

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2015.06.002

# 基于改进欧拉法的铣削稳定性半解析法预测

李忠群, 彭岳荣, 夏磊, 朱帆

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

**摘要:** 针对基于再生颤振理论构建的铣削动力学模型, 提出一种基于改进欧拉法用于预测铣削稳定性的半解析方法。该方法首先利用改进欧拉法推导出传递矩阵, 然后利用 Floquet 理论判断特定切削状态的稳定性, 进而通过改变主轴转速和轴向切削深度获得铣削稳定性叶瓣图。与半离散法仿真结果对比分析发现, 在保证预测精度的前提下, 基于改进欧拉法的铣削稳定性求解方法计算效率更高。

**关键词:** 改进欧拉法; Floquet 理论; 稳定性叶瓣图; 铣削过程

中图分类号: TH113.1

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2015)06-0006-05

## Semi-Analytical Method for Milling Process Stability Prediction Based on Improved Euler Method

Li Zhongqun, Peng Yuerong, Xia Lei, Zhu Fan

(School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** For the milling process dynamic model set up on regenerative chatter theory, a new semi-analytical method for milling process stability prediction based on the improved Euler method was proposed. At first the state transition matrix was deduced by the improved Euler method, then the stability of milling process under specific cutting condition was determined with the Floquet theory, further more the stability lobe diagram (SLD) of milling process was obtained by changing spindle speed and axial cutting depth. Comparing with semi-discrete simulation results, found that the proposed semi-analytical method based on the improved Euler method has higher computation efficiency under ensuring prediction accuracy.

**Keywords:** improved Euler method; Floquet theory; stability lobe diagram; milling process

## 0 引言

颤振是指发生在切削过程中的一种自激振动现象, 具有较大的危害性, 它严重制约切削加工质量和生产效率。因此, 在实际生产中, 可通过选择合适的切削参数以实现无颤振切削, 而基于动力学建模的颤振稳定性分析是获取优化切削参数的前提。

自 S. A. Tobias 等提出切削颤振的基本模型以来, 已有众多学者致力于这一领域的研究, 并先后提出了一系列相关模型, 其中再生效应被认为是引起切

削颤振的最直接原因。由于考虑再生效应的铣削动力学模型可用时滞微分方程组表示, 而有关此类方程组的稳定性问题, 国内外学者已进行了多年深入的研究, 并得出可用稳定性叶瓣图来描述铣削过程稳定性与切削参数的关系。

基于切削颤振的基本模型, Y. Altintas 等建立了基于再生效应考虑时间周期的常微分方程<sup>[1-2]</sup>。E. Budak 等<sup>[3-4]</sup>通过用周期力系数矩阵中的零阶平均项代替周期函数值, 并忽略工艺系统的交叉传递函数, 推导出了求解铣削稳定性叶瓣图的频域方法: 零阶

收稿日期: 2015-10-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51375160, 51375161), 国家科技重大专项基金资助项(2012ZX04011-011)

作者简介: 李忠群(1966-), 男, 湖南东安人, 湖南工业大学教授, 博士后, 主要研究方向为数字化制造与装备技术, 虚拟制造,

E-mail: zhqunli@163.com

近似法。在此基础上, S. D. Merdol 等<sup>[5]</sup>通过考虑高次谐波的影响, 提出了用于求解铣削稳定性的多频率方法。T. Insperger 等<sup>[6-7]</sup>综合运用离散处理方法及 Floquet 理论, 提出了用于预报铣削稳定性的零阶半离散法 (semi-discretization method, SDM), 该方法可准确预测小径向铣削时的非线性动力学现象。李中伟等<sup>[8]</sup>基于 Magnus-Gaussian 截断, 提出了改进的半离散法。P. V. Bayly 等<sup>[9]</sup>基于时间有限元分析, 提出了一种预测铣削稳定性的新方法, 该方法还能对表面加工误差进行预测。Ding Y. 等<sup>[10-11]</sup>通过离散化微分方程中的状态项和延迟项并运用线性插值处理, 实现了铣削稳定性全离散法预测。Li M. Z. 等<sup>[12]</sup>通过对微分方程的状态项、延迟项、微分项全部离散化, 提出了一种完全离散法。笔者<sup>[13]</sup>通过求解铣削动力学方程并综合运用时域稳定性判据, 获得了立铣稳定性叶瓣图。

