

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2015.04.018

基于 T-S 模糊模型的供水系统预测控制策略研究

吴 上, 孙 晓, 胡威林, 武宇龙

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘 要: 针对恒压供水控制系统, 运用模型预测控制方法进行了建模和仿真。该方法利用带遗忘因子的加权递推最小二乘法对模型后件参数进行在线辨识, 减小模型失配造成的对控制性能的影响; 将非线性供水系统模型转化成线性时变状态空间模型, 并由此实现对模型输出的预测, 并通过滚动优化不断得到最优的预测控制输入, 反馈校正过程提高了控制输出精度。仿真分析验证了该方法在供水过程中的灵敏性和准确性。

关键词: 模糊模型; 预测控制; 供水系统; Matlab

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2015)04-0085-05

Predictive Control of Water Supply System Based on T-S Fuzzy Model

Wu Shang, Sun Xiao, Hu Weilin, Wu Yulong

(School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: In view of the constant pressure water supply control system, applied the model predictive control method to modeling and simulation. The method used weighted recursive least squares method with forgetting factor to identify the consequent parameters of model online and to overcome the influence of model mismatch on the control performance; The nonlinear model of water supply system was converted into linear time-varying state space model, and on the basis of the model, achieved the prediction of model output. Through the rolling optimization obtained the optimal predictive control input constantly, and the feedback correction process improved the output precision. The simulation analysis verified the sensitivity and accuracy of the method in water supply.

Keywords: fuzzy model; predictive control; water supply; Matlab

0 引言

经济社会的不断发展不仅促使城市面积不断扩大, 而且使高楼大厦不断增多, 又因市政管网水压压力的局限性, 驱使二次供水的应用也越来越广泛。基于变频调速的恒压供水方法是目前各类二次供水采取的主要方式, 该方式能够很好地满足用户一般的需求, 并具有节能环保的特点。目前的恒压供水系统主要是采用基于传统的 PID 控制模式来实现, 但由于水泵的工作具有非线性特性, 供水管网中水压的上升有一个较大的滞后时间, PID 控制难以在任何工况

条件下都始终保持一种较好的控制性能, 容易出现水泵机组切换过于频繁、系统水压波动大、能耗高和电机过热损坏等异常情况。为了提高供水系统的稳定性及准确度, 近年来人们不断运用更为先进的控制方法, 诸如模糊 PID 控制、无模型自适应控制等, 但现阶段对该领域较精确的控制方式的研究还比较少。

模型预测控制 (model predictive control, MPC) 问世于 20 世纪 70 年代, 因其控制机理对于复杂工业过程有很强的适应性, 在工业领域得到广泛应

收稿日期: 2015-05-23

作者简介: 吴 上 (1992-), 男, 湖南长沙人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为包装机械设计理论与控制技术,

E-mail: godlike_boss@163.com

用。T. Takagi 和 M. Sugeno 提出的 T-S 模糊模型^[1]，它本质是一种非线性模型，适于表达系统的高动态特性。每一条 T-S 模糊规则的结论部分都是一个线性的模型，对应于对象在该工作点附近的动态特性，形成的规则非常直观。预测控制其控制机理主要包括对内部模型的预测、滚动计算思想和反馈及预测校正过程。它可以根据对象的历史信息和未来输入预测其未来输出，具有良好的控制性、灵活性和“预见性”。基于 T-S 模糊模型的预测控制策略已经出现在锅炉水位系统、PH 中和过程等强非线性工业过程中。鉴于该方法的优点及适用性，本文将该方法运用到供水系统中。

1 模糊模型描述

在供水过程中，如果控制系统对用水工况具有一定的“预见性”，便能更合理地安排变频器的输出频率大小，调节水泵的输出，达到更好的控制效果及节能目的。对系统的预测是建立在系统模型的基础上的，但是由于变频调速恒压供水的控制对象属于一个非线性、时变、滞后的系统，整个系统涉及较多的参数，其中部分参数难以准确测定，而且还存在部分时变参数，难以获得它的精确数学模型，只能进行近似等效获取。供水控制系统可由下列自回归滑动平均模型描述的离散时间方程来近似：

$$v_s(k+1)=F_s[w_s(k), u(k)], s=1, 2, \dots, H。$$

为不失一般性，现假设原点为系统平衡点。F_s[*]是连续可微的非线性函数，H 为预测时域长度，w(k)是由当前时刻以及过去时刻的输出和过去时刻的输入数据组成的回归向量，且

$$w(k)=[y(k), \dots, y(k-n_y), u(k-1), \dots, u(k-n_u)]^T,$$

式中：u(k)为系统输入；n_u, n_y分别为供水系统输入和输出的阶次。

对于控制系统的输出，其 T-S 模糊模型可以通过如下 n 条模糊规则共同表示：

R_i : If w₁(k) is A₁ⁱ and w₂(k) is A₂ⁱ and ... and w_q(k) is A_qⁱ and u(k) is A_{q+1}ⁱ,

