

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2015.04.003

# 基于动态Smagorinsky-MRT-LBM的 圆柱绕流湍流研究

姜业龙<sup>1</sup>, 谷正气<sup>1, 2</sup>, 张 勇<sup>1</sup>, 魏洪桢<sup>1</sup>

(1. 湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007; 2. 湖南大学 汽车先进设计制造国家重点实验室, 湖南 长沙 410082)

**摘 要:** 采用多松弛格子玻尔兹曼与大涡模拟的动态 Smagorinsky 亚格子涡粘模型相结合的方法对圆柱绕流湍流进行模拟, 研究 300 至 10 000 不同雷诺数下的单圆柱绕流湍流涡的周期性变化。研究表明: 计算所得的斯考特数值和阻力系数值与文献中实验结果以及有限元仿真结果基本一致, 说明该方法对于不同雷诺数的湍流模拟是合理的。

**关键词:** MRT-LBM; 大涡模拟; 圆柱绕流; 动态 Smagorinsky 模型

中图分类号: O35

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2015)04-0010-05

## Numerical Simulation of Turbulent Flow Around Cylinder Based on Dynamic Smagorinsky-MRT-LBM

Jiang Yelong<sup>1</sup>, Gu Zhengqi<sup>1, 2</sup>, Zhang Yong<sup>1</sup>, Wei Hongzhen<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China;

2. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** Applies multiple relaxation lattice Boltzmann and large eddy simulation of dynamic Smagorinsky model for simulating turbulent flow around a cylinder, and researches periodic change of turbulent vortex flow around a cylinder under different  $Re$  300~10 000. The research shows that: the calculated Strouhal number and the drag coefficient are consistent with the published experimental results and the finite element simulation results, indicating that the method is reasonable for simulating turbulent flow of different Reynolds number.

**Keywords:** MRT-LBM; large eddy simulation; single-cylinder flow around; dynamic Smagorinsky model

## 0 引言

柱体绕流现象广泛地存在于工程实践中, 其中高雷诺数下的湍流模型多依赖于经验, 使得湍流模型在圆柱绕流的研究中的准确度不高<sup>[1]</sup>。Boltzmann 方法作为一种新型的计算流体方法, 凭借其精度较高、并行性特点<sup>[2]</sup>广泛应用于多孔介质、多相流和热力学

领域。其中, 本文使用的多松弛时间格子玻尔兹曼方法 (multiple relaxation time-LBM, MRT-LBM) 模拟高雷诺数在计算时比采用相同粒子密度的单松弛时间玻尔兹曼方法 (single relaxation time-LBM, SRT-LBM) 在时间效率上提高 4 倍左右<sup>[3]</sup>。

近年来, 不少学者将 LBM 的与湍流模型进行结合<sup>[4-5]</sup>。O. Filippova 等<sup>[6]</sup>则将  $k-\varepsilon$  湍流模型引入 SRT-

收稿日期: 2015-06-13

基金项目: 中央财政支持地方高校专项资金资助项目 (0420036017), 2015 年湖南省教育厅科学研究优秀青年基金资助项目 (2015B066)

作者简介: 姜业龙 (1989-), 男, 山东青岛人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为汽车空气动力学,

E-mail: jiangyelong2013@126.com

LBM 研究翼型的高雷诺数绕流; S. Succi 等<sup>[7]</sup>将雷诺时均法的  $k-\varepsilon$  两方程湍流模型引入到 LBM 中; 刘克同等<sup>[8]</sup>运用 MRT-LBM, 对苏通大桥主梁断面的静力三分力系数进行了数值模拟。文献[7]的研究是在前人的基础上将湍流模型引入到单松弛时间模型, 其弛豫时间精度较多松弛时间不高; 文献[8]是分析了桥梁静力三分力情况, 没有进行动态分析。

本文结合动态 Smagorinsky 亚格子模型并对雷诺数为 300~10 000 的圆柱绕流流动进行 MRT-LBM 计算, 精确计算卡门涡街的周期性特性, 讨论完整的涡街脱落周期, 准确模拟湍流, 同时计算斯特劳哈尔数 (strouhal number,  $St$ ) 和阻力系数 (drag coefficient,  $Cd$ ), 与文献中实验结果和有限元仿真结果进行对比, 说明了该方法是有效可行的。