鉴于目前铣削稳定性预测算法普遍存在计算效率低, 且通用性差的问题, 在不丧失预测精度的情况下, 本文提出了一种基于改进欧拉法预测铣削稳定性的新方法 (improved Euler method, IEM), 旨在实现铣削稳定性叶瓣图的快速预测。

## 1 改进欧拉法求解铣削动力学微分方程

### 1.1 状态空间方程

考虑再生效应的铣削加工动力学模型可由如下  $n$  维状态空间方程表示:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{x}(t-T), \quad (1)$$

式中  $\mathbf{A}(t)$ ,  $\mathbf{B}(t)$  为周期性因子矩阵,  $\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}(t+T)$ ,  $\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}(t+T)$ , 其中  $T$  为刀具切削周期,  $T = 60/(N \cdot \Omega)$  ( $\Omega$  为主轴转速,  $N$  为切削刃数), 对于单铣削过程来说,  $T = \tau$ ,  $\tau$  为时滞因子。

### 1.2 改进欧拉法算法

使用改进欧拉法求解式 (1) 时, 需要将时间周期  $T$  离散成  $m$  等份, 假设每等份的时长为  $h$ , 即有  $T = mh$ , 改进欧拉法的表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \frac{1}{2}h(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2), \\ \mathbf{Y}_1 = \mathbf{f}(t_i, \mathbf{x}_i), \\ \mathbf{Y}_2 = \mathbf{f}(t_i + h, \mathbf{x}_i + h\mathbf{Y}_1), \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{x}_i$  表示  $\mathbf{x}(ih)$ ;  $\mathbf{x}_{i+1}$  表示  $\mathbf{x}((i+1)h)$ ;  $t_i$  表示  $ih$ ,  $i$  为整数 ( $0 \leq i \leq m$ )。

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_1 = \mathbf{A}_i\mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i\mathbf{x}_{i-m}, \\ \mathbf{Y}_2 = \mathbf{F}_{i,2}\mathbf{x}_i + \mathbf{F}_{i-m,2}\mathbf{x}_{i-m} + \mathbf{F}_{i+1-m,2}\mathbf{x}_{i+1-m}, \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{F}_{i,2} = \mathbf{A}_{i+1} + h\mathbf{A}_i\mathbf{A}_{i+1}$ ;  $\mathbf{F}_{i-m,2} = h\mathbf{B}_i\mathbf{A}_{i+1}$ ;  $\mathbf{F}_{i+1-m,2} = \mathbf{B}_{i+1}$ 。

将式 (3) 代入式 (2) 有

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{F}_i\mathbf{x}_i + \mathbf{F}_{i-m}\mathbf{x}_{i-m} + \mathbf{F}_{i+1-m}\mathbf{x}_{i+1-m}, \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{F}_i = \mathbf{I} + \frac{h}{2}(\mathbf{A}_i + \mathbf{F}_{i,2})$ ;

$$\mathbf{F}_{i-m} = \frac{h}{2}(\mathbf{B}_i + \mathbf{F}_{i-m,2})$$

$$\mathbf{F}_{i+1-m} = \frac{h}{2}\mathbf{B}_{i+1}$$

为了获得传递矩阵, 定义一个  $n \times (m+2)$  维的向量  $\mathbf{y}_i$ ,  $\mathbf{y}_i$  表示为

$$\mathbf{y}_i = (\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i-1}, \dots, \mathbf{x}_{i+1-m}, \mathbf{x}_{i-m})^T. \quad (5)$$

因而离散化映射可以表示为

$$\mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{C}_i\mathbf{y}_i. \quad (6)$$

相应的  $\mathbf{C}_i$  构建如下:

$$\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{i+1-m} & \mathbf{F}_{i-m} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

因此, 状态转移矩阵  $\Phi$  可以构建为:

$$\mathbf{y}_m = \Phi\mathbf{y}_0, \quad (8)$$

式中  $\Phi = \mathbf{C}_{m-1}\mathbf{C}_{m-2}\dots\mathbf{C}_1\mathbf{C}_0$ 。

根据 Floquet 理论, 当系统特征根传递矩阵  $\Phi$  小于 1 时, 系统稳定; 否则, 系统处在颤振状态。

## 2 改进欧拉法获取稳定性叶瓣图算法及仿真结果分析

### 2.1 基于改进欧拉法的二自由度铣削稳定性求解

对于具体的二自由度铣削系统而言, 其动力学模型可表示为

$$\begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}(t) \\ \ddot{\mathbf{y}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\zeta\omega_n & 0 \\ 0 & 2\zeta\omega_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{y}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_n^2 + \frac{a_p h_{xx}(t)}{m_t} & \frac{a_p h_{xy}(t)}{m_t} \\ \frac{a_p h_{yx}(t)}{m_t} & \omega_n^2 + \frac{a_p h_{yy}(t)}{m_t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_p h_{xx}(t)}{m_t} & \frac{a_p h_{xy}(t)}{m_t} \\ \frac{a_p h_{yx}(t)}{m_t} & \frac{a_p h_{yy}(t)}{m_t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t-T) \\ \mathbf{y}(t-T) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

式中:  $\omega_n$ ,  $\zeta$ ,  $m_t$ ,  $a_p$  分别为加工系统主模态的固有频率、阻尼比、模态质量和轴向切深;

$h_{xx}(t)$ ,  $h_{xy}(t)$ ,  $h_{yx}(t)$ ,  $h_{yy}(t)$  为时变的方向力系数, 可表示为

$$\begin{aligned}
h_{xx}(t) &= \sum_{j=1}^N g(\phi_j(t)) \sin(\phi_j(t)) \cdot \\
&\quad [K_t \cos(\phi_j(t)) + K_r \sin(\phi_j(t))], \\
h_{xy}(t) &= \sum_{j=1}^N g(\phi_j(t)) \cos(\phi_j(t)) \cdot \\
&\quad [K_t \cos(\phi_j(t)) + K_r \sin(\phi_j(t))], \\
h_{yx}(t) &= \sum_{j=1}^N g(\phi_j(t)) \sin(\phi_j(t)) \cdot \\
&\quad [-K_t \sin(\phi_j(t)) + K_r \cos(\phi_j(t))], \\
h_{yy}(t) &= \sum_{j=1}^N g(\phi_j(t)) \cos(\phi_j(t)) \cdot \\
&\quad [-K_t \sin(\phi_j(t)) + K_r \cos(\phi_j(t))].
\end{aligned}$$

其中  $K_t$  和  $K_r$  分别为切向切削力系数和径向切削力系数;  $g(\phi_j(t))$  为单位阶跃函数, 当  $\phi_{st} \leq \phi_j(t) \leq \phi_{ex}$ ,  $g(\phi_j) = 1$ , 否则  $g(\phi_j) = 0$ ,  $\phi_{st}$ ,  $\phi_{ex}$  分别表示切入角与切出角; 对于顺铣,  $\phi_{st} = 0$ ,  $\phi_{ex} = \arccos(1 - 2a_c/D)$ , 对于逆铣,  $\phi_{st} = \arccos(2a_c/D - 1)$ ,  $\phi_{ex} = \pi$ ,  $a_c$  和  $D$  分别表示径向切深和铣刀直径,  $\phi_j(t)$  是第  $j$  个齿的转角位置, 可以表示为  $\phi_j(t) = (2\pi Q/60) + (j-1) 2\pi/N$ .

式 (9) 改写成矩阵形式为

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = -a_p K_c(t)(q(t) - q(t-T)), \quad (10)$$

式中:  $M$ ,  $C$ ,  $K$ ,  $q(t)$  分别表示系统的模态质量矩阵、模态阻尼矩阵、模态刚度矩阵、位移向量;

$K_c(t)$  表示随时间变化的切削力系数矩阵, 且有  $K_c(t) = K_c(t+T)$ ,  $K_c(t)$  可表示为

$$K_c(t) = \begin{pmatrix} h_{xx}(t) & h_{xy}(t) \\ h_{yx}(t) & h_{yy}(t) \end{pmatrix}. \quad (11)$$

$$C_i = \begin{pmatrix} F_{i,11} & F_{i,12} & F_{i,13} & F_{i,14} & 0 & \cdots & 0 & F_{i-m+1,11} & F_{i-m+1,12} & F_{i-m,11} & F_{i-m,12} \\ F_{i,21} & F_{i,22} & F_{i,23} & F_{i,24} & 0 & \cdots & 0 & F_{i-m+1,21} & F_{i-m+1,22} & F_{i-m,21} & F_{i-m,22} \\ F_{i,31} & F_{i,32} & F_{i,33} & F_{i,34} & 0 & \cdots & 0 & F_{i-m+1,31} & F_{i-m+1,32} & F_{i-m,31} & F_{i-m,32} \\ F_{i,41} & F_{i,42} & F_{i,43} & F_{i,44} & 0 & \cdots & 0 & F_{i-m+1,41} & F_{i-m+1,42} & F_{i-m,41} & F_{i-m,42} \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & I & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

