

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2015.06.013

基于FRFT的LFM信号的检测及其参数估计

周 阳¹, 刘云清¹, 初 伟²

(1. 长春理工大学 电子信息工程学院, 吉林 长春 130022;
2. 长春大学 电子信息工程学院, 吉林 长春 130022)

摘 要: 针对LFM信号的检测及参数估计等问题, 先对现有的检测方法如Wigner-Ville、FRFT等进行研究, 在FRFT变换的基础上提出基于预判法与FRFT变换相结合的算法。通过仿真分析, 验证了该方法能有效对LFM信号的参数进行估计, 同时降低了计算量。

关键词: 时频分析; LFM信号; Wigner-Ville; 分布分数阶傅里叶变换

中图分类号: TN911.23

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2015)06-0064-05

FRFT-Based LFM Signal Detection and Its Parameter Estimation

Zhou Yang¹, Liu Yunqing¹, Chu Wei²

(1. School of Electronic Information Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;
2. School of Electronic Information Engineering, Changchun University, Changchun 130022, China)

Abstract : Aiming at the issues of LFM signal detection and parameter estimation, studies the existing detection methods such as Wigner-Ville, FRFT etc., and on the basis of FRFT transform, proposes the algorithm combining the forecasting method with FRFT transform. Through computer simulation, verifies that the method is capable of effectively estimating the parameters of LFM and reduces the amount of calculation as well.

Keywords : time-frequency analysis ; LFM signal ; Wigner-Ville ; fractional Fourier transform

0 引言

线性调频信号 (linear frequency modulation, LFM) 是典型的非平稳信号^[1-2], 被广泛应用于雷达系统。假设雷达对目标侦查时, 当目标作径向匀加速运动, 此时其雷达回波可以近似成 LFM 信号, 而且在一小段时间内, 可以通过对 LFM 信号完成一阶近似计算实现复杂的目标模型侦测^[3]。又如, 在合成孔径雷达系统中, 静止或运动的点状目标的回波都可近似为 LFM 信号, 由于 LFM 信号的相位是二次的, 所以其频率可以看作是时间的线性函数, 频率的斜率是线性调频率。

LFM 信号参数能够反映运动目标的动态特性, 如加速度、速度、方向等信息, 完成对线性幅度估计可以得到目标大小的信息。因此, 通过对 LFM 信号的多参数估计能够最大限度地获取目标信息。目前, 常采用的方法是基于最大似然估计算法, 但该方法计算复杂度较大, 所以限制了其在工程上的应用^[4]。近些年, 时频分析方法被应用于对 LFM 信号参数估计。随着学者们对分数阶傅里叶算法 (fractional Fourier transform, FRFT) 的深入研究与拓展, LFM 信号检测展现出良好的应用前景。因此, 本文提出将预判法 (即快速傅里叶变换, fast Fourier

收稿日期: 2015-09-10

作者简介: 周 阳 (1990-), 男, 吉林长春人, 长春理工大学硕士生, 主要研究方向为光通信理论与无线通信技术,
E-mail: 1035215806@qq.com

通信作者: 初 伟 (1989-), 男, 吉林长春人, 长春大学助理实验师, 主要研究方向为光通信理论与无线通信技术,
E-mail: chuwei6@126.com

transform, FFT)与FRFT相结合,不仅能实现LFM参数的检测与估计,同时降低了计算量^[5]。

1 LFM信号参数估计算法比较

1.1 Wigner-Ville 计算原理及对 LFM 信号参数估计原理介绍

Wigner算法(WD)是为了弥补短时傅里叶变换的缺点而被提出的,后由Ville引入到信号分析。当Wigner分布用于处理非平稳信号或者解析信号时,被称为Wigner-Ville(WVD)。WVD是时频分析方法的一种,在一定程度上,解决了短时傅里叶变换处理非平稳信号观察窗和WT宽度变化的时间窗时,影响时频域分辨率的问题^[6-7]。

