doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2018.03.016

# 控制两机互联电力网络系统的 Melnikov 混沌

# 谷 飞<sup>1</sup>,方见树<sup>1,2</sup>,周 昕<sup>1</sup>

(1. 湖南工业大学 理学院, 湖南 株洲 412007; 2. 湖南工业大学 物理研究所, 湖南 株洲 412007)

摘 要:以船舶电力网络系统中最为常见的两机互联系统为研究对象,应用理论解析方法得到了该系统 在周期电磁扰动下的微扰解,由 Melnikov 混沌判据得知该微扰解为一混沌解,因而该系统存在混沌行为。 理论解析结果表明,调节系统参数或初始条件可以对系统的混沌行为加以控制;相应的数值仿真结果印证了 该理论解析结论。

关键词: 混沌解; Melnikov 混沌判据; 控制; 电力网络系统; 两机互联系统 中图分类号: TM712; O415.5 文献标志码: A 文章编号: 1673-9833(2018)03-0086-06

## Melnikov Chaos Control in Two-Machine Interconnected Power Network System

GU Fei<sup>1</sup>, FANG Jianshu<sup>1,2</sup>, ZHOU Xin<sup>1</sup>

(1. College of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China;2. Institute of Physics, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** Taking the most common two-machine interconnected system in ship power network system as the research object, the perturbation solution of the system under periodic electromagnetic disturbance has thus been obtained based on the theoretical analytical method. According to Melnikov chaos criterion, the perturbation solution is a chaotic solution, which verifies the existence of chaotic behavior in the system. The theoretical analysis results show that the chaotic behavior of the system can be controlled by adjusting the system parameters or initial conditions, with the corresponding numerical simulation results confirming the conclusion of theoretical analysis.

Keywords: chaotic solution; Melnikov chaos criterion; control; power network system; two-machine interconnected system

# 0 引言

电力网络系统是日常生活中应用非常广泛的系统,其稳定运行可以确保用电系统的正常工作。但是因为电力系统的组成较为复杂,其内部常会出现一些不寻常的混沌振荡行为,虽然这种振荡行为未必都会

使系统失稳,但是若不及时予以解决,会对电力系统的安全构成威胁,并且导致严重的后果。近年来,为了消除或抑制不正常振荡行为对电力系统造成的不良后果,人们对此展开了一系列的研究,并取得了较多的研究成果<sup>[1-2]</sup>。

#### 收稿日期: 2017-09-06

- **基金项目**:国家自然科学基金资助项目(11604094),湖南省自然科学基金资助项目(2017JJ2068),湖南省教育厅优秀 青年基金资助项目(15B065),湖南省研究生科研创新基金资助项目(CX2017B698)
- 作者简介:谷 飞(1993-),男,安徽马鞍山人,湖南工业大学硕士生,主要研究方向为复杂电路网络系统及其控制, E-mail: 964031019@qq.com
- 通信作者:方见树(1956-),男,湖南益阳人,湖南工业大学教授,主要从事凝聚态物理中的非线性问题,非线性动力学与混沌等方面的教学与研究, E-mail: fjs289@163.com

船舶电力系统的主要作用,是给海上航行的船只 提供用电需求,然而在其工作过程中,工作人员经常 观测到系统中出现一系列非周期的、随机的、不稳定 的混沌振荡现象,如果不及时进行控制,将会对船舶 电网的稳定运行造成极大威胁,严重时甚至会使电网 瘫痪<sup>[3-6]</sup>。

船舶电力系统和平常的电力系统有着很大的区 别,其特点和结构有着很大的差异,所以现有关于电 力系统的研究不适用于船舶电力系统,亦即当前对船 舶电力系统的混沌振荡缺乏有效的解决方法<sup>[7]</sup>。有些 文献虽然给出了舰船电力系统运动状态随参数改变 的过程,但是没有进行深入的数值分析<sup>[8]</sup>,从而无法 达到控制振荡的要求。为解决这一问题,本文提出一 种 Melnikov 混沌方法来应对船舶电力系统中的混沌 振荡行为,其主要操作过程如下:首先,应用理论解 析的方法得到系统的微扰解,然后用 Melnikov 混沌 判据判断出该微扰解是混沌解,即说明系统存在混沌 行为, 而从最后的数值计算结果中发现, 此类混沌行 为可以通过调节系统参数或初始、边界条件加以控 制,从数值仿真结果可以看出控制结果达到了设定控 制要求,系统处于稳定运行状态。上述方法将理论解 析和数值解析相结合,为船舶电力系统提供了一个新 的混沌控制方法。