## 2.2 颤振稳定性叶瓣图算法实现

现有采用离散法求解铣削稳定性, 构造稳定性叶瓣图的实现算法中, 需要对可用主轴转速和轴向切深区间进行离散处理, 然后针对每个离散点进行稳定性判定, 进而获得稳定性叶瓣图。因此, 获取稳定性叶瓣图的过程非常费时, 实用性不强。为此,

为获得式 (1) 的确切形式, 令

$$X(t) = [x(t), \dot{x}(t)]^T,$$

式 (9) 通过柯西转换有

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)X(t-T), \quad (12)$$

式中:

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_n^2 - \frac{a_p h_{xx}}{m_t} & -\frac{a_p h_{xy}}{m_t} & -2\zeta\omega_n & 0 \\ -\frac{a_p h_{yx}}{m_t} & -\omega_n^2 - \frac{a_p h_{yy}}{m_t} & 0 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix},$$

$$B(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{a_p h_{xx}}{m_t} & \frac{a_p h_{xy}}{m_t} & 0 & 0 \\ \frac{a_p h_{yx}}{m_t} & \frac{a_p h_{yy}}{m_t} & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

建立系数矩阵  $C_i$ , 应该满足离散映射:

$$v_{i+1} = C_i v_i. \quad (13)$$

由于  $\dot{x}(t-T)$  和  $\dot{y}(t-T)$  并未出现在式 (13) 中,  $v_i$  仅依赖于  $x_i, y_i, x_{i-m+1}, y_{i-m+1}, \dot{x}_i, \dot{y}_i$ , 而与  $\dot{x}_{i-m+1}, \dot{y}_{i-m+1}, \dot{x}_{i-m}, \dot{y}_{i-m}$  无关, 故只需构造一个  $2m+4$  维向量

$$v_i = (x_i, y_i, \dot{x}_i, \dot{y}_i, x_{i-1}, y_{i-1}, \dots, x_{i-m+1}, y_{i-m+1}, x_{i-m}, y_{i-m})^T; \quad (14)$$

另外参数矩阵  $C_i$  应构建成  $2m+4$  阶矩阵:

本文采用二分法取代顺序法以获取临界稳定轴向切深。从理论上说, 获取稳定性叶瓣图的速度将提高一个数量级。获取铣削稳定性叶瓣图的仿真流程如图 1 所示, 图中  $a_{ph}$ ,  $a_{pl}$  分别为轴向切深的上下限,  $C$  为许可误差,  $\text{abs}()$  为绝对值函数,  $\text{eig}()$  为特征值函数。

