doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2017.05.011

齿面摩擦激励对面齿轮传动系统 振动特性的影响

冯仕伟,何国旗,王其雷,孙 能,邓澍杰

(湖南工业大学 机械工程学院,湖南 株洲 412007)

摘 要:以正交面齿轮传动系统为研究对象,建立了考虑齿面摩擦激励的面齿轮传动系统非线性动力 学模型,基于4~5阶的自适应变步长的龙格库塔法对该模型进行数值仿真求解,结合分岔图、时间历程图、 poincare 图等分析齿面摩擦系数对系统的振动特性的影响,并研究不同参数对系统响应发生倍周期分岔时摩擦 系数临界点的影响。结果表明:系统响应随齿面摩擦系数的增大依次呈现出单周期简谐响应、倍周期次谐响应、 混沌响应;面齿轮齿宽和圆柱齿轮驱动扭矩越大,系统响应发生倍周期分岔时的摩擦系数临界点数值越大,且 随着齿宽和驱动扭矩的增大,其摩擦系数临界点变化曲线斜率越小,驱动扭矩对其变化曲线斜率较齿宽影响大; 面齿轮齿数和系统齿侧间隙越大,系统响应发生倍周期分岔时的摩擦系数临界点数值越小,其摩擦系数临界点 变化曲线斜率随面齿轮齿数增大而减小,而齿侧间隙对其变化曲线斜率基本没有影响。

关键词: 面齿轮传动; 非线性动力学; 摩擦系数; 振动特性 中图分类号: TH132.41 文献标志码: A 文章编号: 1673-9833(2017)05-0065-07

Research on the Influence of Tooth Surface Friction on Nonlinear Vibration Characteristics of the Face-Gear Drive System

FENG Shiwei, HE Guoqi, WANG Qilei, SUN Neng, DENG Shujie (School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: Taking the orthogonal face gear drive system as the research object, a nonlinear dynamic model, in consideration of the tooth surface friction, has been established of the face gear drive system. A numerical simulation has been performed to solve the model by Runge Kutta method with variable step size adaptive 4~5 order based on the combination of bifurcation diagram, time history diagram, and poincare diagram to analyze the influence of the vibration characteristics of gear tooth friction coefficient on the system, followed by a study on the influence of different parameters with period doubling bifurcation on the critical point of friction coefficient. The results show that the response of the system increases positively with the increase of the friction coefficient of the tooth surface, successively making the system response in a state of a single period harmonic response, a period doubling subharmonic response and a chaotic response. The greater the gear tooth width and the driving torque of the cylindrical gear, the greater the critical coefficient of friction coefficient will be, with the system responding to the period doubling bifurcation. With the increase of tooth width and driving torque, the smaller the slope of the critical coefficient of the friction coefficient, the smaller the slope of the driving torque will be to the width of the tooth. The larger the number of face teeth and the

作者简介:冯仕伟(1993-),男,湖北石首人,湖南工业大学硕士生,主要研究方向为数字化制造理论与技术,

收稿日期: 2017-05-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51375159,51575533),湖南省自然科学基金(株洲联合)资助项目(2015JJ5020)

E-mail: 2278791919@qq.com

greater backlash of the system, the smaller the critical point of the friction coefficient of the system will be when the period doubling bifurcation occurs. The slope of the friction coefficient critical point change curve decreases with the increase of the gear teeth number, with no influence of the tooth side gap on the slope of its change curve.

Keywords: face-gear drive; nonlinear dynamics; friction coefficient; vibration characteristic

0 引言

面齿轮传动具有重合度高、噪声低、振动小等许 多优点,随着科技的不断发展,面齿轮传动因其独 特的分流特性,使得其在航空领域尤其是在新型战 斗直升机中的应用,表现出潜在的优势^[1-5]。齿轮传 动系统的振动和噪声一直是学界研究的重点,其中, 作为系统内部激励的齿面摩擦是齿轮非线性振动的 重要影响因素,其动态效应对系统振动、齿面磨损和 齿轮寿命有着密切影响。因此,有必要深入研究齿面 摩擦激励特性及其对系统动力学响应的影响。