Then: y_i(k+1) = α_iw(k) + β_iu(k) + φ_i。

R_i 表示第 i 条模糊规则，y_i 表示第 i 条模糊规则的输出，i=1, 2, ..., n。If 语句部分称为规则的前件；Then 语句部分称为规则的后件。模糊规则数 q=n_u+n_y+1，Aⁱ 为第 i 条规则的回归向量所组成的直积空间上的模糊子集，Aⁱ 前件变量数 q=n_u+n_y+1，其隶属函数可取三角形、梯形或高斯型。α_i, β_i 为模糊模型的后件参数，φ_i 为模糊补偿项，其取值与压力传感

器工作环境因素有关。

1.1 模型预测

为得到供水系统相应的预测模型，将 T-S 模型进行等价转化。将上述 T-S 模糊规则模型进行加权平均，则模型输出为

$$y(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^n B_i(w, u)[\pm w(k) + \beta_i u(k) + \phi_i]}{\sum_{i=1}^n B_i(w, u)}, \quad (1)$$

式中 B_i(w, u) = ∏_{h=1}^q λ_{A_hⁱ}(w_h)，∏ 表示模糊算子，λ_{A_hⁱ}(*) 为模糊前件变量的隶属度函数。

$$\text{记 } \omega_i(w, u) = \frac{B_i(w, u)}{\sum_{i=1}^n B_i(w, u)}, \text{ 应满足 } \sum_{i=1}^n \omega_i(w, u) = 1 \text{ 且}$$

$$0 \leq \omega_i(w, u) < 1。$$

则式 (1) 可重新表示为

$$y(k+1) = \sum_{i=1}^n \omega_i(w, u)[\alpha_i w(k) + \beta_i u(k) + \phi_i]。 \quad (2)$$

$$\text{令 } \alpha(k) = \sum_{i=1}^n \omega_i(w, u)\alpha_i, \beta(k) = \sum_{i=1}^n \omega_i(w, u)\beta_i,$$

$$\phi(k) = \sum_{i=1}^n \omega_i(w, u)\phi_i, \text{ 则有 } y(k+1) = \pm w(k) + \beta u(k) + \phi,$$

记 x(k)=w(k)^T，可将 T-S 模糊模型描述的非线性供水系统转化为如下线性时变的状态空间表达式：

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + \theta(k), \\ y(k) = C(k)x(k). \end{cases} \quad (3)$$

式中：A(k)为状态矩阵；B(k)为输入矩阵；C(k)为输出矩阵；θ(k)为补偿矩阵，且

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \dots & \alpha_{n_y} & \alpha_{n_y+1} & \alpha_{n_y+2} & \dots & \alpha_{q-1} & \alpha_q \\ 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}_{q \times q},$$

$$B = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1_{(n_y+2,1)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{q \times 1}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{1 \times q}^T, \quad \theta = \begin{bmatrix} \phi \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{q \times 1}。$$

将式(3)做为预测模型,根据对象历史信息和未来输入实现对未来输出的预测,递推计算得 $k+h$ 时刻模型的预测输出为:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+h|k) = & \mathbf{CA}^h x(k) + \mathbf{CA}^{h-1} \mathbf{B}u(k) + \dots + \\ & \mathbf{CAB}u(k+h-2) + \mathbf{CB}u(k+h-1) + \\ & \mathbf{CA}^{h-1} \boldsymbol{\theta} + \dots + \mathbf{CA}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{C}\boldsymbol{\theta}. \end{aligned} \quad (4)$$

1.2 参数的在线辨识

模型与装置不相同,即模型失配,那么装置输出将达到一个不正确的最终值。由于实际工业过程在运行中所受的影响因素众多,模型失配是非常普遍的现象。现利用带遗忘因子的递推加权最小二乘法对模型的后件参数进行在线辨识,以削弱模型失配情况下对系统控制性能造成的影响。令

$$\boldsymbol{\psi}(k-1) = [y(k-1), \dots, y(k-1-n_y), \\ u(k-2), \dots, u(k-1-n_u), 1],$$

$$\boldsymbol{\Theta}_i = [\alpha_{i,1}, \dots, \alpha_{i,n_y}, \alpha_{i,n_y+1}, \beta_i, \phi_i]^T.$$

