

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2017.04.001

正交面齿轮数控磨削齿面误差修正研究

方曙光, 明兴祖, 王红阳, 罗 旦

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘 要: 首先, 基于面齿轮的啮合原理和数控磨削展成坐标系之间的变换关系, 建立了面齿轮的齿面数学模型, 并对面齿轮齿面进行 5×9 网格划分和节点坐标理论值计算; 然后, 采用三坐标测量机测出了磨削齿面节点的坐标测量值, 通过对齿面误差的分析和分解, 得到了齿面网格节点处的齿面偏差值; 最后, 建立了齿面误差的识别方程, 并提出采用序列二次规划方法, 对机床加工参数进行优化求解, 从而完成了对面齿轮齿面误差的修正。齿面误差修正结果表明, 齿面工作区域部分的齿面误差总体趋于平稳, 即修正后的齿面误差得到了明显的改善, 但是靠近齿面的过渡区域还需要进一步完善。

关键词: 面齿轮; 齿面误差; 三坐标测量; 磨削参数; 序列二次规划

中图分类号: TP215

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2017)04-0001-07

Study on Tooth Surface Error Correction of NC Grinding of Orthogonal Face Gears

FANG Shuguang, MING Xingzu, WANG Hongyang, LUO Dan

(School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: Firstly, based on the meshing principle and the transformation relationship between generating coordinate system of NC grinding, the mathematical model of tooth surface of face gears can be derived, followed by a division of the tooth surface grids of face gear in 5×9 , and a calculation of the theoretical coordinate values of nodes. Then three coordinate measuring machines (CMM) are used to measure the coordinate values of the grinding tooth surface joints, and tooth surface deviations of grid nodes can be obtained by analyzing and decomposing the tooth surface error. With the identification equation of the tooth surface error having been established, the sequential quadratic programming (SQP) method has been proposed to optimize the machining parameters of the machine tool, thus completing the correction of the tooth surface error of the opposite gears. The result of tooth surface error correction shows that the error of tooth surface in the working area tends to be stable, and the corrected tooth surface error is obviously improved, but the transition area near the tooth surface needs further improvement.

Keywords: face gear; tooth surface deviation; coordinate measuring machine(CMM); grinding parameter; sequential quadratic programming(SQP)

收稿日期: 2017-05-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51375161), 湖南省自然科学基金资助项目(2017JJ4023)

作者简介: 方曙光(1991-), 男, 湖北黄冈人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为数字化制造技术,

E-mail: 858211527@qq.com

通信作者: 明兴祖(1964-), 男, 湖南临澧人, 湖南工业大学教授, 博士, 硕士生导师, 主要从事数字化制造与装备技术方面的教学与研究, E-mail: mxz9036@126.com

1 研究背景

面齿轮传动是一种圆柱齿轮与圆锥齿轮啮合的齿轮传动方式,它具有结构紧凑、重合度大、传动平稳等优势^[1-2]。磨削作为面齿轮的最后一道加工工序,以形成面齿轮的最终齿面几何形状、微观形貌和表层性态,其优劣决定了面齿轮的使用性能和寿命。但是综观已有研究,对于磨削后面齿轮的精度(如齿面的几何精度等)要求,目前还无统一的标准。

1) 国外已有研究

国外对于面齿轮制造技术方面的研究相对于国内该方面的研究起步较早,且国外已有研究中常采用齿轮测量仪对面齿轮的齿面偏差进行测量,以评判面齿轮的精度。

F. L. Litvin 等人^[3]较早地提出了面齿轮磨削加工理论,并且建立了面齿轮磨削加工机构。

G. Goch^[4]对相关圆柱齿轮(如直齿轮、斜齿轮)、螺旋锥齿轮的精度测量方法及其特点进行了综述,通过对比分析各测量方法,认为三坐标测量方法具有较大优势,并指出了该测量方法的优越性。

T. Pfeifer 等人^[5]利用三坐标测量机测量了螺旋锥齿轮的齿面三维坐标数据,并据此开发了算法程序以补偿测头导致的误差,且在此基础上分析了含齿形修形、鼓形修形及制造误差的0阶、1阶、2阶偏差。

2) 国内已有研究

国内对于面齿轮的研究相对较晚,尚处于起步阶段,因而对于面齿轮齿面偏差方面的研究相对较少,但是也取得了一定的成果。

王延忠等人^[6]的研究中,提出了在齿轮测量仪 KLINGE-INBERGP100 上对齿轮齿形进行偏差测量,为面齿轮精度的评定提供了依据。

王小椿等人^[7]提出了三坐标测量方法。其研究中不仅给出了 Gleason 制螺旋锥齿轮的理论齿面模型,且用差曲面描述了三坐标测量机测量得到的实际齿面到理论齿面的偏差,提出了一种利用差曲面特征参数修正机床调整参数的新方法,以有效提高齿面几何精度。