目前,对于圆柱齿轮和锥齿轮传动系统的齿面摩 擦激励及其对系统动力学特性影响的分析,已有较多 学者进行了研究^[6-9]。靳广虎等^[10]建立了包含传递 误差的面齿轮传动系统振动模型,研究传递误差对系 统动态特性的影响;杨振等^[11-12]建立了含时变啮合 刚度、齿侧间隙和传递误差等因素的正交面齿轮传动 系统非线性动力学模型,分析了啮合频率、齿侧间隙、 时变啮合刚度、啮合阻尼和支撑刚度等参数对系统振 动特性的影响;但关于面齿轮齿面摩擦激励机理及其 对系统动力学特性影响的研究较少。

本文以正交面齿轮传动系统为研究对象,建立了 考虑齿面摩擦激励的系统非线性动力学模型,基于龙 格库塔法对该模型进行数值仿真求解,结合分岔图、 时间历程图、poincare 图等分析齿面时变摩擦系数对 系统振动特性的影响,并研究面齿轮齿数和齿宽、圆 柱齿轮驱动扭矩、系统齿侧间隙等参数对系统响应发 生倍周期分岔时摩擦系数临界点的影响。

1 面齿轮传动系统非线性动力学模型

根据集中参数理论建立面齿轮传动系统的动力 学模型,如图1所示。建模时进行以下处理:1)各 坐标轴没有摆转振动;2)轴向间误差对系统的影响 忽略不计;3)两齿轮采用具集中质量和转动惯量的 圆柱体模拟,支撑轴承采用弹簧模拟;4)齿轮轴为 刚性的,轴两端支撑等效处理到两齿轮轮心上。

所建立的模型以圆柱齿轮轴线为*X*轴,面齿轮 轴线为*Y*轴,两轴线交点为坐标原点,建立直角坐 标系 Σ (O, X, Y, Z) 。根据面齿轮传动特点和啮合原 理,圆柱齿轮无轴向作用力,面齿轮无径向作用力, 因此,只考虑两个坐标轴 Y、Z 方向上的阻尼和支撑, 整个系统共有 6 个自由度,分别为两齿轮轮心沿 Y、 Z 轴方向的平移自由度和转动自由度,表示为

$\begin{bmatrix} Y_{\rm p} \ Z_{\rm p} \ \theta_{\rm p} \ Y_{\rm g} \ Z_{\rm g} \ \theta_{\rm g} \end{bmatrix}^{\rm T}_{\circ}$

式中: Y_p 、 Z_p 分别为圆柱齿轮在 Y、Z方向的平移自 由度; θ_p 为圆柱齿轮的转动自由度; Y_g 、 Z_g 分别为面 齿轮在 Y、Z方向的平移自由度; θ_g 为面齿轮的转动 自由度。



图 1 面齿轮传动系统非线性动力学模型

Fig. 1 A nonlinear dynamic model of face-gear drive system

图 1 所示模型中: O_p 、 O_g 分别为圆柱齿轮和面 齿轮的轮心; T_p 、 T_g 分别为两个齿轮的扭矩; θ_p 、 θ_g 分别为两齿轮的扭角位移; k_{rp} 、 k_{zp} 分别为圆柱齿轮 在 Y、Z方向的轴支撑刚度; k_{rg} 、 k_{zg} 分别为面齿轮 Y、 Z方向的轴支撑刚度; K_h 为时变啮合刚度; c_{rp} 、 c_{zp} 分别为圆柱齿轮在 Y、Z方向的轴承支撑阻尼; c_{rg} 、 c_{zg} 分别为面齿轮在 Y、Z方向的轴承支撑阻尼; c_h 为 啮合阻尼; b_{rp} 、 b_{zp} 分别为圆柱齿轮在 Y、Z方向的 轴承径向间隙; b_{rg} 、 b_{zg} 分别为面齿轮在 Y、Z方向 的轴承径向间隙; b_h 为齿轮副法相间隙; e_h 为静态 传递误差。

2 齿面时变摩擦力分析

在啮合中,齿面摩擦力的方向始终相切于两齿轮

的啮合齿面,即与啮合线的方向垂直,如图2所示, 其中 ω_p 、 ω_g 分别为圆柱齿轮和面齿轮的角速度。节 点 P处的摩擦力因相对滑动速度为零的原因而也等 于零,且因过节点P处的相对滑动速度方向发生改 变的缘故摩擦力方向也会发生改变^[13]。因此,即使 啮合力保持不变,啮合齿轮对间的摩擦力也会发生 周期性改变。