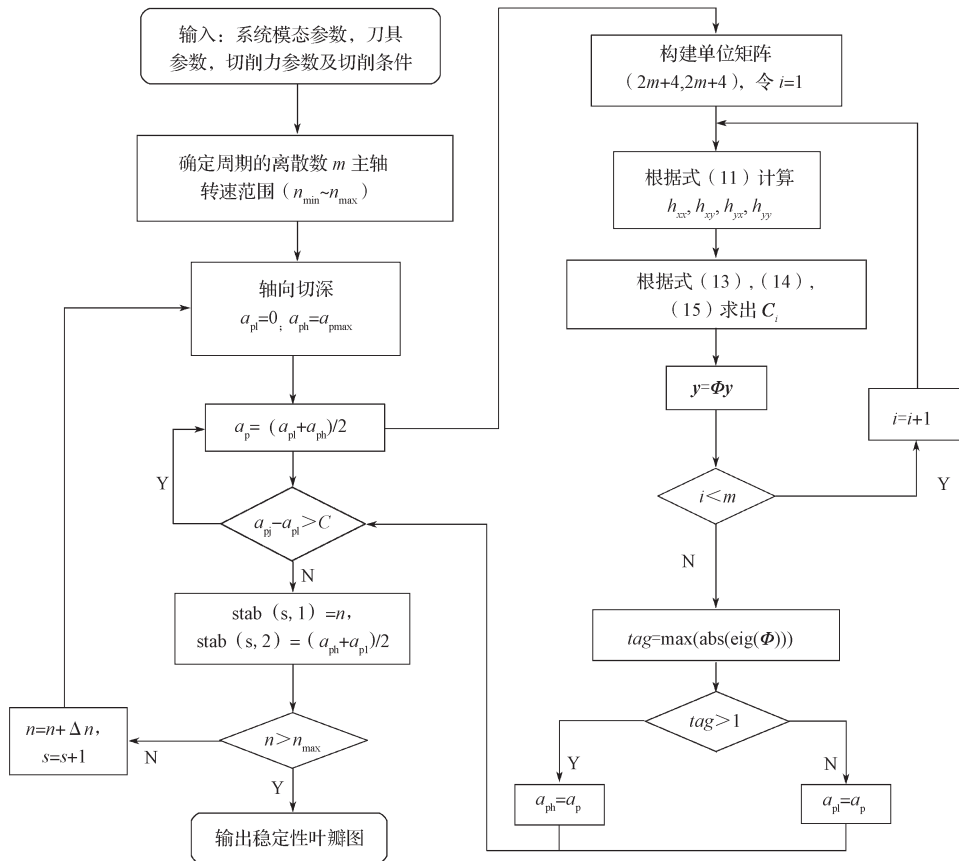


图1 基于改进欧拉法预测铣削稳定性叶瓣图流程图

Fig. 1 Milling stability lobe flowchart based on improved Euler method

2.3 仿真结果分析

采用仿真实例来研究基于改进欧拉法的铣削稳定性预测效果。本文中改进欧拉法所采用的仿真参数均与文献[6]相同，其它仿真参数见表1。所有仿真均在笔记本电脑(Intel® Core (TM) 2 Duo CPU, 2.4 GHz, 4G)上运行，运行平台为MATLAB 2010b，操作系统为Windows 7。在不同的径向切深比( $a_e/D$ )下，改进欧拉法和SDM的仿真结果对比如图2所示。由图可知，本文提出的改进欧拉法IEM与SDM相比，具有相近的预测精度。

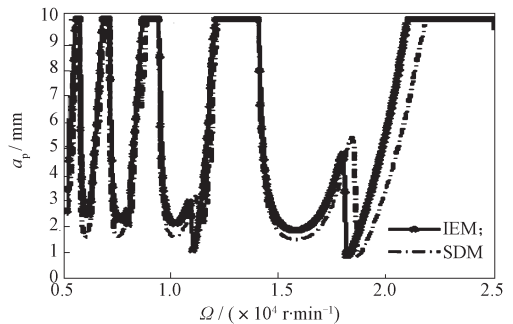
表1 铣削加工颤振稳定域仿真用参数

Table1 Simulation parameters for milling process chatter stability domain

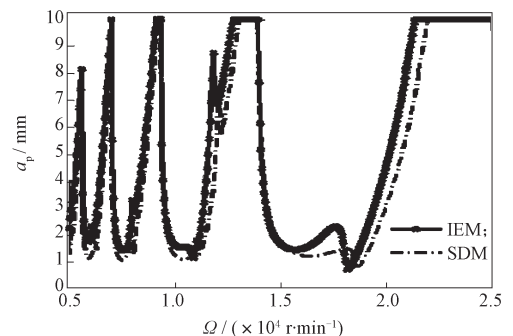
固有频率 $\omega_i/\text{Hz}$	阻尼比 $\zeta$	模态质量 $m/\text{kg}$	切向切削力系数 $K_t/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	径向切削力系数 $K_r/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$
922	0.011	0.039 9	$6.0 \times 10^8$	$2.0 \times 10^8$

当 $m=40$ 时，在不同的径向切深比( $a_e/D$ )下，SDM与改进欧拉法仿真时间对比，如表2所示。由表可知，与SDM相比，改进欧拉法的仿真时间明显减少，这说明改进欧拉法具有更高的计算效率。这是因为SDM需要计算一个指数矩阵，这部分的计算量非常庞大，耗费了大量的计算时间；而改进欧拉法采用