1.1.1 WVD的性质及其特性

解析信号 $s(t)$ 的WVD定义为

$$W_s(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j f \tau} d\tau, \quad (1)$$

式中: f 为 t 时刻所对应的频率; τ 为时间变量;“*”为复数共轭。

由式(1)可知,当时间为 t 时,WVD是将过去时刻的信号与将来时刻的信号相乘,再进行傅里叶变换。因此,需判断WVD值是否为零。当WVD为零时,该时刻左端折叠到右端会重叠;当WVD不为零时,该时刻左端折叠到右端不会重叠。

WVD具有的2条性质如下。

1) Moyal公式

假设对信号 $s_1(t)$ 与 $s_2(t)$ 进行WVD变换,分别为 $W_{s_1}(t, f)$, $W_{s_2}(t, f)$,则有

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t) s_2^*(t) dt \right|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_{s_1}(t, f) W_{s_2}^*(t, f) dt df, \quad (2)$$

该式也被称作Moyal公式。

2) LFM的时频聚集性

令LFM信号为

$$s(t) = e^{j2\pi\left(f_0 t + \frac{1}{2} m t^2\right)}, \quad (3)$$

则

$$s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) = e^{j2\pi\left(f_0 \tau + m \tau^2\right)}. \quad (4)$$

式(3)~(4)中, f_0 为LFM信号的中心频率; m 为LFM信号的调频率。

将式(4)代入式(1)可得

$$W_s(t, f) = \delta(f - f_0 - m t). \quad (5)$$

所以,对LFM信号进行WVD计算,可得到直线 $f=f_0+mt$ 分布的冲击谱。

1.1.2 基于WVD的LFM信号检测

二元假设检验为

$$H_0: r(t) = c(t),$$

$$H_1: r(t) = c(t) = x(t, \theta) + c(t). \quad (6)$$

式中: $r(t)$ 为接收信号; $x(t, \theta)$ 为动态目标信号,其中 $\theta \in [f_0, m]$ 为未知参数; $c(t)$ 为信号杂波。

实际上,WVD是对信号在时域上做二维计算。基于WVD的检测统计量为

$$\begin{aligned} \eta_{\text{WVD}} &= \left| \int_{-\infty}^{+\infty} r(t) x^*(t) dt \right|^2 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_r(t, f) W_x^*(t, f) dt df. \end{aligned} \quad (7)$$

而LFM的WVD为

$$W_s(t, f) = \delta(f - f_0 - m t). \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)得

$$\eta_{\text{WVD}} = \int_{-\infty}^{+\infty} W_r(t, f_0 + m t) dt. \quad (9)$$

在门限为 η_0 的情况下,基于WVD算法的LFM信号判别准则如下:

$$\eta_{\text{WVD}} = \int_{-\infty}^{+\infty} W_r(t, f_0 + m t) dt \begin{cases} > \eta_0, \\ < \eta_1. \end{cases} \quad (10)$$

1.2 基于FRFT变换的LFM信号检测方法

Fourier分析在数字信号处理领域被广泛应用,但是其对非平稳信号的分析显得乏力,而LFM信号在分数阶域进行相关检测和参数估计比Fourier分析展现了更大的优势^[8-9]。Fourier的原理是将信号由时域逆时针旋转到频域,而分数阶傅里叶算法的原理是可在任意角度将信号由时域旋转到频域。

FRFT变换与WVD存在一种特殊的关系,这种关系为:LFM信号的Wigner分布在FRFT域上的直线积分投影等于LFM信号在此FRFT域上的FRFT模的平方,当LFM信号的WVD分布在时频面上呈现背鳍形,此时在与其垂直的分数阶域上对其进行分数阶傅里叶变换,会出现一个峰值,并且这个峰值十分明显,如图1所示。由于分数阶域不会对噪声呈现能量聚集的现象,所以利用这一特性能够完成对信号的检测及其参数估计,且效果良好。