图 2 齿面摩擦力分析 Fig. 2 An analysis of tooth face friction force

基于 Coulomb 摩擦定律, 摩擦力大小正比于正 压力,可得啮合点 *M* 处的摩擦力为^[14]

$$F_{\rm f}(t) = u(t)F_{\rm n}\,{\rm sign}(M)_{\circ} \qquad (1)$$

式中: *u*(*t*) 为时变摩擦系数; *F*_n 为啮合点处法向正压力; sign(*M*) 为符号函数; 可定义为

$$sign(M) = \begin{cases} 1 , & M 点 在节点 P 上部; \\ 0 , & M 点 在节点 P L; \\ -1 , & M 点 在节点 P 下部。 \end{cases}$$
 (2)

3 面齿轮传动系统非线性动力学微分 方程

因振动位移和误差,两齿轮齿面沿啮合点法向方 向在啮合点处产生的相对位移 *λ*_n 为

$$\lambda_{n} = (r_{p}\theta_{p} - r_{g}\theta_{g})\cos a_{n} + (Z_{p} - Z_{g})\cos a_{n} + (Y_{p} + Y_{g})\sin a_{n} - e_{h}(t), \qquad (3)$$

式中: r_p 、 r_g 分别为圆柱齿轮和面齿轮啮合点半径, $r_p=mz_1/2$, $r_g=mz_2/2$, 其中, z_1 为圆柱齿轮齿数, z_2 为 面齿轮齿数; α_n 为两齿轮的法向压力角; $e_n(t)$ 为静态 传递误差。

由于制造和安装过程中会产生误差,使啮合齿廓 在传动过程中发生偏离而产生位移型激励,在不具备 试验测试情况下,采用近似的简谐函数对静态传递误 差进行模拟。数学表达式如下:

$$e_{\rm h}(t) = e_0 + e_{\rm r} \cos\left(\omega_{\rm h} t + \phi_{\rm e}\right) \,. \tag{4}$$

式中: e_0 为静态传递误差常量; e_r 为静态传递误差变量幅值; ω_h 为啮合频率; ϕ_c 为初始相位角。

根据受力分析,由牛顿定律可以得知啮合齿轮间的法向动载荷 *F*_n及其沿坐标轴的分力 *F*_y、*F*_z分别为:

$$\begin{cases} F_{n} = K_{h}(t) f(\lambda_{n}) + c_{h} \dot{\lambda}_{n}, \\ F_{Y} = F_{n} \sin a_{n}, \\ F_{Z} = F_{n} \cos a_{n} \circ \end{cases}$$
(5)

式中: $K_{h}(t)$ 为时变啮合刚度; $f(\lambda_{n})$ 为间隙函数, 可 定义为

$$f(\lambda_{n}) = \begin{cases} \lambda_{n} - b_{n}, & \lambda_{n} > b_{h}; \\ 0, & -b_{h} \leq \lambda_{n} \leq b_{h}; \\ \lambda_{n} + b_{h}, & \lambda_{n} < -b_{h}^{\circ} \end{cases}$$
(6)

其中λ_n为相对位移。

考虑到齿轮轴的轴承支承同样存在一定的间隙, 可以使用相同的间隙函数 *f*(*I*, *j*) 表示,则轴承支撑沿 *Y*、*Z*方向的支撑力 *F*_{*l*}可表示为:

$$F_{Ii} = k_{Ii} f(I, j), \qquad (7)$$

式中: *I*为方向,可取值为 *Y*和 *Z*; *j*为齿轮类别,可 取值为 p 和 g (p 代表圆柱齿轮,g 代表面齿轮); *k_i*为在 *I* 方向上齿轮 *j* 受到的支撑刚度。

面齿轮空载重合度一般在 1.6~1.8,在单双齿啮 合区域的交替处齿轮副综合啮合刚度会发生阶跃性 突变;由于单双齿啮合区交替出现的影响,会使轮齿 变形具有周期性,进而使齿轮副综合啮合刚度产生周 期变化,可将其理解为由平均分量和单频的交变分量 组成,数学表达式如下:

$$K_{h}(t) = K_{m} + K_{r} \cos(\omega_{h} t + \phi_{k}),$$
 (8)
式中: K_{m} 为综合啮合刚度平均值; K_{r} 为啮合刚度波
动幅值: ϕ_{k} 为初始相位角。