王军^[8]对双曲面齿轮齿面加工精度控制方法进行了深入研究,其应用差曲面的空间参数对螺旋锥齿轮齿面误差进行了修正。

王志等人^[9]研究了采用坐标测量机测量面齿轮齿面误差时由于测量坐标系和面齿轮设计坐标系不重合造成的误差,分析了坐标测量机测头直径对测量误差的影响。

相对于其他的齿轮测量仪器,三坐标测量仪既可

以通过测量软件对齿面误差进行测量,还可以通过误差分析得到各种误差信息。因此,本文拟通过三坐标测量仪得到面齿轮齿面的测量实际数据和齿面偏差,并对建立的齿面误差识别方程求解,以达到减小面齿轮齿面误差的目的。

2 面齿轮齿面数学模型和齿面网格节点计算

本研究在六轴五联动的数控磨齿机 QMK50A 上,采用蝶形砂轮磨削正交面齿轮,面齿轮的材料选用 18Cr2Ni4WA,其基本参数如表 1 所示。

表 1 正交面齿轮基本参数

Table 1 Basic parameters of orthogonal face gears

序号	参数名称	参数值	序号	参数名称	参数值
1	齿数	60	5	齿根系数	1.25
2	模数/mm	3.5	6	外半径/mm	120
3	压力角/(°)	20	7	内半径/mm	102.5
4	齿顶系数	1.00	8	齿宽/mm	17.5

2.1 齿面数学模型的建立

根据碟形砂轮的磨削面齿轮原理,其虚拟插齿刀是替代小圆柱齿轮与面齿轮啮合展成加工出面齿轮齿面的,因而其渐开线圆柱齿轮的齿面方程可以用于表示刀具的齿面方程^[9]。渐开线刀具的齿廓截面参数如图 1 所示。

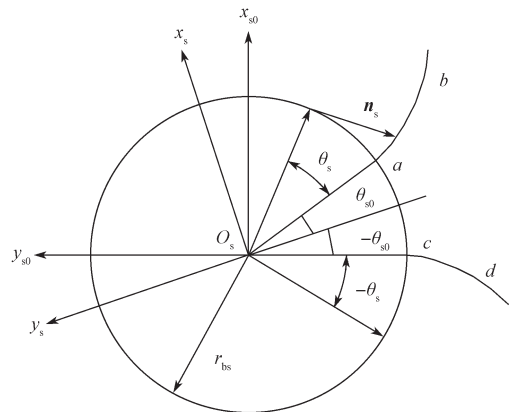


图 1 渐开线刀具齿廓截面参数

Fig. 1 Tooth profile section parameters of the involute cutter

如图 1 所示的渐开线刀具齿廓截面参数设置中,设渐开线上任意一点的法矢为 n_s ,插齿刀具的基圆半径为 r_{bs} ,任意一点的法矢与基圆切点到渐开线起始点之间的圆心角为 θ_s ,刀具在齿槽上的对称线和渐开线起始点之间的夹角为 θ_{s0} , ab 和 cd 是分别对应于刀具两侧齿槽的渐开线, u_s 为沿刀具轴线 Z_s 的齿宽参数。

根据以上的参数设置, 可以得出渐开线刀具的齿面方程 r_s 为

$$r_s(u_s, \theta_s) = \begin{bmatrix} \pm r_{bs} [\sin(\theta_{s0} + \theta_s) - \theta_s \cos(\theta_{s0} + \theta_s)] \\ -r_{bs} [\cos(\theta_{s0} + \theta_s) + \theta_s \sin(\theta_{s0} + \theta_s)] \\ u_s \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中: “ \pm ” 分别对应于渐开线 ab 和渐开线 cd ;

$$\theta_{s0} = \frac{\pi}{2} N_s - (\tan \alpha_s - \alpha_s), \text{ 其中, } N_s \text{ 为插齿刀具}$$

的齿数, α_s 为插齿刀具的压力角。

渐开线刀具齿面上任意一点的单位法矢 n_s 可以表示如下:

$$n_s = \begin{bmatrix} n_{sx} \\ n_{sy} \\ n_{sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mp \cos(\theta_{s0} + \theta_s) \\ -\sin(\theta_{s0} + \theta_s) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

