doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2019.03.011

# 降低 OFDM 系统峰均功率的次优 PTS-Clipping 联合算法

#### 黎 彪,文 鸿,陈青辉,许启芳

(湖南工业大学 计算机学院,湖南 株洲 412007)

摘 要:针对正交频分复用(OFDM)系统的高峰均功率比(PAPR)问题,提出一种联合次优部分传输序列(PTS)与限幅的改进算法。该算法使用次优 PTS 降低 OFDM 信号的相关性,并联合限幅处理进一步降低 OFDM 信号的峰均功率。仿真结果表明,相比传统 PTS 算法,次优 PTS-Clipping 联合算法的复杂度 降低了近一半, PAPR 性能降低了 1 dB,表明其能够最大限度地利用现有算法的优势,在降低 PAPR 的同时,又不会引入很大的计算量和边带噪声。

关键词:正交频分复用;峰均值功率比;次优 PTS;限幅

中图分类号: TN929.52 文献标志码: A 文章编号: 1673-9833(2019)03-0070-05 引文格式: 黎 彪, 文 鸿, 陈青辉, 等. 降低 OFDM 系统峰均功率的次优 PTS-Clipping 联合算法 [J]. 湖南工业大学学报, 2019, 33(3): 70-74.

# PAPR Reduction Algorithm Enabled by Threshold-Based Suboptimal PTS Combined with Peak Clipping for OFDM Systems

LI Biao, WEN Hong, CHEN Qinghui, XU Qifang

(College of Computer Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** In view of flaws related to the peak-to-average power ratio (PAPR) in orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems, a proposal has thus been made of an improved algorithm for joint sub-optimal partial transmission sequence (PTS) and amplitude limiting. By using sub-optimal PTS to reduce the correlation of OFDM signals, a reduction of the peak-to-average power of OFDM signals can be achieved by combining amplitude-limiting processing. The simulation results show that, compared with the traditional PTS algorithm, the complexity of the sub-optimal PTS-Clipping algorithm has been reduced by half to the effect, with PAPR performance reduced by 1 dB as well, indicating that it helps to maximize the advantages of existing algorithms and reduce PAPR, without getting too much calculation and sideband noise involved.

**Keywords**: orthogonal frequency division multiplexing(OFDM); peak-to-average power ratio(PAPR); suboptimal PTS; amplitude limiting

收稿日期: 2019-01-10

基金项目:湖南省教育厅创新平台开放基金资助项目(15K035)

作者简介:黎 彪(1992-),男,湖南邵阳人,湖南工业大学硕士生,主要研究方向为下一代无线通信网络,

E-mail: 893998547@qq.com

**通信作者**: 文 鸿(1981-),男,湖南邵阳人,湖南工业大学副教授,博士,主要从事下一代宽带无线通信网络方面的教 学与研究, E-mail: wenhhut@163.com

# 1 研究背景

正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)技术已被广泛地应用于新一代移动通信网络中<sup>[1]</sup>,其优势主要为频谱利用率高和抗多径衰落能力强<sup>[2-3]</sup>。但由于 OFDM 信号是由子载波叠加产生,若子载波同相或相位近似就会引起高峰值的瞬时信号,使得瞬时信号的峰均值功率比(peak to average power ratio, PAPR,简称峰均比)过大。高PAPR 对功放器件的线性放大范围提出了挑战,容易发生信号畸变,进而破坏信号的正交性<sup>[4-5]</sup>。

目前针对 OFDM 信号峰均比过高问题的主要解 决算法有畸变类、编码类及概率类<sup>[6]</sup>。畸变类算法是 所有算法中复杂度最低的,其优势为不受发送系统子 载波数量的影响,复杂度较低,且无需在发送信号中 添加辅助信息,不会影响系统信号发送速率。但该算 法在处理信号过程中会使信号非线性失真,导致带内 失真及带外扩展,进而使系统误码率升高及频谱利用 率降低,其代表算法为压扩算法与限幅算法。编码 类算法是对信号进行一种特殊编码。由于 OFDM 信 号高峰均比产生的原因是多个同相子载波叠加,因 此编码类算法的实质即为降低同相信号在某一点同 时出现的概率,常采用多种信号编码方式生成不同 码字,并选取其中峰均比较低的一组码字进行传输。 其优点是信号在处理过程中属于线性变换,不会出 现信号畸变,相比畸变类算法,该编码类算法不会 引入额外的噪声干扰。但当 OFDM 信号传输的子信 道数目较大时,其编译码复杂度大,所以该方法更 适用于信道数目较少的情况。概率类算法的原理是 降低高 PAPR 出现概率, 而非针对 OFDM 信号峰值。 常用处理方法是对信号进行相位调整,从而减少同 相信号叠加概率。常用的概率类技术包括部分传输序 列法(partial transmit sequence, PTS)、子载波注入 法(tone injection, TI)、动态星座图扩展法(active constellation extension, ACT)和选择映射法(selective mapping, SLM)<sup>[6]</sup>。概率类算法的优点与编码类算 法一样,在信号处理过程中不会出现畸变,其劣势为 算法性能的少许提升需增加巨大的算法复杂度,即算 法的性能与复杂度间的关系不成正比。