记模型回归向量

$$\boldsymbol{\Psi}(k-1) = [\omega_1 \boldsymbol{\psi}(k-1), \omega_2 \boldsymbol{\psi}(k-1), \dots, \omega_n \boldsymbol{\psi}(k-1)]^T,$$

后件参数向量 $\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{\Theta}_1, \boldsymbol{\Theta}_2, \dots, \boldsymbol{\Theta}_n]^T$,则式(1)可表示成 $y(k) = \boldsymbol{\Psi}^T(k-1) \cdot \boldsymbol{\Theta}$,带遗忘因子的递推加权最小二乘法的具体算法如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \theta_i(k) &= \theta_i(k-1) + \\ & \frac{\omega(k-1)P_i(k-1)\boldsymbol{\Psi}(k-1)}{1 + \omega(k-1)\boldsymbol{\Psi}^T(k-1)\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\Psi}(k-1)} \hat{\varepsilon}(k), \\ P_i(k) &= \frac{1}{\rho} \left[P_i(k-1) - \right. \\ & \left. \frac{\omega(k-1)P_i(k-1)\boldsymbol{\Psi}(k-1)\boldsymbol{\Psi}^T(k-1)\mathbf{P}(k-1)}{\rho + \omega(k-1)\boldsymbol{\Psi}^T(k-1)\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\Psi}(k-1)} \right]. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

取 $\mathbf{P}(0), \boldsymbol{\Theta}^T(0)$ 初始条件 $\mathbf{P}(0) = \chi^2 \mathbf{I}, \boldsymbol{\Theta}^T(0) = \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{I}$, χ 取值通常为 $10^6 \sim 10^8$; $\boldsymbol{\xi}$ 为足够小正实向量, \mathbf{I} 为单位矩阵, $\hat{\varepsilon}(k)$ 模型输出预计误差, $P_i(k-1) (i=1, 2, \dots, n)$ 是协方差矩阵 $\mathbf{P}(k-1) = [P_1(k-1), \dots, P_n(k-1)]$ 的第 i 个元素; $\omega(k-1)$ 是非负加权系数。遗忘因子 ρ 反映了算法对新数据学习能力,其取值越小,算法的学习能力越强。

1.3 滚动优化

预测控制一般常采用的优化性能指标有二次型性能指标、一范数型性能指标、无穷范数型性能指标。取二次型(H2范数)性能指标如下:

$$\begin{aligned} \min J(k) = & \sum_{i=H_w}^H [\hat{y}(k+h|k) - y_r(k+h|k)]^2 q_i + \\ & \sum_{j=1}^{H_u} [\Delta u(k+j-1)]^2 r_j. \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $\Delta u(k+j-1) = u(k+j-1) - u(k+j-2)$; H_w 是纯滞后时间长度; H, H_u 分别为预测时域长度和控制时域长度。

$\hat{y}(k+h|k)$ 表示预测输出, $y_r(k+h|k)$ 表示理想输出,取决于 k 时刻的状态, $q_i \geq 0, r_i > 0$ 分别为输出加权系数和控制加权系数,输出轨迹可以通过对加权系数的改变来调整。

理想输出定义为:

$$y_r(k+i|k) = s(k+i) - e^{-iT_s/T_{ref}} \varepsilon(k),$$

式中:当前误差 $\varepsilon(k) = s(k) - y(k)$; $s(k+1)$ 表示设定值; T_s 为采样周期; T_{ref} 为指数形式的时间常数,它表征了响应速度。

由性能指标式(6)求得 k 采样时刻的预测控制输入,将当前时刻的控制输入作用于系统, $k+1$ 采样时刻,重新进行采样,再预测,预测时域仍保持相等长度,优化目标随时间推移,由此完成滚动优化过程。通过对性能指标的最优化计算以确定在控制时域内的最优控制序列。

1.4 反馈校正

反馈在各类控制中起着不可替代的作用,它能使系统获得良好的闭环稳定性和一定抗干扰的能力。很多时候模型并不能充分适应对象以及处理环境的不确定性,其解决方法是得到装置最新的输出与最新模型预测输出之差,然后从理想输出中减去这个偏差,从而在一定程度上补偿外界不确定因素造成的对系统的影响。