面齿轮的展成坐标系如图 2 所示。在图 2 所示面齿轮展成坐标系中, 对面齿轮和插齿刀具的运动坐标系做了重合处理。其中: $S_m - O_m x_m y_m z_m$ 和 $S_p - O_p x_p y_p z_p$ 均为固定坐标系, 也是辅助坐标系; $S_2 - O_2 x_2 y_2 z_2$ 和 $S_s - O_s x_s y_s z_s$ 分别是面齿轮和插齿刀具固联的坐标系; γ_m 为面齿轮和插齿刀具轴线间的夹角; φ_2

和 φ_s 分别表示加工时面齿轮和插齿刀具各自的转角。

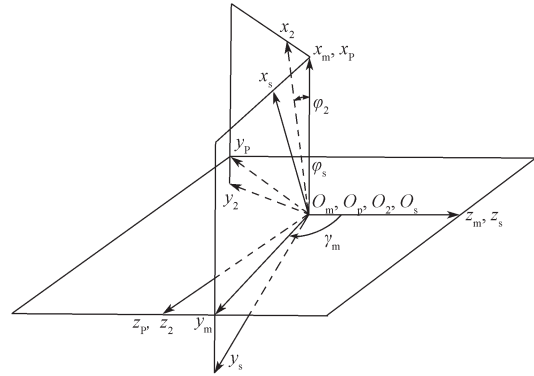


图 2 面齿轮的展成坐标系

Fig. 2 Generating coordinate system of face gears

插齿刀具坐标系 S_s 到面齿轮坐标系 S_2 间的变换矩阵如下:

$$M_{2s} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 \cos \varphi_s & -\sin \varphi_s \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_s & 0 \\ -\sin \varphi_2 \cos \varphi_s & \sin \varphi_s \cos \varphi_2 & -\cos \varphi_2 & 0 \\ \sin \varphi_s & \cos \varphi_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

根据齿轮啮合原理和坐标系转换方法, 将插齿刀具齿面方程进行转换, 得到面齿轮的齿面方程, 为

$$\bar{r}_2(\theta_s, \varphi_s) = \begin{bmatrix} r_{bs} [\cos \varphi_2 (\sin \varphi_0 \mp \cos \varphi_0) - \sin \varphi_2 / (i_{2s} \cos \varphi_0)] \\ -r_{bs} [\sin \varphi_2 (\sin \varphi_0 \mp \cos \varphi_0) + \cos \varphi_2 / (i_{2s} \cos \varphi_0)] \\ -r_{bs} (\cos \varphi_0 \pm \theta_s \sin \varphi_0) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

式 (3) ~ (4) 中:

$$\varphi_2 = i_{2s} \varphi_s;$$

$$\varphi_0 = \varphi_s \pm (\theta_{s0} + \theta_s);$$

i_{2s} 为面齿轮与刀具的传动比;

$$r_{bs} = m \cdot N_s \cdot \cos(\alpha_s) / 2, \text{ 其中 } m \text{ 为刀具模数。}$$

2.2 面齿轮齿面的网格划分与节点计算

面齿轮是复杂的齿面, 为能准确计算出齿面坐标的理论值, 并且对其进行准确地测量, 需要先对其齿面进行网格划分。本研究中, 面齿轮齿面上的网格划分如图 3 所示。

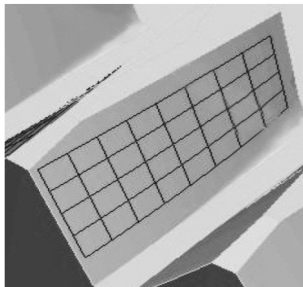


图 3 面齿轮齿面上的网格划分

Fig. 3 Grid division on tooth surface

在对面齿轮进行齿面网格划分时, 应将网格的边界在齿廓和齿长方向适当向内收缩, 以规避测量探针的球头在非工作面上的干涉而产生的误差。为了使测量齿面为工作齿面, 规定在轴截面的齿高方向向内收缩 5%, 在齿长方向的大端和小端分别向内收缩 10%^[6], 如图 4 所示, 其中 P_{11} 、 P_{19} 、 P_{51} 、 P_{59} 分别为网格的边界点。