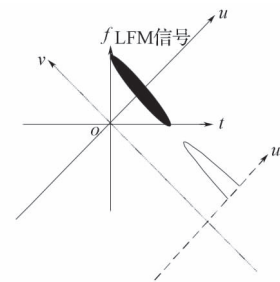


图1 WVD分布下的LFM信号及其在分数阶域的投影
Fig. 1 Distribution of LFM signal under the WVD and its projection in fractional domain

检测 LFM 信号位置参数的具体步骤如下: 首先, 对信号在 FRFT 的不同旋转角度下进行扫描, 得到信号在时频面的分布形式; 其次, 通过信号峰值搜索方法来判断信号的位置参数。

含噪声的 LFM 信号为

$$x(t) = a_0 e^{j\varphi_0 + j2\pi f_0 t + j\pi u_0 t^2} + w(t), \quad -\Delta t/2 \leq t \leq \Delta t/2. \quad (11)$$

式中: a_0 为 LFM 信号的幅值;

φ_0 为 LFM 信号的初始相位;

u_0 为 LFM 信号的调频系数;

$w(t)$ 为白噪声。

对上述信号进行 FRFT 变换得到

$$\{\hat{a}_0, \hat{u}_0\} = \arg \max_{a, u} |x_a(u)|, \quad (12)$$

$$\begin{cases} \hat{u}_0 = -\cot \hat{a}_0, \\ \hat{f}_0 = \hat{u}_0 \csc \hat{a}_0, \\ \hat{\varphi}_0 = \arg \left[\frac{x_{\hat{a}_0}(\hat{u}_0)}{A_{\hat{a}_0} e^{j\pi \hat{u}_0 \cot \hat{a}_0}} \right], \\ \hat{a}_0 = \frac{|x_{\hat{a}_0}(\hat{u}_0)|}{\Delta t |A_{\hat{a}_0}|}. \end{cases} \quad (13)$$

式(12)~(13)中, a 为 FRFT 变换的旋转角度。

因为 FRFT 变换可以通过 FFT 算法辅助实现, 不需对 a_0 值逐个扫描, 从而大大降低了计算量^[10], 同时克服了 WVD 变化不具备线性、计算时间较长以及对多个分量检测时会出现交叉项干扰等缺点。因此, FRFT 相对于 WVD 更容易在工程上实现, 但是对于 FFT 算法, 计算相对复杂, 对信号检测的实时性受到限制。因此, 利用 FRFT 变换域中最大峰值完成对信号参数值估计, 而其它峰值点对于信号参数估计没有任何意义^[11]。

2 基于预判法与分数阶傅里叶变换的 LFM 信号联合检测方法

LFM 信号的调频率是呈周期变化的, 在信号周期内任取一段时间, 其频率是被限制在一个带限范围内, 信号的最大与最小频谱差值(即频谱成分的宽度)与所取时间的长度(时宽)是成正比关系, 且它们的比值就是调频系数(扫频系数)。当在所取的时间段内对信号进行 Fourier 变换并且通过相应计算可以得到信号的调频系数。利用计算得出的调频系数即可通过 FRFT 在小范围内找出 LFM 信号的最大位置, 从而避免了峰值搜索的方法造成计算量较大的缺陷, 也避免了其它伪峰的干扰。

将式(11)简化成单分量的 LFM 信号, 即

$$x(t) = A e^{j2\pi f_0 t + j\pi u_0 t^2}, \quad (14)$$

式中 $A = a_0 e^{j\varphi_0}$ 。

$x(t)$ 的相位对时间求导, 得出瞬时频率 $tu_0 + f_0$ 。预判法对 LFM 信号参数进行检测的基本原理是: 对 LFM 信号进行 FFT 运算, 得到信号 FFT (取模) 谱上不为零的频率宽度值 (f_{\min}, f_{\max}), 通过频率的带宽值来估计出信号的调频系数 u_0 。算法具体步骤如下:

1) 计算信号频率宽度值,

$$f_{\max} = t_2 u_0 + f_0, \quad f_{\min} = t_1 u_0 + f_0, \quad (15)$$

式中 (t_1, t_2) 为选取信号的时间段;

2) 计算信号的调频系数 u_0 , 即

$$|u_0| = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{t_2 - t_1}; \quad (16)$$

3) 将 $|u_0|$ 代入参数估计式(13)中, 得

$$a_0 = \mp \arctan(1/|u_0|); \quad (17)$$

4) 将信号分别对正负 2 个角度做分数阶傅里叶变换, 得到的波形幅度越大, 其估计也越接近于正确值(最大峰值点)^[8]。

基于预判法的 FRFT 变换的计算复杂度逼近于 $O(M \log_2 N)$, 其中 N 为采样样本的个数。假设对信号在 a (FRFT 变换的旋转角度) 域进行计算, 采样点的个数为 m' , 则算法总计算复杂度为 $O(m' M \log_2 N)$ 。当采用预判法时, FRFT 变换的角度在 Δa ($a > \Delta a$) 范围内计算, 假设采样点的个数为 m_1 ($m_1 < m'$), 则该算法计算复杂度为 $O(m_1 M \log_2 N)$, 相对于峰值搜索的方法, 计算量大大降低。由于二维谱峰搜索和预判法都采用相同的步进对角度离散化和对时间采样, 所以最终两者的误差会相同。因此, 对于单分量的 LFM 信号进行实时检测和参数估计可借助预判法与 FRFT 变换结合的方法实现^[9]。

3 仿真分析

设信号

$$x(t) = 2e^{-j\pi k t^2} + w(t), \quad (18)$$

取时间段为 $-2 \sim 2$ s, $k=24$, 采样频率 $f_s=256$ Hz, 采样点数为 1 024 点, $w(t)$ 为高斯白噪声。当加入 4 dB 的高斯白噪声时, 首先对信号 $x(t)$ 进行 WVD 变换, 变换结果如图 1~2 所示。

图 2 是当信号的采样频率 $f_s=4f_c$ (式中, f_c 为信号带宽), 采样点数 $N=T$ 的维格纳仿真图。从图 2 输出的时频平面可以清晰地看出, 频率随时间线性变换, 其变换频率为 24 Hz, 可见利用 WVD 变换完成对信号 $x(t)$ 的整个分析是正确的。

图 3 是其他条件不变, 仅采样频率为 $f_s=2f_c$ 时, 信

号的维格纳仿真效果图。由图3可知,其分布结果受到交叉项的干扰,不能分辨出信号的初始频率。对于宽带为 f_c 的模拟信号进行FFT分析时,采样频率至少是截止频率的2倍,即 $f_s=2f_c$,这就是奈奎斯特准则的要求。然而对于维格纳变换时,信号的采样频率至少是信号带宽4倍,即 $f_s=4f_c$,才能保证WVD的分布结果不会受交叉项的干扰。

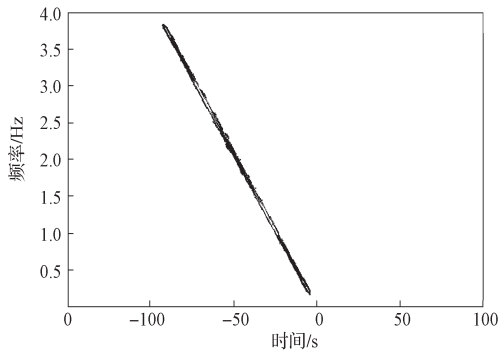


图2 $f_s=4f_c$ 时,信号 $x(t)$ 的维格纳分布图
Fig. 2 Wigner distribution of signal $x(t)$ at $f_s=4f_c$