## 1 数学模型和方法

### 1.1 多松弛时间 Boltzmann 方法原理

本文采用 D2Q9 模型, 该模型离散方式<sup>[9]</sup>如图 1, 格子点的 9 个粒子分布函数  $f_i(x, t)$ , 其中  $t$  为时刻,  $x$  为位置,  $c_i$  是离散速度,  $i$  取值 0~8。本文采用的 MRT-LBM 的控制方程

$$|f(x_i + c_i \Delta t, t + \Delta t)| = |f(x_i, t) - \mathbf{M}^{-1} \hat{\mathbf{S}} [m(x_i, t) - m^{eq}(x_i, t)]|, \quad (1)$$

式中:  $\langle f \rangle$  通过转换矩阵  $\mathbf{M}$  映射到矩空间  $|m\rangle$ ;  $\mathbf{S}$  为对角碰撞松弛矩阵。

平衡态粒子分布函数  $f_i^{eq}$  由式 (2) 计算

$$f_i^{eq} = \rho \omega_i \left\{ 1 + \frac{3}{c^2} c_i \cdot u + \frac{9}{2c^4} (c_i \cdot u)^2 - \frac{3}{c^2} u \cdot u \right\}, \quad (2)$$

式中:  $\rho$  为流体密度;  $c$  为真空下的声速;  $\omega_i$  为权重系数, 其取值参考文献[9];  $u$  为来流速度。

宏观物理量密度  $\rho$ 、速度  $u$  和压力  $p$  可由粒子分布函数统计求得, 即

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i; u_i = \sum_{i=0}^8 c_i f_i; p = \rho c^2。$$

该方法的演化过程包括碰撞和迁移, 其方程分别为:

$$f_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) = \bar{f}_i(x, t), \quad (3)$$

$$\bar{f}_i(x, t) = f_i(x, t) - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} [m(x_i, t) - m^{eq}(x_i, t)]。 \quad (4)$$

式 (3)~(4) 中:  $\bar{f}_i(x, t)$  ( $i$  取值 0~8) 表示碰撞后的粒子分布函数; 映射矩阵  $\mathbf{M}$  的作用是将粒子分布函数  $f$  映射到矩空间, 即  $m = \mathbf{M} \cdot f$ , 称  $m$  为粒子分布函数  $f$  的矩空间<sup>[10]</sup>; MRT-LBM 的松弛参数由碰撞松弛矩阵  $\mathbf{S}$  给出, 即

$$\mathbf{S} = \text{diag}[s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8], \quad (5)$$

其中  $s_0, s_3, s_5$  取 0;  $s_1$  与体积黏性有关, 取 1.2;  $s_2, s_4, s_6$  取 1.1;  $s_7, s_8$  与运动黏性系数  $\nu$  有关, 取  $s_7 = s_8 = 2/(6\nu + 1)$ 。

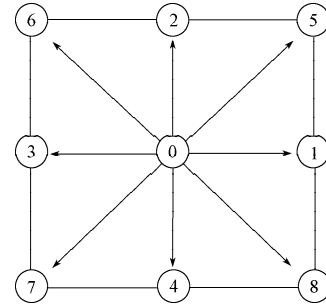


图1 D2Q9模型格子

Fig. 1 D2Q9 lattice model

### 1.2 动态涡黏膜型嵌入 MRT-LBM 方法

本文运用 MRT-LBM 方法模拟流场的流动, 动态 Smagorinsky<sup>[11]</sup>来模化滤波后的非封闭项。动力黏度  $\nu$  和松弛时间  $\tau$  的关系为:

$$\tau = 3(\nu_0 + \nu_i) + 1/2, \quad (6)$$

式中  $\nu_0, \nu_i$  分别是分子黏度和湍流黏度。

用上式来表示松弛时间的目的是把亚格子模型嵌入到 MRT-LBM 中, 其中亚格子动态涡黏性模型中的亚格子涡黏性系数为

$$\nu_i = (c_s \Delta)^2 |\bar{S}|, \quad (7)$$

式中:  $c_s$  为常数, 取值 0.0845, 根据特定流场情况取不同的值<sup>[12-13]</sup>;  $\Delta$  为过滤尺寸;  $|\bar{S}|$  为应变率张量的模, 其中  $|\bar{S}|$  的表达式为  $|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij} \cdot \bar{S}_{ij})^{1/2}$ 。