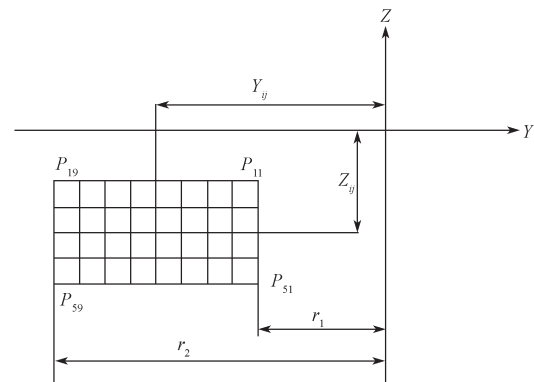


图 4 面齿轮齿面轴截面的网格划分

Fig. 4 Grid division in axial section

面齿轮齿面网格中任意一点的表达式可以式(5)表示,其中*i*=1~5,*j*=1~9。

$$\begin{cases} Y_{ij} = -r_1 - \frac{j-1}{8}(r_2 - r_1), \\ Z_{ij} = -r_{bs} + \frac{5-i}{4}h \end{cases} \quad (5)$$

式中: $r_1 = -R_1 - 0.05u$,

$$r_2 = -R_2 + 0.05u,$$

其中, R_1 为最小内半径, R_2 为最大外半径, u 为齿宽,

且 $u = R_2 - R_1$;

$h = 0.08H$, 其中 H 为面齿轮齿高, 且 $H = 3.5 \text{ m}$ 。

从刀具坐标系 $S_s - O_s x_s y_s z_s$ 转换到面齿轮坐标系 $S_2 - O_2 x_2 y_2 z_2$ 中, 便可以得到轴截面网格投影在齿面上的网格节点的 45 个理论坐标值 (x_2, y_2, z_2) , 如表 2 所示。节点坐标值在两个坐标系转换时的关系可以表示如下:

$$\begin{cases} \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = Y, \\ z_2 = Z_2 \end{cases} \quad (6)$$

表 2 齿面网格节点坐标理论值

Table 2 Theoretical coordinate values of grid nodes of the tooth surface

mm

节点	1			2			3		
	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
1	74.488 01	-92.856 00	-46.522 30	64.371 80	-80.916 80	-45.753 50	72.966 28	-94.097 10	-43.614 10
2	73.350 80	-91.271 60	-46.580 70	65.660 83	-82.431 40	-45.582 20	71.888 61	-92.470 50	-43.628 60
3	72.194 31	-89.687 20	-46.639 20	66.881 45	-83.978 20	-45.444 00	70.804 34	-90.850 50	-43.644 70
4	71.033 20	-88.121 50	-46.711 30	68.070 20	-85.535 90	-45.339 10	69.710 97	-89.239 80	-43.668 90
5	69.839 82	-86.572 70	-46.782 30	69.233 94	-87.111 40	-45.256 40	68.607 40	-87.632 70	-43.703 70
6	68.618 42	-85.046 00	-46.851 50	70.380 33	-88.692 00	-45.194 80	67.486 89	-86.034 80	-43.750 50
7	67.362 25	-83.543 70	-46.918 40	71.509 41	-90.279 40	-45.145 40	66.350 04	-84.445 80	-43.815 10
8	66.056 73	-82.095 90	-46.966 90	72.629 12	-91.877 10	-45.108 60	65.187 24	-82.869 60	-43.902 30
9	64.758 05	-80.660 60	-47.005 40	73.739 81	-93.477 10	-45.077 80	63.990 73	-81.302 30	-44.027 30

节点	4			5		
	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
1	63.595 27	-81.687 90	-42.311 90	71.422 34	-95.314 70	-40.689 40
2	64.726 66	-83.294 00	-42.242 20	70.410 36	-93.643 50	-40.663 00
3	65.830 58	-84.911 00	-42.192 40	69.394 07	-91.981 40	-40.635 60
4	66.916 72	-86.529 30	-42.161 50	68.376 05	-90.322 10	-40.611 60
5	67.991 49	-88.159 20	-42.142 30	67.352 18	-88.664 00	-40.595 60
6	69.057 51	-89.790 20	-42.133 90	66.323 50	-87.008 90	-40.584 20
7	70.112 40	-91.426 70	-42.134 20	65.287 44	-85.359 80	-40.582 70
8	71.161 29	-93.066 40	-42.142 10	64.244 84	-83.707 10	-40.593 80
9	72.205 91	-94.706 60	-42.155 60	63.190 64	-82.065 50	-40.623 70

3 面齿轮齿面的三坐标测量

为对齿面网格节点坐标实际值进行测量, 采用三坐标测量仪 Xorbit plus 77, 其测头直径为 0.5 mm。三坐标测量的坐标系如图 5 所示, 选择内孔的圆柱面轴向为 z 向。