因此根据牛顿定律,图1所建立的面齿轮传动系统的振动动力学微分方程为:

$$\begin{cases} m_{p} \ddot{Y}_{p} + c_{Yp} \dot{Y}_{p} + k_{Yp} f(Y_{p}) = F_{Y} + \mu F_{n} \operatorname{sign}(M) \cos a_{n}, \\ m_{p} \ddot{Z}_{p} + c_{Zp} \dot{Z}_{p} + k_{Zp} f(Z_{p}) = F_{Z} + \mu F_{n} \operatorname{sign}(M) \sin a_{n}, \\ J_{p} \ddot{\theta}_{p} = T_{p} + \mu F_{n} \operatorname{sign}(M) r_{p} \cos a_{n} - F_{Z} r_{p}, \\ m_{g} \ddot{Y}_{g} + c_{Yp} \dot{Y}_{g} + k_{Yp} f(Y_{g}) = -F_{Y} - \mu F_{n} \operatorname{sign}(M) \cos a_{n}, \\ m_{g} \ddot{Z}_{g} + c_{Zg} \dot{Z}_{g} + k_{Zg} f(Z_{g}) = -F_{Z} - \mu F_{n} \operatorname{sign}(M) \sin a_{n}, \\ J_{g} \ddot{\theta}_{g} = -T_{g} - \mu F_{n} \operatorname{sign}(M) r_{g} \cos a_{n} + F_{Z} r_{g} \circ \end{cases}$$

式中: m_p 、 m_g 分别为圆柱齿轮和面齿轮的集中质量; J_p 、 J_g 分别为圆柱齿轮和面齿轮的转动惯量; μ 为齿面摩擦系数。

以两齿轮齿面沿啮合点法向方向在啮合点处产 生的相对位移λ_n作为面齿轮传动系统新的自由度, 对式(9)进行量纲一化处理,得出面齿轮传动系统 无量纲化非线性动力学微分方程:

$$\begin{cases} \ddot{Y}_{p}+2\xi_{Y_{p}}\dot{Y}_{p}-2\left[\sin a_{n}+\sin \left(M\right)\mu\cos a_{n}\right]\xi_{hp}\dot{\lambda}+\Psi_{Y_{p}}f\left(Y_{p}\right)-\left[\sin a_{n}+\sin \left(M\right)\mu\cos a_{n}\right]\Psi_{hp}f\left(\lambda\right)=0,\\ \ddot{Z}_{p}+2\xi_{Z_{p}}\dot{Z}_{p}-2\left[\cos a_{n}+\sin \left(M\right)\mu\sin a_{n}\right]\xi_{hp}\dot{\lambda}+\Psi_{Z_{p}}f\left(Z_{p}\right)-\left[\cos a_{n}+\sin \left(M\right)\mu\sin a_{n}\right]\Psi_{hp}f\left(\lambda\right)=0,\\ \ddot{Y}_{g}+2\xi_{Y_{g}}\dot{Y}_{g}-2\left[\sin a_{n}+\sin \left(M\right)\mu\cos a_{n}\right]\xi_{hg}\dot{\lambda}+\Psi_{Y_{g}}f\left(Y_{g}\right)-\left[\sin a_{n}+\sin \left(M\right)\mu\cos a_{n}\right]\Psi_{hg}f\left(\lambda\right)=0,\\ \ddot{Z}_{g}+2\xi_{Z_{g}}\dot{Z}_{g}-2\left[\cos a_{n}+\sin \left(M\right)\mu\sin a_{n}\right]\xi_{hg}\dot{\lambda}+\Psi_{Z_{g}}f\left(Z_{g}\right)-\left[\cos a_{n}+\sin \left(M\right)\mu\sin a_{n}\right]\Psi_{hg}f\left(\lambda\right)=0,\\ \ddot{\lambda}-\sin a_{n}\ddot{Y}_{p}+\sin a_{n}\ddot{Y}_{g}-\cos a_{n}\ddot{Z}_{p}+\cos a_{n}\ddot{Z}_{g}+\cos a_{n}^{2}\xi_{h}\dot{\lambda}+\cos a_{n}^{2}\psi f\left(\lambda\right)=\Gamma_{Y_{p}}+\Gamma_{Y_{g}}+\Gamma_{Z_{p}}+\Gamma_{Z_{g}}-\Gamma_{e}\circ\end{cases}$$