记装置实际输出与模型预测输出的偏差 $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$,则校正后的预测输出为:

$$\hat{Y}(k+h|k) = \hat{y}(k+h|k) + e(k) = \hat{y}(k+h|k) + y(k) - \hat{y}(k). \quad (7)$$

2 供水系统相关数学模型的建立

变频调速恒压供水系统的一般原理为:通过安装在出水管网上的压力传感器将管网内的实时压力转变为电信号传送给控制器内,控制器经过与设定压力值进行比较得到系统的调节参数,调节电机的工作数量和变频器的工作频率。变频器的输出频率直接影响电动机的转速,电动机转速直接关系到水泵的输出流量和压力。管网内用户的用水量不断变化引起管网内水压的变化,控制器不断根据现有状态对控制参数进行改变,由此过程实现对管网内水压值的实时监控,实现闭环控制恒压供水。由恒压供水原理易知它是一个时滞的非线性过程。

供水系统的硬件部分主要包括供水箱、变频器、电机、水泵及管道。各环节传递函数可描述如下^[2]:

$$1) \text{ 变频器环节 } G_1(s) = \frac{K_v}{T_v s + 1},$$

式中： $K_v = \frac{\omega}{U}$ ； T_v 是一常数，一般取10~1 000； ω 是变频器输出频率； U 是输出电压。

$$2) \text{ 电动机环节 } G_2(s) = \frac{K_d}{T_d s + 1},$$

式中： $K_d = \frac{iK_0}{J}$ ； $T_d = \frac{D+iK_0}{J}$ ； i 为电动机极对数； J 为转动惯量； D 为摩擦系数， K_0 取值与转子电阻值、定子电源的电压和频率有关。

$$3) \text{ 水泵及管道环节 } G_3(s) = \frac{K_g s}{T_g s + 1} e^{-\tau s},$$

式中： K_g 为表征水流反调节作用的微分系数； T_g 为表征水流惯性的时间常数； τ 为系统时滞常数。

综上所述，供水系统数学模型可近似描述为：

$$G(s) = \frac{K_v K_d K_g}{(1 + T_v s)(1 + T_d s)(1 + T_g s)} e^{-\tau s} \quad (8)$$

3 实验仿真

为验证所采用控制方法的跟踪性能，分别将模糊预测控制方法以及常用的PID控制方法运用到上述供水系统数学模型中，其中预测控制算法流程如图1所示。

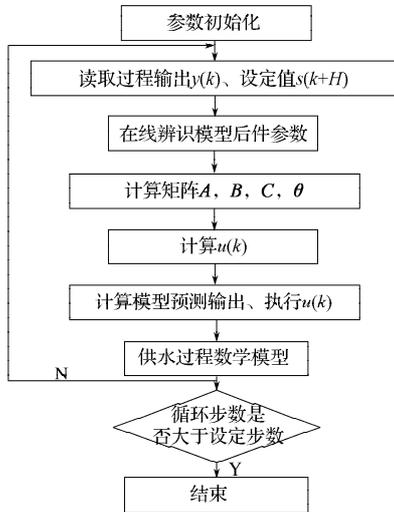


图1 控制算法流程图

Fig.1 Flowchart of control algorithm

供水系统的时滞常数 τ 的取值取决于管路构造及用水用户规模，时滞常数随系统总用水量的增加而增大。参考国内外的供水过程研究成果及实验分析，本实验将供水系统的近似数学模型选为^[3-6]

$$G(s) = \frac{0.98s}{(10s + 1)(12s + 1)(45s + 1)} e^{-12s}$$

仿真初值设定：控制量初值 $u(0)=0$ Hz、初始时刻输出 $y(0)=0$ Hz、设定压力值 $s(k+h)=0.5$ MPa。

预测控制算法系统参数设定：预测时域 $H_p=6$ s、采样时间 $T_s=1$ s、输入变量限幅区间为 $[0\sim50]$ Hz、参考轨迹响应时间 $T_{ref}=2$ s。