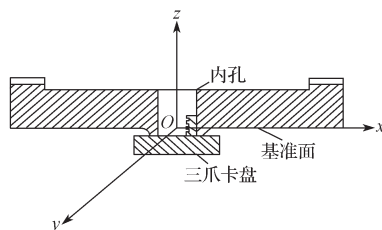


图 5 三坐标测量的坐标系

Fig. 5 Coordinate system in CMM

在三坐标测量仪上测量齿面真实坐标值的时候,

其基准面为 z 向, 齿坯底面为 x 、 y 向, 其测量示意如图 6 所示。

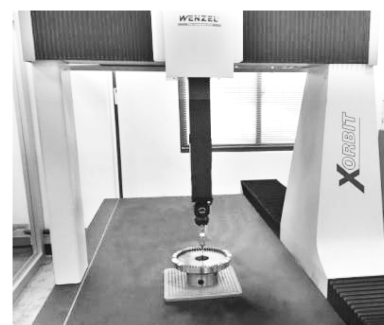


图 6 三坐标测量示意图

Fig. 6 Schematic diagram of coordinate measuring

经测量, 面齿轮一个齿面的 45 个节点坐标测量值如表 3 所示。

表 3 齿面网格节点坐标测量值

Table 3 Measuring coordinate values of grid nodes of the tooth surface

mm

节点	1			2			3		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1	73.825 68	-93.347 40	-47.087 80	63.677 46	-81.578 60	-46.036 10	72.273 91	-94.556 50	-44.170 50
2	72.679 33	-91.780 10	-47.119 70	64.951 36	-83.052 90	-45.914 40	71.188 18	-92.941 90	-44.164 40
3	71.516 47	-90.211 70	-47.154 40	66.168 72	-84.564 60	-45.828 80	70.096 18	-91.335 40	-44.157 90
4	70.352 55	-88.660 60	-47.207 30	67.360 37	-86.097 60	-45.764 10	68.995 11	-89.738 70	-44.157 50
5	69.162 79	-87.124 40	-47.269 40	68.528 82	-87.650 80	-45.716 60	67.884 40	-88.147 40	-44.164 60
6	67.954 92	-85.606 50	-47.347 10	69.680 84	-89.213 00	-45.683 90	66.758 15	-86.567 60	-44.180 80
7	66.730 65	-84.101 80	-47.456 50	70.816 37	-90.784 20	-45.660 10	65.615 93	-84.998 50	-44.209 60
8	65.482 30	-82.612 80	-47.601 60	71.942 54	-92.367 20	-45.645 60	64.451 67	-83.447 50	-44.255 90
9	64.267 56	-81.097 00	-47.759 70	73.059 44	-93.953 50	-45.634 70	63.259 25	-81.915 70	-44.325 10

节点	4			5		
	x	y	z	x	y	z
1	62.829 40	-82.255 50	-42.614 10	70.704 88	-95.738 60	-41.242 20
2	63.964 19	-83.837 30	-42.593 50	69.682 49	-94.076 70	-41.194 50
3	65.073 60	-85.433 40	-42.585 10	68.656 46	-92.425 70	-41.144 10
4	66.167 97	-87.035 60	-42.589 30	67.627 83	-90.776 80	-41.094 70
5	67.250 69	-88.649 80	-42.601 10	66.593 62	-89.130 40	-41.050 60
6	68.325 41	-90.267 10	-42.620 40	65.555 02	-87.488 60	-41.007 60
7	69.389 51	-91.891 30	-42.645 50	64.507 80	-85.851 70	-40.970 30
8	70.447 07	-93.518 80	-42.676 10	63.456 17	-84.215 40	-40.939 60
9	71.501 02	-95.148 60	-42.710 40	62.392 33	-82.590 40	-40.919 00

4 齿面误差的 SQP 法修正与实验

4.1 齿面误差的处理

如图 7 所示, 齿面误差是齿面上网格节点处的理论齿面和实际齿面的法向误差, 是一个几何量。即理论齿面上点 A 与其法向 n 和实际齿面的交点 C 的距离, 而实际所测得的齿面误差是点 A 与实际齿面的点 B 之间的距离, 但由于点 B 与点 C 之间的距离很近, 所以可以认为 $\overline{AB} \approx \overline{AC}$ [10]。