根据 PTS 算法的特性可知其属于概率类方法, 该算法在对信号进行处理时不会导致信号失真,即不 会引入额外的边带噪声。但由于传统 PTS 算法的复 杂度过高,其可选相位因子的最优解会随着子序列 数目的增加而出现指数级别增长<sup>[7-9]</sup>,导致其实用性 不高。而对于限幅算法,其优点有计算量低、执行 效率高,但限幅后的信号相比原始信号会出现畸变, 从而引入大量边带噪声,尤其是当限幅门限较低时, 其劣势表现得更明显,进而导致接收端的误码率升高。所以当系统对峰均比降低量需求较高时,限幅算法不再适用。所以本研究基于 PTS 算法与限幅算法的优缺点,提出一种次优 PTS-Clipping 联合算法,在满足降低 OFDM 峰均比的同时,改进 PTS 算法复杂度过高与限幅算法边带噪声引入过大等问题。

#### 1 OFDM 信号峰均比

OFDM信号是由调制后多个子载波叠加而成的, 其原理是将系统宽带信号转化为多个相互正交的子 信道,使得原始信号在传输过程中受到的频率选择性 衰落变为窄带子信道上的平坦衰落。假设频域信号表 示为 **X**=[X<sub>0</sub>, X<sub>1</sub>, …, X<sub>N-1</sub>]<sup>T</sup>,其中 N 为子载波数量,则 OFDM 的时域调制信号可表示为

$$\mathbf{x}_{n} = \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{X}_{k} e^{j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1 \circ$$
(1)

式中 $X_k$ 为某一个具体 OFDM 频域信号, k 为序号。

OFDM 时域离散信号为  $x=[x_0, x_1, x_2, \dots, x_{N-1}]^T$ ,观察式(1)可知,其对应离散傅里叶逆变换(inverse discrete Fourier transformation, IDFT)形式,所以 OFDM 信号常在发送端采用离散快速傅里叶逆变换(inverse fast Fourier transform, IFFT)模块进行调制。

根据 OFDM 系统的特性可知, OFDM 发送信号 利用多个不同相位与幅度的子载波叠加而成, 当子载 波数目增大时, 信号中某一处出现同相的概率也会增 大, 这会使得 OFDM 信号中出现峰值很大的点, 为 了定义这种叠加幅值的变化特性, 研究者采用了峰均 比来表述该特性, 其定义为

$$PAPR = 10 \lg \frac{\max\left\{\left|\boldsymbol{x}_{n}\right|^{2}\right\}}{E\left\{\left|\boldsymbol{x}_{n}\right|^{2}\right\}} dB_{\circ} \qquad (2)$$

式中: max{ $|x_n|^2$ } 表示 OFDM 信号的峰值功率;  $E{|x_n|^2}$ 表示 OFDM 信号的期望,即平均功率。

根据中心极限定理,当系统子载波数目足够大且 子载波间的存在都相互独立时,OFDM 信号满足高 斯分布,信号幅度满足瑞丽分布。所以 OFDM 信号 的 PAPR 值大于某一固定值的概率可表示为

$$P_{i} \{ PAPR > A \} = 1 - (1 - e^{-A})^{\alpha N} \circ$$
 (3)

式中: A 表示 PAPR 的门限值; a 表示过采样因子。

由峰均比定义可知 OFDM 子载波在同相叠加时 是一随机过程,所以对于不同 OFDM 信号的峰均比 也是一随机过程。为直观表述 OFDM 信号峰均比, 研究者引入了统计学中的累积分布函数(cumulative distribution function, CDF)和互补累积分布函数 (complementary cumulative distribution function, CCDF)表述 OFDM 信号的峰均比分布情况。互补 累积分布函数是指 OFDM 信号峰均比大于某一特定 峰均比的概率, CDF 与 CCDF 两者间的关系描述为 *CDF*=1-*CCDF*。