# 1 两机互联电力网络系统模型的建立

船舶电力系统的结构与一般的电力系统的结构 存在很大的差异,主要体现在其主体结构是由多台发 电机组构成,并且多台机组同时运行,一起给船上的 设备供电。本文为了方便研究和建模,将多台机组共 同运行简化成两台机组共同运行。以两台机组为研究 对象,既可以使所得到的系统方程简化,也能代表整 个系统的运行状态。

首先,以单台发电机组为研究对象,写出其数学 模型,并且绘制单台机组的等效二阶电路模型,如图 1 所示。







$$\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} = \omega \,, \tag{1}$$

$$H\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = P_{\mathrm{m}} - P_{\mathrm{e}} - D\omega \ (2)$$

式(1)(2)中: $\delta$ 为转子运行角;

ω 为转子运行角速度;

 $P_{\rm m}$ 为输入机械功率;

 $P_e$ 为最大输出电磁功率;

D 为阻尼系数;

H为转动惯量。

建立单机数学模型后,考虑建立两机并联运行的 互联模型,如图2所示。



#### 图 2 两机互联模型

Fig. 2 Two-machine interconnected model

图 2 中,  $E_1 < \delta_1 \ \pi E_2 < \delta_2 \ D$ 别为系统中的两台发 电机的电势,  $R_1 \ \pi X_1 \ D$ 别为线路电阻和电抗,  $X'_{d1} \ \pi X'_{d2} \ D$ 别为两台发电机的同步电抗,由于船舶电力系 统中线路较短,故线路电阻非常小,可以忽略不计,

P、Q为系统负载。

两机互联模型中每台发电机的二阶模型如下:

$$\frac{\mathrm{d}\delta_i}{\mathrm{d}t} = \omega_i \,, \qquad (3)$$

$$H_{i} \frac{\mathrm{d}\omega_{i}}{\mathrm{d}t} = P_{\mathrm{m}i} - P_{\mathrm{e}i} - D_{i}\omega_{i} \circ \qquad (4)$$

为了方便研究,假设系统都采用同种型号的发 电机,因此所有发电机的参数相同,即有 $H_i=H$ ,  $D_i=D$ , i=1, 2,并记 $\delta=\delta_1-\delta_2$ ,  $\omega=\omega_1-\omega_2$ ,  $\delta_i$ 、 $\omega_i$ (i=1, 2) 分别为第i台发电机转子运行角和相对转速,则两机 互联系统具有以下形式<sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\tau} = \omega ,\\ H \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\tau} = P_{\mathrm{m}} - P_{\mathrm{e}} \sin \delta - D\omega \circ \end{cases}$$
(5)

式中:  $P_{m}=P_{m1}-P_{m2}$ ;

 $P_{e} = P_{e1} - P_{e2};$ 

*P<sub>mi</sub>、P<sub>ei</sub>*分别为第*i*台发电机输入机械功率和最大输出电磁功率。

当受到电磁功率扰动 Δ*P*·*P*<sub>e</sub>cos(βτ) 后,系统不稳 定,出现混沌振荡,此时系统的状态方程可以写成如 式(6)所示的形式:

$$\frac{d\delta}{d\tau} = \omega ,$$

$$H \frac{d\omega}{d\tau} = P_{\rm m} - P_{\rm e} \left[ 1 + \Delta P \cos(\beta \tau) \right] \sin \delta - D\omega \circ$$
(6)

对式(6)进行变量代換,可以令: $t = \tau \sqrt{P_e/H}$ 、  $y(t) = \sqrt{H/P_e} \cdot \omega(\tau) , x(t) = \delta(\tau), 则方程式(6)可以$ 简化为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = -\sin x - \lambda y + \rho + \mu \cos(\gamma t) \sin x \circ \end{cases}$$
(7)

式中:  $\lambda = D\sqrt{P_e/H}$ ;

$$\rho = P_{\rm m}/P_{\rm e};$$
  

$$\mu = \Delta P;$$
  

$$\gamma = \beta \sqrt{H/P_{\rm e}}$$

综合以上分析,可以得到两台机组并联系统的动 力学方程,下面采用理论解析方法对两机并联系统的 动力学行为进行分析。

# 2 动力学方程的 Melnikov 解析

本文所采用的解析方法主要是 Melnikov 混沌解 析,其主要思想是用 Melnikov 混沌判据来判断系统 方程的解是否为混沌解,即判断系统是否存在混沌行 为。而这主要体现在 Melnikov 函数是否存在简单零 点,若存在简单零点,则系统具有 Smale 马蹄变换意 义下的混沌属性<sup>[10]</sup>。