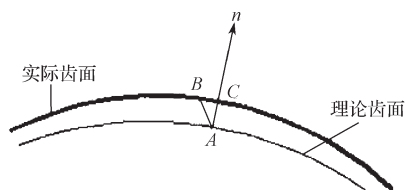


图 7 齿面法向误差

Fig. 7 Normal errors of the tooth surface

为了建立机床加工参数和齿面法向误差之间的关系, 需将测得的几何量转化为能表示齿面误差的代数数量。一般情况下, 齿面误差分为齿距误差和齿形误差。齿距误差一般由以下两种原因产生: 一是加工及热处理时产生的形变, 其可通过磨削前工序进行修正; 另一主要原因是由机床的分度误差引起的。由于分度误差是机床的固有误差, 连续分度后齿轮同一侧的齿距误差是相同的, 因而分度误差引起的齿距误差相对平稳, 所以可以通过提高机床分度精度的方式来减小齿距误差对测量结果的影响。可见, 齿形误

差是影响齿面误差测量结果的主要因素。

齿面误差分解如图 8 所示。其中, F_3 表示理论齿面, F_1 表示磨削后含有齿面误差的实际齿面, F_2 表示将实际齿面 F_1 绕轴线旋转一定角度后, 与理论齿面 F_3 在齿面 45 个节点的中间点 (即第 3 行第 5 列点) 重合时的齿面。通过三坐标测量仪测得齿面网格各节点处的法向偏差见表 4。

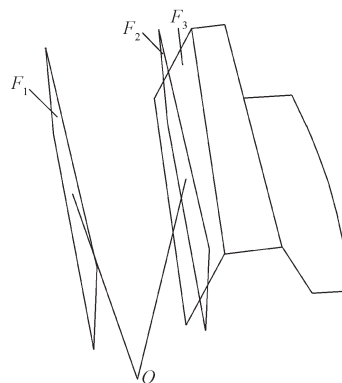


图 8 齿面误差分解

Fig. 8 Error analysis of the tooth surface

表 4 齿面网格节点处的法向偏差

Table 4 Normal deviation of grid nodes of

the tooth surface

mm

节点	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-0.003	-0.001	0.005	0.013	0.012	0.009	0	-0.029	-0.073
2	0	-0.003	0	0.003	0.007	0.013	0.019	0.032	0.048
3	-0.006	-0.007	-0.005	-0.004	0	0.002	0.006	0.008	0.020
4	-0.002	-0.002	0	0.003	0.003	0.006	0.008	0.011	0.013
5	-0.011	-0.011	-0.012	-0.010	-0.011	-0.010	-0.009	-0.005	-0.004

4.2 面齿轮磨削坐标系的建立

建立如图 9 所示的坐标系，以确定面齿轮磨削时刀具和零件的位置关系^[11]。

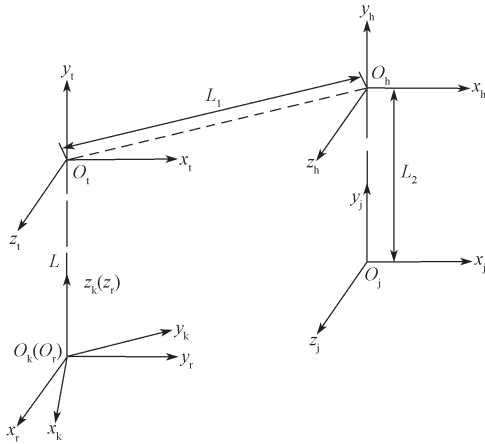


图 9 面齿轮与砂轮的位置关系

Fig. 9 Positional relationship between face gears and grinding wheels

图 9 中， $S_k-O_k x_k y_k z_k$ 为面齿轮的初始位置， S_r-

$O_r x_r y_r z_r$ 为面齿轮的动坐标系； $S_t-O_t x_t y_t z_t$ 为蝶形砂轮的初始位置； $S_h-O_h x_h y_h z_h$ 为砂轮沿面齿轮齿高方向进给形成的动坐标系， $S_j-O_j x_j y_j z_j$ 为砂轮沿面齿轮齿长方向进给形成的动坐标系。 L_1 为蝶形砂轮固定坐标系 $S_t-O_t x_t y_t z_t$ 和齿高方向动坐标系 $S_h-O_h x_h y_h z_h$ 原点间的距离， L_2 为齿高方向动坐标系 $S_h-O_h x_h y_h z_h$ 和齿长方向动坐标系 $S_j-O_j x_j y_j z_j$ 原点间的距离， L 为蝶形砂轮的初始位置 $S_t-O_t x_t y_t z_t$ 和面齿轮的初始位置 $S_r-O_r x_r y_r z_r$ 原点间的距离。