根据 OFDM 信号特性,其最大优势为信道划分 的自适应性强,由初始的宽带信号转化为一定数目的 正交子信道,表明每一个子信道可以根据信道的自身 条件来确定在该子信道上传输信号的调制方式及功 率大小的分配,但 OFDM 信号峰均比过高的问题依 旧是该领域中需妥善解决的难题。

### 2 部分传输序列算法

PTS 算法的核心思想,是将需发送的数据按设定 子块分组方式进行分割,生成多个符号子块,再对每 个符号子块进行点数相同的 IFFT 运算。然后将得到 的符号子块与设定的相位进行遍历相乘,选择其中峰 均比最低的一组信号进行传输<sup>[7]</sup>。PTS 算法的符号分 组方式有随机分组、顺序分组和交织分组 3 种。3 种 分组方式的降峰均比效果以随机分组最佳,交织分组 次之,顺序分组最差。PTS 算法的具体处理过程如下:

 将 OFDM 调制符号 X=[X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, …, X<sub>N</sub>] 按子块 大小为 K 进行分割,得到 V (V=N/K) 组数据符号, 每个子块的数据符号表示为 X<sub>v</sub> (v=1, 2, …, V)。

对各子块进行 IFFT 得到时域 OFDM 符号,
即 x<sub>v</sub>=IFFT(X<sub>v</sub>),再调整相位,使用相位因子 {b<sub>v</sub>=e<sup>jφ<sub>v</sub></sup>,

 $v=1, 2, \dots, V$ } 与  $\mathbf{x}_{v}$  进行遍历相乘得到  $\mathbf{x}'_{v} = \sum_{v=1}^{V} \mathbf{b}_{v} \mathbf{x}_{v}$  。

3) 对遍历相乘之后得到的每一组符号的峰均比 进行比较,选择峰均比最小的一组进行传输,即

$$\{\boldsymbol{b}_{1}, \boldsymbol{b}_{2}, \cdots, \boldsymbol{b}_{\nu}\} = \underset{\boldsymbol{b}_{1}, \boldsymbol{b}_{2}, \cdots, \boldsymbol{b}_{\nu}}{\operatorname{argmin}} \left( \max_{1 \leq \nu \leq N} \left| \sum_{\nu=1}^{\nu} \boldsymbol{b}_{\nu} IFFT\{\boldsymbol{X}_{\nu}\} \right| \right)_{\circ} \quad (4)$$

其中 argmin()表示对遍历乘积之后取最小峰均 比的判决条件。

PTS 算法不仅在降峰均比方面有显著效果,而且 在降低峰均比的过程中不会使信号失真。但在该算 法系统中发送信号必需携带一定的边带信号以帮助 接收端对信号进行解调,且算法复杂度会随着子块的 数量及可选相位因子数量的增加而呈现指数性增长, 导致该算法不适用于子载波数目过大的系统。

#### 3 次优 PTS-Clipping 联合算法

#### 3.1 基于门限的次优 PTS

对于传统 PTS 算法, 降峰均比性能与相位因

子个数的选取有直接关系,可选相位因子个数越多 PTS 算法性能越优,同时算法复杂度越高。当可选 相位因子个数为δ、子块数目大小为*V*时,会出现 δ<sup>*V*</sup>种相位组合,即随着可选相位因子δ的增加,相 位组合数目会呈指数形式增长,这是制约 PTS 实用 性的最大障碍。图 1 为次优 PTS-Clipping 联合算 法流程抑制 PAPR 处理流程图,其中次优 PTS 部分 的基本流程与传统 PTS 算法类似,但在相位因子组 合的选取上进行优化,使得选取的相位因子组合数 目降低,舍弃部分相位组合,从而降低 PTS 算法在 遍历过程中的计算量,使得算法复杂度降低。