其中, 应力张量系数  $\bar{\Pi}_{ij}$  可以根据当地应变张量计算<sup>[14]</sup>:

$$\bar{\Pi}_{ij} = 2(\nu_0 + \nu_i) \bar{S}_{ij}。 \quad (8)$$

反过来, 应力张量可以根据非平衡密度分布在本地计算得到。因此, 通过上 2 方程式可以得到涡流黏度的二次方程, 弛豫时间为在算例计算时的每一个时间步<sup>[15]</sup>。

基于 MRT-LBM 进行圆柱绕流的流体仿真, 整个过程需要通过粒子碰撞和迁移进行迭代完成。其算法流程见文献[9]。

本文的边界处理使用反弹格式的插值法处理曲面边界条件<sup>[16]</sup>, 利用反弹格式的处理思想, 对分布函数做碰撞后插值。

## 2 二维圆柱绕流模拟和实验验证

### 2.1 圆柱绕流计算参数设置

采用开源 Palabos 软件, 运用 C++ 语言进行编程, 如图 2, 设置 0.9 m × 0.3 m × 0.1 m 的计算域, 流场的上下边界为对称边界条件, 左界为流场指定速度

入口, 根据不同情况设置来流速度并保持不变, 右边为流场的出口, 采用外推边界。

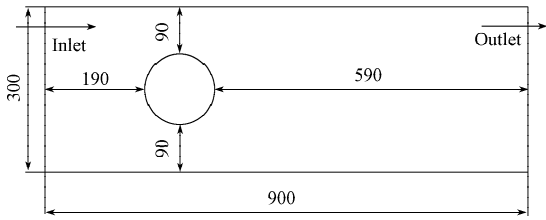


图2 圆柱绕流的模型参数设置 (单位: mm)

Fig. 2 The model parameter setting of flow around a cylinder

流体介质选择温度为 27 °C 的不可压缩理想气体, 黏度  $\mu=1.789 4e-5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , 来流速度设置如表 1。

表1 不同雷诺数  $Re$  及来流速度

Table 1 Different  $Re$  number and the flow velocity

工况	雷诺数	$u_{\infty} / (\text{m/s})$
1	300	0.548
2	3 900	7.140
3	10 000	36.500

## 2.2 计算结果分析

### 2.2.1 计算结果与实验结果对比

本文中设计的主要参数雷诺数  $Re$ ,  $St$  数及  $Cd$  值和  $Cl$  值的定义式如下:

$$Re = \frac{u_0 d}{\nu}, St = \frac{f_v d}{u_0}, Cd = \frac{2F_d}{\rho d u_0^2}, Cl = \frac{2F_l}{\rho d u_0^2}$$

式中:  $u_0$  为来流速度;  $d$  为圆柱直径;  $\nu$  为运动黏度;  $f_v$  为涡脱落频率;  $F_d$  和  $F_l$  分别为圆柱受到的阻力和升力, 其具体测定选用动量交换方法<sup>[9]</sup>。

表 2 和表 3 分别为  $Re=300$  和  $Re=3 900$  时计算所得的  $St$  数以及  $Cd$  值, 与文献[17~20]中实验结果的对比。

表2  $Re=300$  不同数值模拟和实验结果比较

Table 2 Comparison of different numerical simulation and experimental results for  $Re=300$

	方法	平均 $Cd$	$St$
数值模拟	FEM	1.37	0.166
	SRT-LBM <sup>[17]</sup>	1.39	0.169
	MRT-LBM-DSM	1.29	0.170
实验	D. Tritton <sup>[18]</sup>	1.25	

表3  $Re=3 900$  不同数值模拟和实验结果比较

Table 3 Comparison of different numerical simulation and experimental results for  $Re=3 900$

	方法	平均 $Cd$	$St$
数值模拟	FDM-2D <sup>[19]</sup>	1.74	0.263
模拟	MRT-LBM-DSM	1.38	0.223
实验	A. G. Kravchenko 等 <sup>[20]</sup>	0.99	

由表可得, 低雷诺数时 MRT-LBM-DSM 同其他数值方法<sup>[17]</sup>和实验结果<sup>[18]</sup>吻合得很好, 说明该方法可以模拟低雷诺数的圆柱绕流; 在高雷诺数时也得

到较为可信的  $Cd$  值和  $St$  数, 说明将动态涡黏模型嵌入 MRT-LBM 中亦能模拟高雷诺数圆柱绕流。

### 2.2.2 涡街周期性变化

图 3 是  $Re=300$  时圆柱扰流的一个涡街脱落周期的涡量图和压力等值图, 反映了一个典型涡街脱落周期内漩涡的初生形成、脱落及在尾流中不断发展的整个过程。