4.3 齿面误差识别方程的建立

由面齿轮和砂轮的位置关系可以得知，动坐标系 $S_j-O_j x_j y_j z_j$ 到面齿轮的转动坐标系 $S_r-O_r x_r y_r z_r$ 的变换矩阵 M_{jr} 可表示为

$$M_{jr} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & 0 & -\sin \varphi_2 & -L_2 \sin \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 & 0 & -\cos \varphi_2 & -L_2 \cos \varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 - L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

则包含磨床误差的面齿轮齿面方程可以表示为

$$\vec{r}_3(\theta_s, \varphi_s) = M_{jr} \vec{r}_2(\theta_s, \varphi_s) = \begin{bmatrix} r_{bs} \cos \varphi_2 (\sin(\theta_{s0} + \theta_s) - \theta_s \cos(\theta_{s0} + \theta_s)) - u_s \sin \varphi_2 - L_2 \sin \varphi_2 \\ -(L_2 + u_s) \cos \varphi_2 - r_{bs} \sin \varphi_2 (\sin(\theta_{s0} + \theta_s) - \theta_s \cos(\theta_{s0} + \theta_s)) \\ L_1 - L - r_{bs} (\cos(\theta_{s0} + \theta_s) + \theta_s \sin(\theta_{s0} + \theta_s)) \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

面齿轮齿面的法向矢量方程为

$$\vec{n}_s^* = -n_s M_{jr}^* \quad (9)$$

式中 $M_{jr}^* = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & 0 & -\sin \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 & 0 & -\cos \varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 。

面齿轮齿面误差的产生主要是由机床的误差引起的，对面齿轮的齿面偏差进行修正就需要对机床的调整误差进行修正。根据式 (8) 可得

$$\Delta r_{3ij} = \frac{\partial r_3}{\partial \theta_s} \Delta \theta + \frac{\partial r_3}{\partial \varphi_s} \Delta \varphi_s + \sum_{k=1}^2 \frac{\partial r_3}{\partial d_k} \Delta d_k \quad (10)$$

式中： i 为齿面网格点的行数；

j 为齿面网格点的列数；

$d_k (k=1, 2)$ 为引起齿面偏差的机床加工参数，

且 $d_1=L_1, d_2=L_2$ 。

对式 (10) 的两边同时乘以齿面的法向矢量 \vec{n}_s^* ，

可得

$$\Delta r_{3ij} \cdot \vec{n}_s^* = \zeta_{ij} = \sum_{k=1}^2 \frac{\partial r_3}{\partial d_k} \Delta d_k \cdot \vec{n}_s^* \quad (11)$$

式中： ζ_{ij} 为齿面偏差；

且此处 $\frac{\partial r_3}{\partial \theta_s} \cdot \vec{n}_s^* = \frac{\partial r_3}{\partial \varphi_s} \cdot \vec{n}_s^* = 0$ 。

将测量所得的 45 个齿面偏差值代入式 (11)，可得到一个方程组，通过对该方程组的求解，就可对机床加工参数进行相应调整，从而达到对齿轮齿面进行修正的目的。

4.4 对超定方程的求解方法

由于所测量的齿面偏差值有 45 组，而所求的未知数为机床加工参数，齿面偏差值的数量大于机床加工参数的数量，则该方程组为一个超定方程组，采用一般的解法无法求解得到精确的机床加工参数^[7]。对于该超定方程，本研究采用序列二次规划 (sequence quadratic program, SQP) 方法进行最优求解，即将齿面偏差值代入方程 (11)，得到机床加工参数的最优解，使得面齿轮的齿面误差最小。

由公式 (11) 可以确定目标函数，为

$$\min f(\Delta d_k) = \max \left| \sum_{k=1}^2 \frac{\partial r_3}{\partial d_k} \Delta d_k \cdot \vec{n}_s^* - \zeta_{ij} \right| \quad (12)$$

其中 $\min(\Delta d_k) < \Delta d_k < \max(\Delta d_k)$ 表示调整参数变化量的范围，调整参数 Δd_k 的迭代初始值为 0。