$$\mathbb{E} (\mathbb{H}_{\mathbf{h}} : \lambda = \frac{\lambda_{\mathbf{n}}}{b_{\mathbf{h}}} ; m_{\mathbf{e}} = \frac{J_{\mathbf{p}} J_{\mathbf{g}}}{r_{\mathbf{p}}^2 J_{\mathbf{g}} - r_{\mathbf{g}}^2 J_{\mathbf{p}}} ; \omega_{\mathbf{n}} = \sqrt{\frac{K_{\mathbf{m}}}{m_{\mathbf{e}}}}$$

$$\xi_{ij} = \frac{c_{ij}}{2m_j\omega_n}; \ \xi_{hj} = \frac{c_h}{2m_j\omega_n}; \ \xi_h = \frac{c_h}{2m_e\omega_n}; \ \tau = \omega_n t;$$

 $m_{\rm e}b_{\rm h}\omega_{\rm n}^2$

$$\vartheta = \frac{\omega_{\rm h}}{\omega_{\rm n}} ; \ \psi_{lj} = \frac{\kappa_{lj}}{m_j \omega_{\rm n}^2} ; \ \psi_{\rm hj} = \frac{K_{\rm h}(\tau)}{m_j \omega_{\rm n}^2} ;$$
$$\psi_{\rm h} = 1 + \frac{K_{\rm r} \cos(\vartheta \tau + \phi_{\rm k})}{2} ; \ \Gamma_{lj} = \frac{F_{lj}}{m_j \omega_{\rm n}^2} ;$$

 $m_{\rm e}\omega_{\rm n}^{2}$

 $\Gamma_{\rm e} = -e_{\rm r} \vartheta^2 \cos\left(\vartheta \tau + \phi_{\rm k}\right) / b_{\rm h^{\,\circ}}$

4 齿面摩擦系数对系统周期和混沌的 影响

面齿轮传动系统的主要参数如表 1 所示。取无 量纲频率 θ =0.5,摩擦系数 μ 在 0~0.1 范围内变化, 采用 Matlab 的 4~5 阶自适应变步长的龙格库塔法 (ode45)求解系统微分方程,求解步长设置为 *T*/500 (*T*=2 π / θ),得出摩擦系数不断变化时系统在啮合 点的法向相对位移响应的分岔图,如图 3 所示。

表 1 面齿轮传动系统主要参数 Table 1 Main parameters of the face-gear system

参数	数值	参数	数值	参数	数值
圆柱齿轮齿数 z1	23	圆柱齿轮转动惯量 $J_p/(kg \cdot m^2)$	3.35×10^{-3}	齿轮副法相间隙 b _h /μm	200
面齿轮齿数 z ₂	90	面齿轮转动惯量 $J_g/(kg \cdot m^2)$	1.32	圆柱齿轮 Y 向轴承径向间隙 b _{yp} /µm	100
齿宽 b/mm	24	啮合刚度均值 $K_m/(N \cdot m^{-1})$	3.5×10^{8}	面齿轮 Y 向轴承径向间隙 $b_{yg}/\mu m$	100
模数 m/mm	5	啮合刚度波动值 $K_r/(N•m^{-1})$	0.6×10^{8}	圆柱齿轮 Z 向轴承径向间隙 b _{zp} /µm	100
驱动转矩 T _p /(N•m)	300	圆柱齿轮 Y 向轴承支撑刚度 $k_{yp}/(N \cdot m^{-1})$	2.7×10^{8}	面齿轮 Ζ 向轴承径向间隙 b _{zg} /μm	100
负载转矩 Tg/(N•m)	1 400	面齿轮 Y 向轴承支撑刚度 $k_{yg}/(N \cdot m^{-1})$	3.1×10^{8}	圆柱齿轮 Y 向轴承支撑阻尼 $c_{Yp}/(N \cdot s \cdot m^{-1})$	0.3×10^4
圆柱齿轮质量 m _p /kg	2.26	圆柱齿轮 Z 向轴承支撑刚度 $k_{Zp}/(N•m^{-1})$	4.6×10^{8}	面齿轮 Y 向轴承支撑阻尼 c _{yg} /(N•s•m ⁻¹)	1.65×10^4
面齿轮质量 mg/kg	30.88	面齿轮 Z 向轴承支撑刚度 k _{Zg} /(N•m ⁻¹)	4.9×10^{8}	圆柱齿轮 Z 向轴承支撑阻尼 $c_{Zp}/(N \cdot s \cdot m^{-1})$	0.3×10^4
压力角 α _n /(°)	20	静态传递误差均值 e₀/μm	0	面齿轮 Z 向轴承支撑阻尼 c _{zg} /(N•s•m ⁻¹)	1.65×10^4
啮合阻尼 $c_h/(N•s•m^{-1})$	0.55×10^{4}	静态传递误差波动幅值 e,/µm	15	啮合频率 ω _b /Hz	0.5