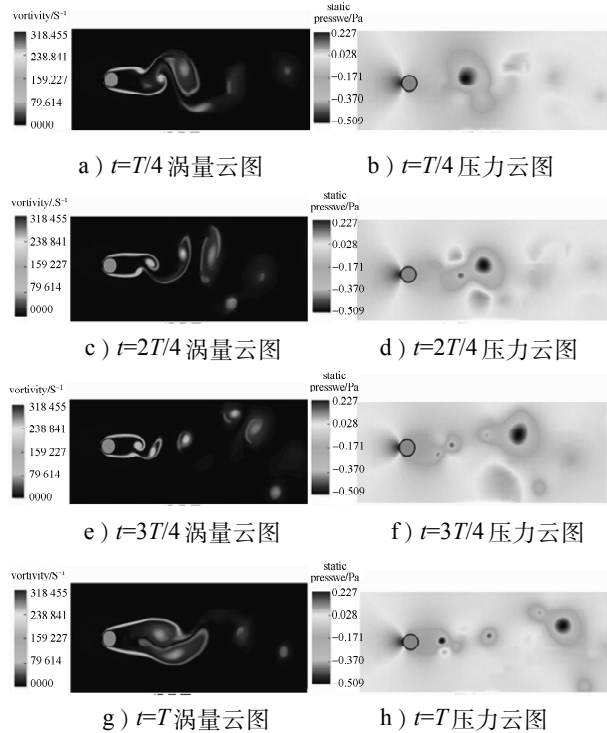


图3  $Re=300$  时的涡量图和压力图

Fig. 3 The vorticity and pressure diagram of  $Re=300$

如图所示,  $t=T/4$  时刻, 上一周期脱落形成的涡在圆柱尾流中继续发展, 圆柱的右下方形成负压区, 并逐渐生成旋涡, 下游区涡旋强度的衰减, 并有向尾部流动、脱落的趋向;  $t=2T/4$  时刻, 圆柱右下方脱落的漩涡在尾流中逐渐发展, 同时在圆柱的右上方形成一片负压区, 旋涡在负压区内逐渐生成;  $t=3T/4$  时刻圆柱右上方的漩涡完全生成, 沿着尾流方向移动; 最后圆柱右上方形成的漩涡在  $t=T$  时刻完全脱落, 圆柱绕流的流场情况已经开始表现为其尾迹失去对称性, 圆柱后面产生以一定频率脱落的涡旋, 即卡门涡街。

图 4 是  $Re=10 000$  时涡街脱落周期的涡量图和压力图。在开始计算时, 运用 MRT-LBM 直接测算, 发现模拟结果不稳定, 从涡量图可以看出旋涡仍然上下交替脱落, 但旋涡结构及其排列变得很不规则。从一个周期内的压力分布图可以得出: 雷诺数大, 涡旋强度大, 柱体周围的瞬时局部负压亦很大。通过与表 3 进行比较, 得出在引入动态 Smagorinsky 模型

之后, 其阻力系数的精度明显优于其他二维方法得到的结果。

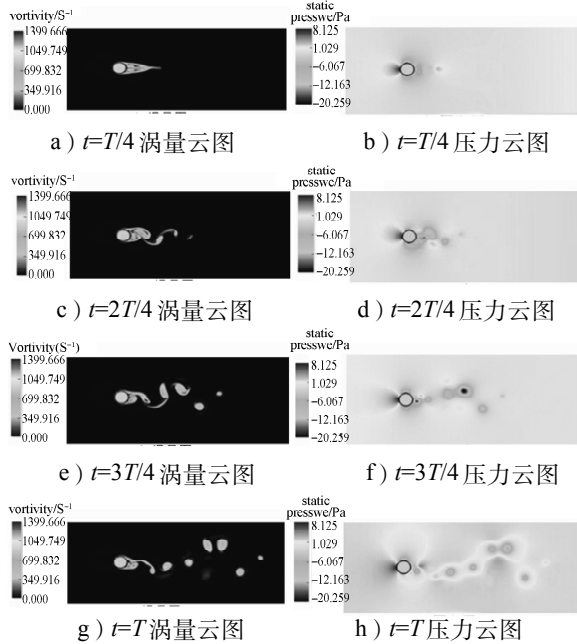


图4  $Re=10\ 000$ 时的涡量图和压力图

Fig.4 The vorticity and pressure diagram of  $Re=10\ 000$

### 2.2.3 圆柱绕流的气动力特性

图5和图6分别为  $Re=300$  和  $Re=10\ 000$  时圆柱的阻力系数、升力系数时程曲线。计算时时间步长取  $0.02\ s$ 。计算所得的结果是当流动发展相对稳定时提取出来的。