PID控制算法系统参数设定：经自适应整定后，PID控制3个参数取值分别为 $K_p=30$ ， $K_i=5$ ， $K_d=1$ 。

运用 Matlab 软件，得到的系统仿真结果如图2~3所示。

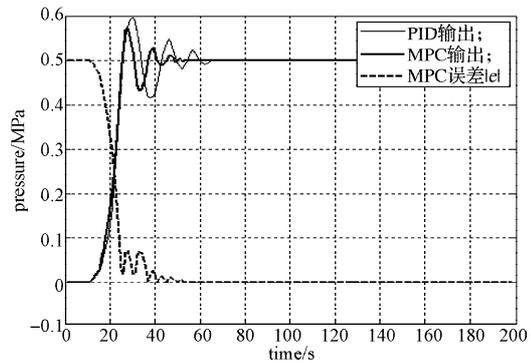


图2 输出响应-误差仿真变化曲线

Fig. 2 The output response-error simulation curve

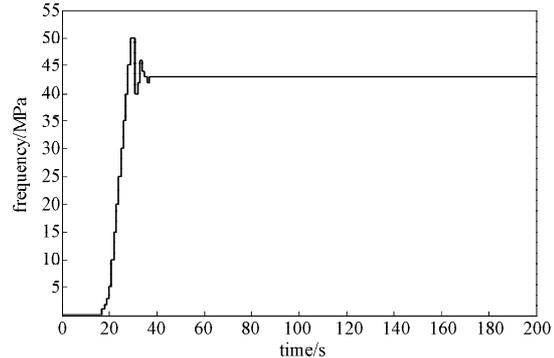


图3 频率变化趋势图

Fig. 3 Frequency change trend diagram

由图2~3可以看出：1) 由于仿真所选用的供水系统数学模型存在纯滞后环节，2种控制方法的压力曲线都存在一定的滞后现象；2) 无论MPC控制还是PID控制都能迅速地完成了对系统压力变化阶跃响应的跟踪，并达到一个稳定的工作状态；3) 2种控制方法在控制压力快速上升阶段的曲率相差不大，但MPC控制的压力曲线比PID控制的压力曲线达到设定值所花的时间更短，系统超调量更小。

4 结语

供水问题直接影响到人们生活质量的提高，是城市繁荣与发展的根本保障，寻求一种可靠、节能的供水控制方式成为人们的期望。本文基于T-S模糊模型的预测控制方法应用到供水系统的压力控制中，构建了响应的供水系统数学模型，并利用 Matlab 软件对系统进行了仿真分析，仿真结果对比验证了该控制方法

的有效性^[7-10]。整个控制过程所需的调整参数少、自动化程度较高,具有较好的灵敏性和跟踪能力,具有一定的实际应用价值。

参考文献:

- [1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy Identification of System and Its Applications to Modeling and Control[J]. IEEE Transactions on System Man and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132.
- [2] 李 红. PID控制的泵供水系统仿真试验[J]. 排灌机械, 2008, 26(4): 48-51.
Li Hong. Simulation of Water Supply System Based on PID Control[J]. Drainage and Irrigation Machinery, 2008, 26(4): 48-51.
- [3] Coulbeck B, Ulanicki B, Rance J P, et al. Pressure Control of a Moscow Water Supply System Using Expert System Technology[C]//Conference on Decision and Control Proceedings of the 35th. Kobe: IEEE, 1996: 4498-4499.
- [4] 王海波. 焙烧温度的智能预测函数控制方法[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2010.
Wang haibo. The Intelligent Predictive Function Control Method About Anode Baking Temperature[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2010.
- [5] 彭鞍虹. 通用变频器异步电动机的传递函数[J]. 鞍山钢铁学院学报, 2000, 23(6): 447-449.
Peng AnHong. Transmitting Function of Inverter Induction Motor[J]. Journal of Anshan Institute of Iron and Steel. Technology, 2000, 23(6): 447-449.
- [6] 刑宗义. 基于T-S模型的模糊预测控制研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(5): 495-500.
Xing Zongyi. Fuzzy Predictive Control Based on T-S Model [J]. Control and Decision, 2005, 20(5): 495-500.
- [7] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993: 1-68.
Xi Yugeng. Predictive Control[M]. Beijing: Academic Press, 1993: 1-68.
- [8] 席裕庚. 预测控制定性综合理论的基本思路和研究现状 [J]. 自动化学报, 2008, 34(10): 1225-1234.
Xi Yugeng. Fundamental Philosophy and Status of Qualitative Synthesis of Model Predictive Control[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(10): 1225-1234.
- [9] Wang W. Generalized Predictive Control of Nonlinear System of the Hammerstein Forms[J]. Control Theory and Applications, 1994, 11(6): 672-680.
- [10] Rohit S, Patwardham S, Laksh M. Constrained Nonlinear MPC Using Hammerstein and Wiener Models: PLC Framework[J]. Control Theory and Applications, 1998, 44(7): 1611-1622.

(责任编辑: 申 剑)