为了利用 Melnikov 方法对系统的状态方程进行 解析,将式(7)改写成式(8)的形式。

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = y ,\\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -\sin x + \varepsilon(t) \circ \end{cases}$$
(8)

其中:

$$\varepsilon(t) = -\lambda y + \rho + \mu \cos(\gamma t) \sin x_{\circ} \qquad (9)$$

式(9)中, $\lambda$ 、 $\mu$ 和 $\rho$ 的值均很小,因此可以将 函数 $\epsilon(t)$ 看作是一个周期微扰函数,则电力网络系统 的状态方程即式(7)所描述的系统可以被看成是一 个受扰动的 Hamilton 系统<sup>[11]</sup>。这里需要对式(8)进 行求解:可以先假设 $x_0(t) \neq \epsilon(t)=0$ 时无扰动情况下 的方程的解,即所谓的零级解,而 $x_1(t)$ 可以被看作 是扰动状态下解的矫正量,即一级解,系统的解是零 级解和一级解的复合。因此,式(8)的解可以被写 成如式(10)所示形式。

$$x(t) = x_0(t) + x_1(t), |x_1(t)| \ll |x_0(t)|_{\circ}$$
 (10)

接下来求出零级解和一级解。首先,将式(10) 代入式(8)和式(9)中,通过计算,得到系统的如 式(11)所示的零级无扰方程以及如式(12)所示的 一级微扰方程。

$$\begin{cases} \dot{x}_{0} = y_{0}(t), \\ \dot{y}_{0} = -\sin x_{0} \circ \end{cases}$$
(11)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1(t), \\ \dot{y}_1 = -\cos x_1 \sin x_0 + \varepsilon(t) \end{cases}$$
(12)

式中

$$\varepsilon(t) \approx -\lambda y_0 + \rho + \mu \cos \gamma \left(t + t_0\right) \sin x_{00} \quad (13)$$

对零级无扰方程(11)进行求解,可以得到如下 形式的解析解:

$$\begin{cases} x_0 = 2 \arcsin(\operatorname{th} t), \\ y_0 = 2 \operatorname{sech} t \circ \end{cases}$$
(14)

通过一种新的微扰求解方法,可以得到方程(12) 的具有积分形式的一般解,其表达式为<sup>[12]</sup>

$$x_{1}(t) = \psi_{2} \int_{A_{1}}^{t} \psi_{1} \varepsilon(t) dt - \psi_{1} \int_{A_{2}}^{t} \psi_{2} \varepsilon(t) dt_{\circ} \quad (15)$$

式中: $A_1$ 和 $A_2$ 是任意的常数;

 $\psi_1$ 和 $\psi_2$ 是当 $\epsilon(t)=0$ 时式(12)的两个特解,其 结果为

$$\begin{cases} \psi_{1} = \dot{x}_{0}(t) = \operatorname{sech} t , \\ \psi_{2} = \psi_{1} \int \psi_{1}^{-2} dt = \operatorname{sech} t \cdot \left(\frac{1}{2}t + \frac{e^{2t} - e^{-2t}}{8}\right) \circ & (16) \\ \text{where} \quad \text{where} \quad$$

将  $\psi_1$  和  $\psi_2$  代人  $x_1(t)$  中,可以得到原方程的一级 微扰解,由式(15)和(16)可以看出  $x_1(t)$  是无界的, 因为当  $t \rightarrow \infty$ 时,  $\psi_2$  为无穷大。这也表明了该非线性 电力网络系统是不稳定的,为了使系统趋于稳定,现 提出如下的充分必要条件,该条件可对系统的不稳定 性进行控制:

$$I_{\pm}(A) = \lim_{t \to \infty} \int_{A}^{t} \psi_{1} \varepsilon(t) dt \quad (18)$$

此处讨论上述条件的充分必要性。首先,当  $t \to \infty$ 时,函数 $\psi_2$ 是无界的,条件的必要性得证。充 分性的证明是将式(9)和 $\psi_2$ 的表达式及L'Hospital 法则<sup>[9]</sup>应用到式(15)和式(17)中。当 $t \to \infty$ 时,  $|x_1|和|\dot{x}_1|$ 分别有两个很小的上极限,因此等式(15) 在条件(18)下是有界的,至此,条件的充分必要性 证毕。

从式(18)中可发现,其还包含了 Melnikov 混 沌准则<sup>[12]</sup>,其形式如下:

$$M(t_{0}) = I_{+}(A) - I_{-}(A) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{1} \varepsilon(t) dt = 0_{\circ} \quad (19)$$