经 SQP 方法求解，可以得出 $L_1=7.875 \text{ mm}, L_2=12.740 \text{ mm}$ 。

通过对 L_1 和 L_2 值进行修正后，齿面误差明显改善，如图 10 所示。由图 10 可看出，齿面工作区域部

分的齿面误差总体趋于平稳, 但靠近齿面过渡区域还需进一步改善。

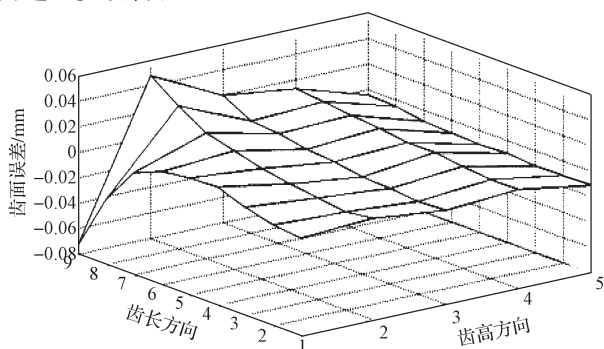


图 10 修正后的齿面误差

Fig. 10 Corrected tooth surface errors

5 结论

1) 根据齿面啮合原理及面齿轮展成坐标系的关系, 得到了面齿轮齿面方程, 并通过对齿面进行网格划分和节点计算, 得到齿面网格节点坐标理论值。

2) 在三坐标测量机上测出了齿面节点的坐标测量值, 经齿面误差的分析和分解, 得到了齿面网格节点处的齿面偏差。

3) 根据面齿轮磨削坐标系之间的关系, 建立了面齿轮含齿面误差的识别方程, 采用 SQP 方法对识别方程进行求解, 得出了机床磨削参数 L_1 和 L_2 的优化值, 减少了正交面齿轮的磨削齿面误差, 达到了齿面修正的目的。

参考文献:

- [1] LITVIN F L, FUENTES A, HOWKINS M. Design, Generation and TCA of New Type of Asymmetric Face-Gear Drive with Modified Geometry[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 190(43/44): 5837-5865.
- [2] MING Xingzu, GAO Qin, YAN Hongzhi, et al. Mathematical Modeling and Machining Parameter Optimization for the Surface Roughness of Face Gear Grinding[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 90(9/10/11/12): 2453-2460.
- [3] LITVIN F L, CHEN Y J, HEATH G F, et al. Apparatus and Method for Precision Grinding Face Gear: US 6.146.235[P]. 2000-11-14.
- [4] GOCH G. Gear Metrology[J]. CIRP Annals: Manufacturing Technology, 2003, 52(2): 659-695.
- [5] PFEIFER T, KUROKAWA S, MEYER S. Derivation of Parameters of Global Form Deviations for 3-Dimensional Surfaces in Actual Manufacturing Processes[J]. Measurement, 2001, 29(3): 179-200.
- [6] 王延忠, 王庆颖, 吴灿辉, 等. 正交面齿轮齿面偏差的坐标测量[J]. 机械传动, 2010, 34(7): 1-4.
WANG Yanzhong, WANG Qingying, WU Canhui, et al. Deviation of Face Gear Real Tooth Surface Determined by Coordinate Measurements[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2010, 34(7): 1-4.
- [7] 王小椿, 王军, 姜虹, 等. 螺旋锥齿轮的齿面测量及机床加工参数修正[J]. 机械工程学报, 2003, 39(8): 125-128.
WANG Xiaochun, WANG Jun, JIANG Hong, et al. Tooth Surface Measurement and Machine-Settings Correction of Spiral Bevel Gear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(8): 125-128.
- [8] 王军. 基于三坐标测量的弧齿锥齿轮及准双曲面齿轮齿面加工精度控制方法研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2003.
WANG Jun. A Study on the Tooth Surface Geometrical Precision Control of Spiral Bevel and Hypoid Gears Based on 3D Coordinate Measuring[D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2003.
- [9] 王志, 石照耀. CMM 测量正交面齿轮的误差理论分析[J]. 北京工业大学学报, 2012, 38(5): 663-667.
WANG Zhi, SHI Zhaoyao. Theory Analysis of Error in Orthogonal Face Gear Measurement by CMM[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2012, 38(5): 663-667.
- [10] 陈书涵, 严宏志, 贺尚红. 螺旋锥齿轮真实齿面偏差修正研究[J]. 制造技术与机床, 2011(3): 87-90.
CHEN Shuhan, YAN Hongzhi, HE Shanghong. Research on Real Tooth Surface Deviation Correction of Spiral Bevel Gear[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2011(3): 87-90.
- [11] 王延忠, 侯良威, 兰州, 等. 渐开线碟形砂轮磨削面齿轮数控加工研究[J]. 航空动力学报, 2015, 30(8): 2033-2040.
WANG Yanzhong, HOU Liangwei, LAN Zhou, et al. Research on Processing Method of Grinding Face Gear with Involute Disc Wheel[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(8): 2033-2040.

(责任编辑: 廖友媛)