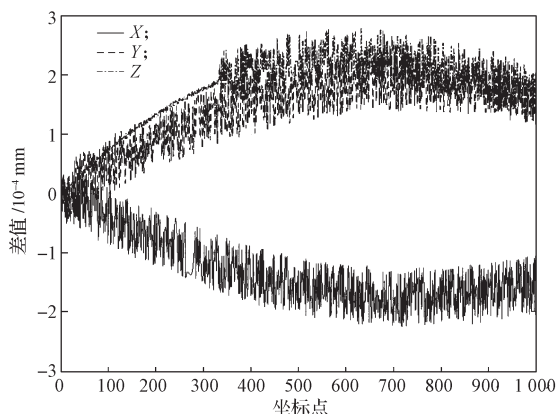


图 13 仿真结果与公式计算结果的坐标差值

Fig.13 Coordinate difference between simulation results and formula calculation results

从图 8 与图 12 所示的误差曲线可以看出, 公式计算与仿真实验得到的误差值基本一致, 注意到图 13 中仿真得到的数据与式 (20) 计算的坐标值并不完全一致, 但两者的差值在 ($\pm 3 \times 10^{-4}$) mm 以内, 考虑到仿真软件中数值运算存在一定的精度限制, 故将图 13 所示的误差认定为合理的误差。由此, 本文提出方法的正确性得到了验证。

6 结语

课题组应用旋量理论, 通过分析机械臂关节两轴在不同几何误差作用下的位置空间关系, 将关节误差表示成旋量的形式, 结合 POE 公式, 给出了包含

关节误差的机械臂正向运动学公式。通过对一 3R 关节机械臂的仿真实验, 验证了课题组提出的精度分析方法的正确性。该方法体现了旋量在机器人运动分析中的直观性、便捷性, 为机器人的制造、装配与优化提供了参考依据, 可以提高工业机器人的定位精度。该方法不仅可用于静态和准静态误差分析, 如果考虑误差的大小随机机构运动过程变化, 还可用于动态误差的分析。

参考文献:

- [1] 邢强, 许超. 位置误差对关节式工业机器人末端精度的影响研究 [J]. 机械设计与制造工程, 2016, 45(3): 41-45.
XING Qiang, XU Chao. The Effect of the Joint Position Error on the End-Accuracy of an Articulated Industrial Robots[J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2016, 45(3): 41-45.
- [2] 齐俊德, 张定华, 李山, 等. 工业机器人绝对定位误差的建模与补偿 [J]. 华南理工大学学报 (自然科学版), 2016, 44(11): 113-118.
QI Junde, ZHANG Dinghua, LI Shan, et al. Modeling and Compensation of Absolute Positioning Error of Industrial Robots[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2016, 44(11): 113-118.
- [3] 张绍春, 张明路, 吕晓玲, 等. 5R 串联机器人的静态误差分析及优化方法 [J]. 机械设计与制造, 2018(6): 250-253.
ZHANG Shaochun, ZHANG Minglu, LÜ Xiaoling, et al. Analysis and Optimization of the Static Error on 5R Serial Robot[J]. Machinery Design & Manufacture, 2018(6): 250-253.
- [4] 刘华春, 张方, 蒋祺, 等. 一种提高机器人末端轨迹精度的方法 [J]. 国外电子测量技术, 2019, 38(10): 13-17.
LIU Huachun, ZHANG Fang, JIANG Qi, et al. Method for Improving the Accuracy of Robot End Trajectory[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2019, 38(10): 13-17.
- [5] 温秀兰, 康传帅, 宋爱国, 等. 基于全位姿测量优化的机器人精度研究 [J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(7): 81-89.
WEN Xiulan, KANG Chuanshuai, SONG Aiguo, et al. Study on Robot Accuracy Based on Full Pose Measurement and Optimization[J]. Chinese Journal of

- Scientific Instrument, 2019, 40(7): 81-89.
- [6] 李光, 杨韵. 基于RBF神经网络的柔性机械臂位置控制[J]. 湖南工业大学学报, 2014, 28(3): 41-46.
LI Guang, YANG Yun. Flexible Manipulator Position Control Based on RBF Neural Network[J]. Journal of Hunnan University of Technology, 2014, 28(3): 41-46.
- [7] 李光, 周鑫林, 肖凡. 基于自适应神经网络的柔性关节机械臂控制[J]. 湖南工业大学学报, 2017, 31(3): 48-52.
LI Guang, ZHOU Xinlin, XIAO Fan. Control of Flexible-Joint Robots Based on Adaptive Neural Networks[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2017, 31(3): 48-52.
- [8] HE R B, ZHAO Y J, YANG S N, et al. Kinematic-Parameter Identification for Serial-Robot Calibration Based on POE Formula[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(3): 411-423.
- [9] OKAMURA K, PARK F C. Kinematic Calibration Using the Product of Exponentials Formula[J]. Robotica, 1996, 14(4), 415-421.
- [10] 谭月胜, 孙汉旭, 贾庆轩, 等. 旋量理论在机械臂末端执行器运动精度分析中的应用研究[J]. 机械科学与技术, 2006, 25(5): 534-538.
TAN Yueheng, SUN Hanxu, JIA Qingxuan, et al. Research on Screw Theory Application to Kinematic Accuracy for a Manipulator End-Effector[J]. Mechanical Science and Technology, 2006, 25(5): 534-538.
- [11] 黄勇刚, 杜力, 黄茂林. 基于旋量理论的机器人误差建模方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, 42(3): 484-489.
HUANG Yonggang, DULI, HUANG Maolin. Screw Theory Based Error Modeling Method of Robot Mechanisms[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, 42(3): 484-489.
- [12] FU G Q, FU J Z, XU Y T, et al. Product of Exponential Model for Geometric Error Integration of Multi-Axis Machine Tools[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 71(9/10/11/12): 1653-1667.
- [13] QU S W, LI R Q, BAI S P, et al. Unified Model for the Output Accuracy of Open-Chain Manipulators that Considers Joint Clearance and Structural Parameters[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32(10): 4925-4931.
- [14] 于靖军, 刘辛军, 丁希仑. 机器人机构学的数学基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 2015, 94-97.
YU Jingjun, LIU Xinjun, DING Xilun. Mathematic Foundation of Mechanisms and Robotics[M]. Beijing: China Machine Press, 2015: 94-97.
- [15] MURRY R M, LI Z X, SASTRY S S, et al. A Mathematic Introduction to Robotic Manipulation[M]. Boca Raton: CRC Press, 1994: 85-86.
- [16] KEVIN M L, PARK F C. Modern Robotics: Mechanics, Planning, and Control[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2017: 104-106.

(责任编辑: 申剑)