了数值方法，将微分部分离散化，避免了因使用直接积分法而产生大量的指数矩阵运算，大大减少计算时间，提高了计算效率。



a)  $a_e/D = 0.05$



b)  $a_e/D = 0.10$

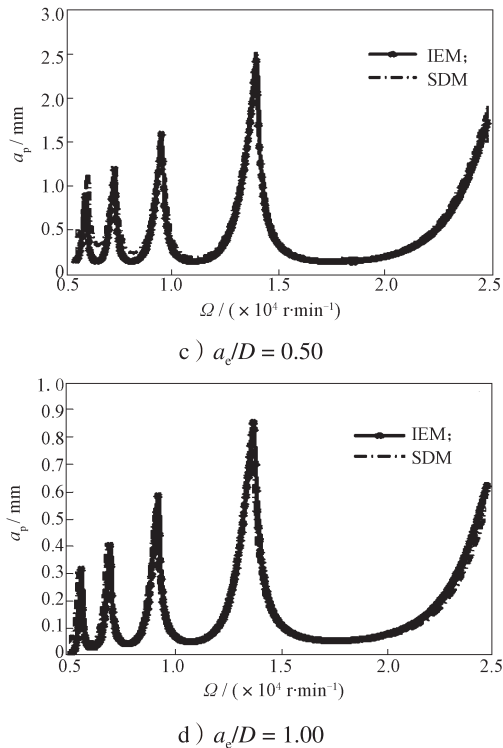


图2 IEM和SDM获取稳定性叶瓣图对比

Fig. 2 Comparison of SLDs by IEM and SDM

表2 IEM与SDM获取稳定性叶瓣图所需计算时间对比

Table Comparison of computational time for getting SLD by IEM and SDM

方法	不同径向切深比所需时间 / s			
	0.05	0.1	0.5	1.0
SDM	457.2	453.7	569.49	520.6
IEM	334.9	327.3	345.8	419.1

### 3 结语

本文采用改进欧拉法求解考虑再生效应的铣削动力学方程,推导出传递矩阵,进而利用Floquet理论判断当前铣削状态的稳定性。仿真时,采用二分法取代顺序法确定临界稳定轴向切深,加快了仿真速度。通过与SDM仿真结果分析比较发现,在确保计算精度的前提下,改进欧拉法具有更好的计算效率,特别适合小径向切深条件下的铣削稳定性预测,对于指导诸如钛合金、镍合金等航空难加工材的高效铣削,具有较大的理论和实用价值。

#### 参考文献:

[1] Altintas Y, Weck M. Chatter Stability of Metal Cutting and Grinding[J]. Annals of the CIRP, 2004, 53(2): 619-642.  
 [2] Balachandran B. Nonlinear Dynamics of Milling Processes

[J]. Philosophical Transactions of Journal of Manufacture Sciences and Engineering, 2001, 359(1781): 793-819.  
 [3] Altintas Y, Budak E. Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 1995, 44(1): 357-362.  
 [4] Budak E, Altintas Y. Analytical Prediction of Chatter Stability in Milling-Part I: General Formulation[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1998, 120(1): 22-30.  
 [5] Merdol S D, Altintas Y. Multi Frequency Solution of Chatter Stability for Low Immersion Milling[J]. Journal of Manufacture Sciences and Engineering, 2004, 126(3): 459-466.  
 [6] Insperger T, Stépán G, Turi J. On the Higher-Order Semi-Discretizations for Periodic Delayed Systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 313(1): 334-341.  
 [7] Insperger T, Stépán G. Updated Semi-Discretization Method for Periodic Delay-Differential Equations with Discrete Delay[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004, 61(1): 117-141.  
 [8] 李中伟,龙新华,孟光.基于Magnus-Gaussian截断的铣削系统稳定性的半离散分析法[J].振动与冲击,2009,28(5): 69-73.  
 Li Zhongwei, Long Xinhua, Meng Guang. Stability Analysis of Milling Process by Semidiscretization Method Based on Magnus-Guassian Truncation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(5): 69-73.  
 [9] Bayly P V, Mann B P, Schmitz T L, et al. Effects of Radial Immersion and Cutting Direction on Chatter Instability in End-Milling[C]//ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. [S. l.]: American Society of Mechanical Engineers, 2002: 351-363.  
 [10] Ding Y, Zhu L M, Zhang X J, et al. A Full-Discretization Method for Prediction of Milling Stability[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2010, 50(5): 502-509.  
 [11] Ding Y, Zhu L M, Zhang X J, et al. Second-Order Full-Discretization Method for Milling Stability Prediction[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2010, 50(10): 926-932.  
 [12] Li M Z, Zhang G J, Huang Y. Complete Discretization Scheme for Milling Stability Prediction[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 71(1/2): 187-199.  
 [13] Li Z Q, Liu Q. Solution and Analysis of Chatter Stability for End Milling in the Time-Domain[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(2): 169-178.

(责任编辑:邓光辉)