方程式(19)即所谓的 Melnikov 函数,当函数有简单零点时,系统的解也就是所谓的混沌解,即说明该电力网络系统存在混沌行为。将式(13)和 $\psi_1$ 的表达式代入式(19)中,可以得到具体的Melnikov 函数,为

$$M(t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} y_0 \left[ -\lambda y_0(t) + \rho + \mu \cos \gamma \left( t + t_0 \right) \sin x_0 \right] dt = 0 \circ$$
(20)

对式(20)进行积分计算,得

$$M(t_0) = -8\lambda + 2\pi\rho - 2\pi\mu\gamma^2 \operatorname{csch}(\pi\gamma/2) \sin(\gamma t_0) = 0_\circ$$
(21)

对上式进行变形,得

 $\sin(\gamma t_0) = (-4\lambda + \pi\rho) / (\pi\mu\gamma^2 \operatorname{csch}(\pi\gamma/2))_{\circ} \quad (22)$ 

上式中,左边是正弦函数,所以 M<sub>+</sub>(t<sub>0</sub>) 如果具有 简单零点,那么右端的绝对值要小于 1。式(22)中 右端公式的值和参数 λ、ρ、μ 有关,因此,可以通过 调节这些参数的值来对系统的混沌行为进行控制,下 面通过数值仿真印证这一结论。

## 3 数值仿真结果

上文中应用 Melnikov 数值解析的方法,判断出 两机互联系统内部存在混沌行为,并且给出了系统出 现混沌所需要的条件。通过分析,发现系统的混沌运 动可以通过调节系统参数来进行控制,因此,可以采 用数值仿真来印证这个结果。在式(7)中,选定参 数 $\lambda$ =0.4、 $\rho$ =0.2、 $\mu$ =1.3、 $\gamma$ =0.8,运用数值仿真软件 Mathematica可以得到电力网络系统的仿真结果,如 图 3 所示,其中 a 图为系统的混沌相轨道, b 图为系 统的混沌解 x 随时间 t 的演化曲线。





从图 3a 中可看出,系统的状态变化是杂乱无章 的,且有混沌吸引子特征,此结果表明两机互联系统 内部确实存在混沌行为,和前文得出的系统具有混沌 解的结果相印证。b 图所示混沌解随时间变化曲线也 是一条非周期性轨线,杂乱无章、无规律可循,体现 了混沌变化的复杂特征。但该非线性电力网络系统的 混沌可通过调节系统参数或改变系统初始边界条件 加以控制。下面调整方程(7)中参数μ和初始条件 以控制系统的混沌行为,使系统进入周期运动状态。 将系统参数μ设定为1.17,其他参数与图 3 中设定的 一样,可得如图 4 所示电力网络系统的仿真结果。





图 4a 是调节系统参数后所得系统的相轨道,从 图中可看出系统的相轨道由两个单周期轨道组成, 轨道变得有规律可循,且吸引子消失。从图 b 的状态 量 x 随时间的变化曲线中可看出系统的变化呈有规律 状态,这表明混沌状态得到了初步控制。为了更好地 对其进行控制,使系统进入单周期运动,可令参数 µ 等于 0.79,其它参数不变,通过仿真软件得到如图 5 所示的轨道图像。



parameter  $\lambda$ =0.4,  $\rho$ =0.2,  $\mu$ =0.79,  $\gamma$ =0.8

从图 5a 可以看出这是一个单周期的相轨道,表 明此时系统已由混沌状态完全进入了纯周期状态,混 沌行为已被完全控制。系统的解 x 随时间 t 的演化曲 线也从图 4b 所示的双周期曲线变成 5b 所示的纯周期 曲线。综上,可得出如下结论:对于电力网络系统内 部的混沌行为,可通过调节系统的参数进行有效控 制,系统参数的调节在控制系统的混沌方面有着非常 重要的作用。

从上文中的参数仿真可发现一个规律,参数μ在 混沌控制的过程中起着比较大的作用,该参数的值逐 渐变小时系统越来越趋于稳定。由于式(22)右端公 式的值不能大于1,在对式(22)右端进行变形时发 现:当固定λ、γ的值时,可通过式(22)得到系统 的混沌区域。令 $\lambda$ =0.4、 $\gamma$ =0.8,将其代入式(22)即 可得出该电路系统的混沌区域:

$$\frac{-0.8^2 \,\mu\pi \operatorname{csch}(\gamma\pi/2) + 1.6}{\pi} < \rho < \frac{0.8^2 \,\mu\pi \operatorname{csch}(0.8\pi/2) + 1.6}{\pi} \circ$$

(23)