图 3 摩擦系数 μ 变化时系统响应分岔图 Fig. 3 A bifurcation diagram of system response with a

changing friction coefficient μ

由图3可知,系统响应随着摩擦系数的增大依次呈现出单周期简谐响应、倍周期次谐响应、混沌 响应。当摩擦系数继续增大时,混沌区域也随之相 应扩大,系统响应表现出波动幅值较大、混乱无序 的运动状态。 当摩擦系数 μ 为 0.025 时,系统呈现单周期简谐 响应,具体的变化情况如图 4 所示,此时系统的时 间历程图为单周期简谐运动,ponicare 截面图为 1 个 离散点。当摩擦系数 μ 增大到 0.048 时,系统开始呈 现倍周期分岔现象。当摩擦系数 μ 为 0.048~0.055 时, 系统呈现 2 倍周期次谐响应,具体情况如图 5 所示, 此时系统的时间历程图为 2T 的周期运动,poincare 截面图为 2 个离散点。当摩擦系数 μ 为 0.055~0.062 时,系统呈现 4 倍周期次谐响应,如图 6 所示,此 时系统时间历程表现为 4T 周期运动,ponicare 截面 图为 4 个离散点。当摩擦系数 μ 继续增大,系统依 次呈现 8,16,…倍周期次谐响应,对应的时间历程 图依次为 8T,16T,…周期运动,ponicare 截面图依次 为 8,16,…个离散点,最终呈现出混沌响应,如图 7 所示。



the friction coefficient μ =0.05





根据以上分析可知,齿面摩擦系数对面齿轮传动

系统振动特性有重要影响,齿面摩擦激励的存在进一 步增强了面齿轮传动系统的非线性振动响应特性。

不同参数对系统响应发生倍周 5 期分岔时摩擦系数临界点的影响

为研究面齿轮齿数和齿宽、圆柱齿轮驱动扭矩、

系统齿侧间隙等参数对系统响应发生倍周期分岔时 摩擦系数临界点的影响,以面齿轮齿数和齿宽、圆柱 齿轮驱动扭矩、系统齿侧间隙等参数分别作为单一变 量进行分析,如表2所示。其余参数取表1中的数据, 得出不同参数下系统响应发生倍周期分岔时摩擦系 数临界点的数值,如图8所示。



c)不同的圆柱齿轮驱动扭矩

响,得出了相应规律:

 1)齿面摩擦系数对面齿轮传动系统的振动特性 有重要影响,系统响应随齿面摩擦系数的增大依次呈 现出单周期简谐响应、倍周期次谐响应、混沌响应;

2)面齿轮齿宽和圆柱齿轮驱动扭矩越大,系统 响应发生倍周期分岔时的摩擦系数临界点数值越大, 且随着齿宽和驱动扭矩的增大,其摩擦系数临界点变 化曲线斜率越小,驱动扭矩对其变化曲线斜率较齿宽 影响大;

3)面齿轮齿数和系统齿侧间隙越大,系统响应 发生倍周期分岔时的摩擦系数临界点数值越小,其摩 擦系数临界点变化曲线斜率随面齿轮齿数增大而减 小,而齿侧间隙对其变化曲线斜率基本没有影响。

参考文献:

- LITIVIN F L, ZHANG Y, WANG J C, et al. Design and Geometry of Face-Gear Drive[J]. Journal of Mechanical Design, 1992, 114(4): 642-647.
- [2] HANDSCHUH R, LEWICKI D, BOSSLER R. Experimental Tesing of Prototype Face-Gears for Helicopter Transmissions[R]. Solihull: NASA Technical Memorandum 105434, 1992: 1–10.
- [3] LITVIN F L, CHEN N X, CHEN J S, et al. Computerized Deter-Mination of Curvature Relations and Contacr Ellipse for Conjugate Surfaces[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 1995, 125(1/2/3/4): 151–170.
- [4] 王其雷,何 瑛,何国旗,等.基于ANSYS Workbench的面齿轮固有特性分析 [J]. 湖南工业大学 学报, 2016, 30(1): 1-5.
 WANG Qilei, HE Ying, HE Guoqi, et al. Analysis on Natural Vibration Characteristics of Face-Gear Drive Based on ANSYS Workbench[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2016, 30(1): 1-5.
- [5] 孙 能,何 瑛,何国旗,等.面齿轮等温点接触弹流润滑分析[J].湖南工业大学学报,2016,30(1): 6-10.
 SUN Neng, HE Ying, HE Guoqi, et al. Analysis of Contact Elastohydrodynamic Lubrication on Isothermal Point of Face-Gear[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2016, 30(1): 6-10.
- [6] 张 靖,陈兵奎,康传章,等.计及齿面摩擦的直齿轮 动力学分析 [J]. 振动与冲击,2012,31(21):126-132. ZHANG Jing, CHEN Bingkui, KANG Chuanzhang, et al. Dynamic Analysis on the Spur Gears Considering Friction Effect[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012,31(21):126-132.
- [7] 李文良, 王黎钦, 常山, 等. 齿面摩擦对齿轮系统谐波共振的影响[J]. 吉林大学学报(工学版),
 2013, 43(5): 1290-1294.
 LI Wenliang, WANG Liqin, CHANG Shan, et al.

Impact of Tooth Surface Fraction on Harmonic Resonance of Gear System[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2013, 43(5): 1290–1294.

- [8] 王 一,王奇斌,张义民.基于齿面摩擦的斜齿轮传 动动力学特性分析 [J]. 机械设计与制造,2013(10): 22-25.
 WANG Yi, WANG Qibin, ZHANG Yimin. Helical Gear System Dynamic Character Analysis Based on Sliding Friction[J]. Machine Design & Manufacture, 2013(10): 22-25.
- [9] 冯治恒. 螺旋锥齿轮多体自由度非线性动力学研究
 [D]. 重庆: 重庆大学, 2010.
 FENG Zhiheng. Research on Multi-Body Multi-DOF Nonlinear Dynamic of Helical Bevel Gear[D].
 Chongqing: Chongqing University, 2010.
- [10] 靳广虎,朱如鹏,朱自冰,等.正交面齿轮传动系统的耦合振动分析 [J]. 机械科学与技术, 2009, 28(1): 124-132.
 JIN Guanghu, ZHU Rupeng, ZHU Zibing, et al. Analysis of the Coupling Vibration of a Face Gear

Transmission System[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2009, 28(1): 124–132.

- [11] 杨 振,王三民,范叶森,等.面齿轮传动系统参数 激励振动特性分析[J].重庆大学学报(自然科学版), 2011, 34(1): 26-35.
 YANG Zhen, WANG Sanmin, FAN Yesen, et al. Vibration Characteristics of Face-Gear Transmission System with Parametric Excitation[J]. Journal of Chongqing University(Natural Science Edition), 2011, 34(1): 26-35.
- [12] 杨 振,王三民,范叶森,等.正交面齿轮传动系统 非线性振动特性研究 [J].振动与冲击,2010,29(9), 218-221.
 YANG Zhen, WANG Sanmin, FAN Yesen, et al. Nonlinear Dynamics of Face-Gear Transmission System[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(9), 218-221.
- [13] 严宏志,胡威,何国旗.考虑表面粗糙度的面齿轮齿面接触应力分析[J]. 机械设计与研究, 2012, 28(4): 58-65.
 YAN Hongzhi, HU Wei, HE Guoqi. Contact Stress Analysis of Face-Gear Drive with Considering the Surface Roughness[J]. Machine Design and Research, 2012, 28(4): 58-65.
- [14] 李 龙. 正交面齿轮传动的润滑分析 [D]. 南京: 南京 航空航天大学, 2007.

LI Long. The Analysis of Lubrication of Orthogonal Face-Gear Drive System[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007.

71

(责任编辑:申 剑)