基于门限的次优 PTS 算法基本步骤如下:1)设 置次优 PTS 的 PAPR 初始门限值为 A,可选相位因子 个数为 $\delta$ ,子块数目为V。可得 $\delta^{V}$ 组总相位组合,相 位组合表示为  $n_i$ ,  $i \in [1, 2, \dots, \delta^{V}]$ 。2) 定义整数常量 S(S>2),将 $n_i$ 组相位组随机分为S块,每一块中 含  $\delta^{\nu}/S$  组相位,用  $\beta_i$  表示每个相位组块,*j*∈[1, 2, …,  $SI_{0}$ 3)将随机交织后的 OFDM 信号与 $\beta_1$ 块中的第一 组相位相乘,即与 $\begin{bmatrix} n_1, n_2, \cdots, n_{\delta^{\vee} \atop s} \end{bmatrix}$ 中的 $n_1$ 相乘,并计 算出 PAPR。将得到的 PAPR 与初始门限 A 比较,若 PAPR 大于 A 则舍弃,并将 OFDM 信号与  $\beta_1$  中的下 一组相位因子  $n_2$  相乘,并比较 PAPR。依次迭代,直 到出现第一个小于门限值 A 的 PAPR,停止迭代,将 该 PAPR 值作为次优解。4) 如果  $\beta_1$  块中没有小于门 限值 *A* 的 PAPR 出现,则选出  $\beta_1$  组中的最低 PAPR, 并将其替代A作为门限值。然后选取 $\beta_2$ 块,若迭代 计算块数小于 S/2,则重复第3步迭代求 PAPR 并比 较的过程; 若大于 S/2 时, 则停止迭代并选取更新后 的门限值A作为次优解。

在次优 PTS 算法中,因相位组合数目远低于传统 PTS 的,根据上述分析可得次优 PTS 算法复杂度 要小于传统 PTS 算法的 1/2,且 *S* 取值越大算法复杂 度越低,但 PAPR 性能也随之降低。根据后面的仿真 分析,当*S* 取 8 时该算法降低 PAPR 性能要比传统 PTS 算法高约 0.3 dB,但在算法复杂度上明显降低。

#### 3.2 限幅处理

限幅处理是通过设定限幅值对信号进行处理:当 信号某处峰值大于该限幅值时将该限幅值替代该处 峰值;信号某处峰值小于该限幅值的不作处理,且信 号处理过程中信号相位保持不变。限幅信号可表示为

$$U_{i}(n) = \begin{cases} U_{i}(n), & |U_{i}(n)| \leq \gamma; \\ \gamma e^{j\theta}, & |U_{i}(n)| > \gamma \end{cases}$$

式中: *y* 为限幅算法的门限; *U<sub>i</sub>(n)* 为数据信号; e<sup>i6</sup> 为信号相位。

由限幅处理特性可知,该算法在降低 OFDM 信 号 PAPR 上,其复杂度远优于其他传统算法,且不受 子载波数目影响,即不会随着子载波数目的增大而出 现算法复杂度暴增现象。但限幅处理是非线性畸变过 程,会使信号在限幅过程中出现非线性失真,从而引 入带内失真及带外扩展,导致通信系统的误码率恶 化,降低整个系统性能。且研究人员发现限幅中削掉 的信号功率大小与引入噪声功率有关<sup>[10]</sup>,即削去的 信号功率越大,引入的噪声功率越大。所以在限幅门 限值过低时,非线性畸变尤为明显。但若将限幅信号 功率控制在较小范围内,则限幅处理的优越性会明 显提升。根据这一特性,当信号均值较高时,采用 限幅算法处理信号会使得削掉的信号功率明显降低, 引入噪声功率大大降低。原始 OFDM 信号与经过次 优 PTS 算法处理的 OFDM 信号波形见图 2。



由图 2 不难看出, 原始 OFDM 信号均值为 0.153, 而经过次优 PTS 处理后的信号均值为 0.375,即采用 次优 PTS 算法处理后的信号均值功率得到较大提升。 根据峰均比定义可知, 在峰均比一定时, 信号均值 功率 *E*{|**x**<sub>n</sub>|<sup>2</sup>} 越高,其对应的峰值功率 max{|**x**<sub>n</sub>|<sup>2</sup>} 可 以更高。因此,采用限幅方法进行信号二次处理时, 仅需削掉少量的大功率信号,即引入较低的边带噪声 就可达到降低 PAPR 效果。此外,OFDM 信号在经 过次优 PTS 处理后,均值提升使得削掉的信号功率 降低,从而减少限幅带来的引入边带噪声过大问题, 使信号限幅后的非线性失真减少,接收端误码率降 低。相比传统 PTS 算法与限幅算法,不仅算法复杂 度降低,其 PAPR 也得到很好的收敛。

### 4 联合算法仿真分析

对次优 PTS-Clipping 联合算法进行 Matlab 仿 真, 仿真参数设置如下: OFDM 符号数 *M*=2 400, 调制方式为 16QAM, 子载波数目 *N*=200, IFFT 取 512 点, CP 为 128。实验中的可选相位因子为 *b*=[1, -1, *j*, -*j*], 子块大小为 4,即相位因子组合共有 256 组; *S*=8,次优 PTS 算法采用随机交织。根据子载波 数目取次优 PTS 的门限值为 8 dB,削峰的门限值取 *T*=0.065。图 3 所示为接收信号的星座图。