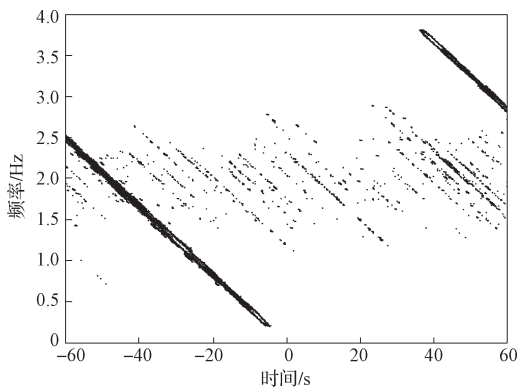


图3 $f_s=2f_c$,信号 $x(t)$ 的维格纳分布图
Fig. 3 Wigner distribution of signal $x(t)$ at $f_s=2f_c$

图4是采用二维搜索法对 $x(t)$ 信号在 $(0, \pi)$ 范围内进行FRFT变换。假设旋转角度的采样个数为4000点,总计算量相当于4000次1024点的FFT的计算量,并且在多分量信号进行检测时,不会出现交叉项的干扰,所以计算量也大大减小。但是二维搜索方法的计算量依然很大,为了降低计算量,先对信号进行预判,图5就是基于此原理得出的结果图。先采用预判法对带有噪声的LFM信号的FFT作平滑处理并对其模取平方,找出谱上不为零的频率宽度($f_{\max}-f_{\min}$),预判信号的调频系数 u_0 。通过式(17)和 $a_0=n*(\pi/4000)$,比较两者最大峰值幅度,更接近真实的角度位置能被判定。通过预判法的预先判定,计算量相当只计算了9次1024点的FFT。在同样精度条件下,与二维搜索法的计算量相比,基于预判法的计算量减少了约3个数量级。

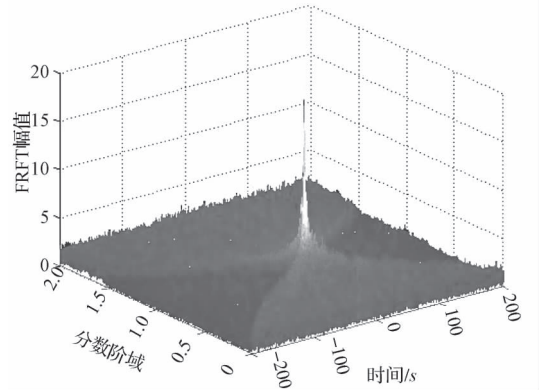


图4 信号 $x(t)$ 的FRFT分布图
Fig. 4 FRFT distribution of signal $x(t)$

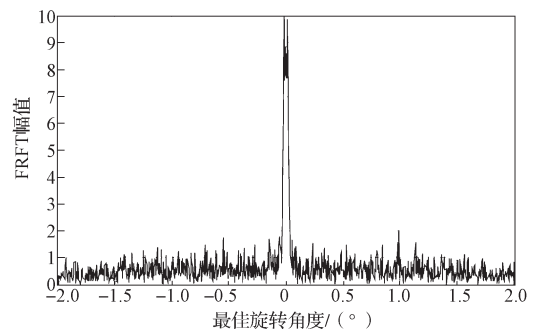


图5 $n=58$, $x(t)$ 对应FRFT分布图
Fig. 5 $x(t)$ corresponding to FRFT distribution at $n=58$

4 结语

本文提出将预判方法与FRFT方法结合起来检测LFM信号。该方法降低了FRFT扫描法的计算量,避免了WVD对多分量LFM信号检测时交叉项的干扰,且一定程度上,加强了系统的灵活性,实现了对信号的快速处理,易于在工程上实现。总之,此方法最大优点是简化了信号检测过程,因此是一种简单而有效的LFM信号检测和参数估计方法。

参考文献:

- [1] 郭少琨, 罗建, 李毅, 等. 瞬时频率估计方法对比研究[J]. 国外电子测量技术, 2010, 29(6): 21-25.
Guo Shaokun, Luo Jian, Li Yi, et al. Comparative Study of Instantaneous Frequency Estimation Method[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2010, 29(6): 21-25.
- [2] 刘昊晨, 梁红. 线性调频信号参数估计和仿真研究[J]. 计算机仿真, 2011, 28(2): 157-159.
Liu Haochen, Liang Hong. Estimation and Simulation Study of LFM Signal Parameters[J]. Computer Simulation, 2011, 28(2): 157-159.
- [3] Sun Hongbo, Liu Guosui, Gu Hong, et al. Application of the Fractional Fourier Transform to Moving Target Detection in Airborne SAR[J]. IEEE Transactions on Aerospace and

- Electronic Systems, 2002, 38(4) : 1416-1424.
- [4] 齐林, 陶然, 周思永, 等. 基于分数阶 Fourier 变换的多分量 LFM 信号的检测和参数估计[J]. 中国科学: E 辑, 2003, 33(8) : 749-759.
Qi Lin, Tao Ran, Zhou Siyong, et al. Multicomponent LFM Signal Detection and Parameter Estimation Based on Fractional Fourier Transform[J]. Science in China: Series E, 2003, 33(8) : 749-759.
- [5] 陈小龙, 关键, 郭海燕, 等. 基于 WPT-FRFT 的微弱动目标检测及性能分析[J]. 雷达科学与技术, 2010, 8(2) : 139-145.
Chen Xiaolong, Guan Jian, Guo Haiyan, et al. Weak Moving Target Detection Method and Performance Analysis Based on WPT-FRFT[J]. Radar Science and Technology, 2010, 8(2) : 139-145.
- [6] 袁俊泉, 皇甫堪, 王展. 海洋环境中基于 WVD 的 LFM 信号检测方法[J]. 国防科技大学学报, 2002, 24(4) : 73-76.
Yuan Junquan, Huang Fukan, Wang Zhan, et al. A New Approach with Wigner-Ville Distribution Based on LFM Signal Detection in the Ocean[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2002, 24(4) : 73-76.
- [7] 邹虹, 保铮. 基于频域“CLEAN”抑制 WVD 中的交叉项[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2000, 27(4) : 447-451.
Zhou Hong, Bao Zheng. Crossterm Suppression in the Wigner-Ville Distribution of Multicomponent Sinusoids Based on “CLEAN” in Frequency Domain[J]. Journal of Xidian University: Social Science Edition, 2000, 27(4) : 447-451.
- [8] 张希会, 蔡竞业, 杨亦师. 基于分数阶傅里叶变换的 LFM 信号参数估计预判决法[J]. 信号处理, 2008, 24(4) : 667-671.
Zhang Xihui, Cai Jingye, Yang Yishi. The Pre-Estimation Algorithm of Chirp Based on the Fractional Fourier Transform[J]. Signal Processing, 2008, 24(4) : 667-671.
- [9] 陶然, 齐林, 王越. 分数阶 Fourier 变换的原理与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 111-115.
Tao Ran, Qi Lin, Wang Yue. Fractional Fourier Transform Theory and Application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 111-115.
- [10] 唐江. 基于 FRFT 的 LPI 雷达信号参数估计方法研究[D]. 郑州: 中国人民解放军信息工程大学, 2013.
Tang Jiang. Parameter Estimation of LPI Radar Signal Based on FRFT[D]. Zhengzhou: The PLA Information Engineering University, 2013.
- [11] 章步云, 刘爱芳, 朱晓华, 等. 基于分数阶 Fourier 变换的多分量 LFM 信号检测与参数估计[J]. 数据采集与处理, 2003, 18(4) : 408-411.
Zhang Buyun, Liu Aifang, Zhu Xiaohua, et al. Multicomponent LFM Signal Detection and Parameter Estimation Based on Fractional Fourier Transform[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2003, 18(4) : 408-411.

(责任编辑: 邓彬)