为了使混沌区域更直观,可以利用 Mathematica 软件对其进行数值仿真。仿真得到的 λ=0.4、γ=0.8 时 系统的混沌区域图像如图 6 所示。



观察图 6 可以发现,由于系统参数是非负的,则 混沌区域在第一象限两条相交轨线的右方,其余是周 期运动的区域。当μ逐渐增大时,系统进入混沌状态, 并且系统的混沌运动随着参数ρ值的变化而发生变 化。可见,系统的运动状态由这两个参数共同作用, 此结论再次证明了系统参数在混沌抑制方面所起到 的重要作用。

### 4 结语

本文主要以船舶两机互联系统为研究对像,应用 Melnikov分析方法研究了系统的混沌运动。首先, 根据两机互联系统的结构,建立电力系统的动态方 程,再将该状态方程进行微分变换,将其看作是一个 受扰系统,则系统方程退化为一个简单的 Hamilton 系统,由 Hamilton 能量函数得知其解是两个异宿轨 道,利用 Melnikov 混沌判据,可得知该系统所发生 的非周期振荡实际上是一种混沌振荡,通过数值仿 真,从仿真图像可看出系统的确存在混沌运动。而从 混沌的控制条件中发现,系统参数的调节在对混沌运 动的控制方面起着非常重要的作用,所以可通过调节 系统参数来控制该系统的混沌行为。数值模拟结果表 明,该方法确实有效可行,并且这种控制混沌的方法 在其他物理系统中也可以得到很好的应用,对实际工 程也有着指导性意义。

#### 参考文献:

- [1] 卢强,孙元章.电力系统非线性控制[M].北京:科学出版社,1993:204-215.
  LU Qiang, SUN Yuanzhang. Nonlinear Control of Power System[M]. Beijing: Science Press, 1993: 204-215.
- [2] ZHOU Xuesong, LIU Xinfang, MA Youjie. The Study of Chaos Control in Power System[J]. Advanced Materials Research, 2012, 413: 74–78.
- [3] SHI Weifeng. Lyapunov Exponent Analysis of Chaotic Phenomena of Marine Power System[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2006, 39(13), 1497–1502.
- [4] LAL D K, SWARUP K S. Modeling and Simulation of Chaotic Phenomena in Electrical Power Systems[J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(1): 103–110.
- [5] 于东升.电力电子电路中的分岔、混沌及其应用研究
  [J].煤炭学报, 2012, 37(5): 889-890.
  YU Dongsheng. Research on Bifurcation, Chaos and Its Applications in Power Electronic Circuits[J]. Journal of China Coal Society, 2012, 37(5): 889-890.
- [6] 马西奎,李 明,戴 栋,等.电力电子电路与系统
   中的复杂行为研究综述 [J]. 电工技术学报,2006,21(12):1-11.

MA Xikui, LI Ming, DAI Dong, et al. Reviews of Research on Complex Behavior of Power Electronic Circuits and Systems[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2006, 21(12): 1–11.

 [7] 王家林,夏 立,吴正国,等.船舶电力系统相量测量单元多目标优化配置问题[J].高电压技术,2012, 38(5):1267-1273.
 WANG Jialin, XIA Li, WU Zhengguo, et al. Optimal Phasor Measurement Units Placement Considering Multi-Objectives in Shipboard Power System[J]. High Voltage Engineering, 2012, 38(5): 1267–1273.

- [8] 黄 健.船舶电力系统混沌现象研究 [D].上海:上海 海事大学,2005.
   HUANG Jian. Study on Chaotic Phenomena of Marine Power System[D]. Shanghai: Shanghai Maritime University, 2005.
- [9] 梁世清,王德明,刘维亭.基于 Lyapunov 指数的舰船电力系统稳定性分析 [J]. 舰船科学技术,2008,30(1):76-79.
  LIANG Shiqing, WANG Deming, LIU Weiting. Stability Analysis in Ship Electrical Power System

Based on Lyapunov Exponents[J]. Ship Science and Technology, 2008, 30(1): 76–79.

- [10] 刘曾荣. 混沌的微扰判据 [M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1996: 151-178.
  LIU Zengrong. Perturbation Criterion of Chaos[M].
  Shanghai: Shanghai Science and Technology Education Press, 1996: 151-178.
- [11] FANG Jianshu. Nonlinear Transport of Bose-Einstein Condensates in a Double Barrier Potential[J]. Chinese Physics B, 2008, 17(11): 3996-4001.
- [12] 谷 飞,方见树.含变容二极管电路系统的 Melnikov 混沌及其控制 [J]. 湖南工业大学学报,2016,30(5): 81-86.

GU Fei, FANG Jianshu. Melnikov Chaos and Its Control in a Varactor Diode Circuit System[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2016, 30(5): 81–86.

(责任编辑:廖友媛)