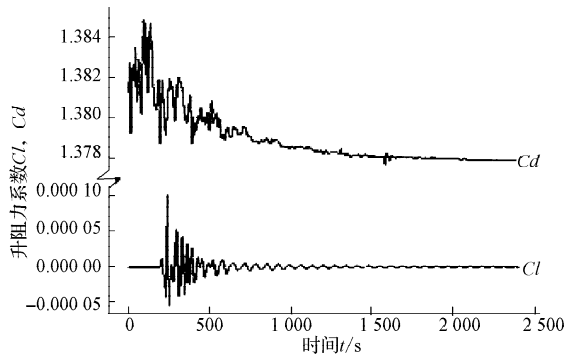


图5 雷诺数为300时的升、阻力系数图

Fig.5 The lift and drag coefficients of  $Re=300$

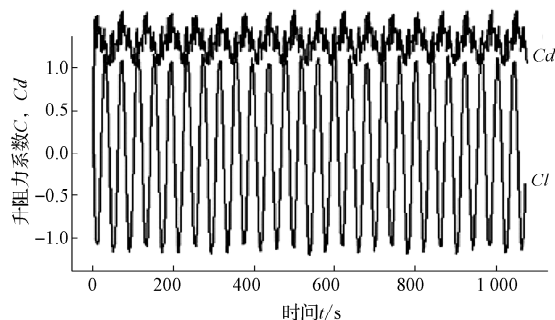


图6 雷诺数为10000时的升、阻力系数图

Fig.6 The lift and drag coefficients of  $Re=10\ 000$

由图可以看出: 进入稳态后, 低雷诺数的  $C_l$  值和  $C_d$  值随时间的变化都近似于正弦曲线并趋于平缓; 高雷诺数时  $C_l$  值和  $C_d$  值波动频率增加, 幅值震荡剧烈, 周期变得不完全规则, 但  $C_l$  值和  $C_d$  值仍呈现周期性的变化, 这是由于周期性脱落的卡门涡街引起的。升力系数都在0上下波动, 阻力系数基本在1.4上下波动, 这说明圆柱绕流流场中阻力作用非常强, 升力作用影响较弱。

## 3 结论

本文将动态 Smagorinsky 亚格子模型引入 MRT-LBM, 模拟不同雷诺数下的圆柱绕流流场, 通过对圆柱绕流的气动特性的研究, 得出以下结论:

1) 低雷诺数情况下,  $St$  值和  $C_d$  值能够很好的吻合; 高低雷诺数时,  $St$  数和  $C_d$  值均比实验结果稍大, 这是因为湍流复杂的三维特性, 使得二维数值模拟不足以体现全部湍流特征。

2) 通过与实验值对比, 低  $Re$  数计算的漩涡脱落  $St$  数值与试验结果吻合, 有较强的非定常流动扑捉能力; 对高  $Re$  数湍流瞬时流向涡量场进行了细致的计算分析, 湍流粘性的壁面抑制效应使得二维湍流模拟的  $C_d$  数几乎与三维湍流结果一致, 其结果与有限元直接数值模拟、实验数据吻合较好, 说明该方法模拟二维圆柱绕流是合理可行的。

本文的方法研究再次证明基于动态涡黏膜型的 MRT-LBM 方法在流体力学研究中的可行性, 能够对复杂的湍流进行研究。可以为后续研究提供相关依据。若要对高  $Re$  数的湍流现象实现更为精确的数值模拟, 则需要采用三维数值模拟方法进行进一步的研究。

### 参考文献:

- [1] 周云龙, 郭婷婷. 高等流体力学[M]. 北京: 中国电力出版社, 2008: 7-10.  
Zhou Yunlong, Guo Tingting. Advanced Hydrodynamics [M]. Beijing: China Power Press, 2008: 7-10.
- [2] Zhang Wenhui, Xi Wenyong. Test Study of High Liquid Limit Clay Modified by Quick Lime Used As Sub-Grade Material[J]. Journal of Central South University of Technology, 2008, 15(2): 126-130.
- [3] Yu H, Girimaji S S. Near-Field Turbulent Simulations of Rectangular Jets Using Lattice Boltzmann Method[J]. Physics of Fluids, 2005, 17(12): 1-17.
- [4] 施卫平, 祖迎庆. 用Lattice Boltzmann方法计算流体对曲线边界的作用力[J]. 吉林大学学报: 理学版, 2005, 43(2): 132-136.