噪声不影响星座图的完整性,接收端只需进行最大似 然判决就可恢复原始信号。

图 4 为 OFDM 信号峰均比的互补累积分布函数(complementary cumulative distribution function, CCDF)分布曲线。相比于传统 PTS 算法,基于门限的次优 PTS 算法的 PAPR 仅高 0.3 dB 左右,但其算法复杂度却大幅度降低。次优 PTS-Clipping 联合算法的 PAPR 相比于传统 PTS 算法降低了 1 dB,对 OFDM 系统的 PAPR 得到了较大的优化。由于限幅算法易于实现的特性,因此联合算法的总体复杂度低于传统 PTS 算法。此外,随着子载波数与可选相位因子数的增加,联合算法的复杂度不会出现传统 PTS



由于传统 PTS 算法在进行相位因子搜索时采用 的是最优遍历搜索,算法复杂度会与子块大小及可选 相位因子的数目成指数关系,而次优 PTS-Clipping 联合算法对相位进行了优化分组处理,使得遍历搜寻 时的相位组合减少。当符号数 *M*取 2 400,*S* 设定为 8,子块大小与可选相位因子分别取 4 时,两种算法 的复杂度比较结果如表 1 所示。由表 1 可知,因为采 用了随机交织,所以次优 PTS-Clipping 算法的复杂 度大为降低。

表 1 两种算法的复杂度比较

Table 1 Comparison of the complexities of two algorithms

算 法	复杂度
传统 PTS	Complexity= $M * 4^4 = 614\ 000$
次优PTS-Clipping	Complexity $\leq \frac{4^*M}{S} * 4^4 + 2\ 400 = 309\ 600$

# 5 结语

为降低 OFDM 信号峰均比,本文提出了一种基于门限的次优 PTS-Clipping 联合算法,并对现有降

低 PAPR 算法进行了仿真分析与比较。仿真结果表明, 与传统 PTS 算法相比,所提出的次优 PTS-Clipping 联合算法的复杂度降低了近一半,PAPR 性能约降低 了 1 dB,误比特率也优于传统限幅算法的。可见, 联合算法不仅有效降低了 OFDM 系统的峰均比,而 且解决了传统 PTS 算法的复杂度过高和传统限幅算 法边带噪声引入过大等问题。

#### 参考文献:

- ZHANG L, IJAZ A, XIAO P, et al. Multi-Service System: An Enabler of Flexible 5G Air Interface[J]. IEEE Communications Magazine, 2017, 55(10): 152–159.
- [2] RAHMATALLAH Y, MOHAN S. Peak-to-Average Power Ratio Reduction in OFDM Systems: A Survey and Taxonomy[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2013, 15(4): 1567–1592.
- [3] SANDOVAL F, POITAU G, GAGNON F. Hybrid Peakto-Average Power Ratio Reduction Techniques: Review and Performance Comparison[J]. IEEE Access, 2017, 5: 27145–27161.
- [4] KIM M, LEE W, CHO D H. A Novel PAPR Reduction Scheme for OFDM System Based on Deep Learning[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 22(3): 510–513.
- [5] SOHN I, KIM S C. Neural Network Based Simplified Clipping and Filtering Technique for PAPR Reduction of OFDM Signals[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(8): 1438–1441.
- [6] PACHORI K, MISHRA A. An Efficient Combinational Approach for PAPR Reduction in MIMO-OFDM System[J]. Wireless Networks, 2016, 22(2): 417-425.
- [7] CHEN H, CHUNG K C. A PTS Technique with Non-Disjoint Sub-Block Partitions in M-QAM OFDM Systems[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2017, 64(1): 146-152.
- [8] JOO H S, KIM K H, NO J S, et al. New PTS Schemes for PAPR Reduction of OFDM Signals Without Side Information[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2017, 63(3): 562–570.
- [9] CHEN H, CHUNG K C. A Low Complexity PTS Technique Using Minimal Trellis in OFDM Systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 64(1): 817–821.
- [10] MESTDAGH D J C, SPRUYT P, BIRAN B. Analysis of Clipping Effect in DMT-Based ADSL Systems[C]// Processing IEEE ICC' 94. New Orleans: IEEE, 1994: 843-847.