- Shi Weiping, Zu Yingqing. Evaluation of Fluid Acting Force on the Curve Boundary in the Lattice Boltzmann Method [J]. Journal of Jilin University: Natural Science, 2005, 43(2): 132-136.
- [5] Hou S, Sterling J, Chen S, et al. A Lattice Boltzmann Subgrid Model for High Reynolds Number Flows[J]. Arxiv Preprint Comp-Gas, 1994(6): 151-66.
- [6] Filippova O, Succi S, Mazzocco F. Multiscale Lattice Boltzmann Schemes with Turbulence Modeling[J]. Journal of Computational Physics, 2001, 170(2): 812-829.
- [7] Succi S, Amati G, Benzi R. Challenges in Lattice Boltzmann Computing[J]. Journal of Statistical Physics, 1995, 81(1/2): 5-16.
- [8] 刘克同, 汤爱平, 刘玥君. 基于 MRT-LBM 大涡模拟的桥梁气动参数数值仿真[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2013, 45(11): 87-96.  
Liu Ketong, Tang Aiping, Liu Yuejun. Numerical Simulation for Aerodynamic Parameters of Bridge Decks Using MRT-LBM-LES[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2013, 45(11): 87-96.
- [9] 杜睿, 施保昌. 格子 Boltzmann 方法中的曲边界处理[J]. 计算物理, 2006, 23(4): 405-411.  
Du Rui, Shi Baochang. Curve Boundary Treatment in the Lattice Boltzmann Method[J]. Computational Physics, 2006, 23(4): 405-411.
- [10] Ladd A J C. Numerical Simulations of Particular Suspensions Via a Discretized Boltzmann Equation. Part I: Theoretical Foundation[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2006, 271: 285-309.
- [11] Germano M, Piomelli U, Moin P, et al. A Dynamic Subgrid-scale Eddy Viscosity Model[J]. Physics of Fluids A, 1991, 3(7): 1760-1765.
- [12] Lilly D. A Proposed Modification of the Germano Subgrid-scale Closure Method[J]. Physics of Fluids A, 1992, 4(3): 633-635.
- [13] Lallemand P, Luo L S. Theory of the Lattice Boltzmann Method: Dispersion, Dissipation, Isotropy, Galilean Invariance, and Stability[J]. Physical Review E, 2000, 61(6): 6546-6562.
- [14] Mei Renwei, Luo L S, Shyy Wei. An Accurate Curved Boundary Treatment in the Lattice Boltzmann Method[J]. Journal of Computational Physics, 1999, 155(2): 307-330.
- [15] 郭照立, 郑楚光. 格子 Boltzmann 方法的原理及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 149-156.  
Guo Zhaoli, Zheng Chuguang. Principles and Applications of Lattice Boltzmann Method[M]. Beijing: Science Press, 2008: 149-156.
- [16] Qian Yucheng, D'Humières D, Lallemand P. Lattice BGK Models for Navier-Stokes Equation[J]. Europhysics Letters, 1992, 17(6): 479-489.
- [17] Chen Tongqing, Zhang Qinghe, Cheng Liang. Performance Investigation of 2D Lattice Boltzmann Simulation of Forces on Circular Cylinder[J]. Transaction of Tianjin University, 2010, 16(6): 417-423.
- [18] Tritton D. Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1959, 6(4): 47-567.
- [19] Zhao Ming, Cheng Liang, Teng Bin, et al. Numerical Simulation of Viscous Flow Past Two Circular Cylinders of Different Diameters[J]. Applied Ocean Research, 2005, 27(1): 39-55.
- [20] Kravchenko A G, Moin P. Numerical Studies of Flow over a Circular Cylinder at  $Re=3\ 900$ [J]. Physics of Fluids, 2000, 12(2): 403-417.

(责任编辑: 申剑)