doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2015.03.007

一种无模型的柔性关节机械臂非线性状态观测器设计

李 光,符 浩,杨 韵

(湖南工业大学 机械工程学院,湖南 株洲 412007)

摘 要:在复杂非线性摩擦阻尼参数以及模型参数不确定的情况下,针对柔性关节机器人的状态观测问题,提出一种基于神经网络的无模型非线性观测器。采用径向基神经网络(RBF)对系统模型进行在线逼近,通过 Lyapunov 稳定性分析推导,获得神经网络权值自适应律;通过引入鲁棒项来抑制神经网络逼近误差,加快观测误差的收敛速度;通过不同激励下的仿真分析,验证了提出方法的有效性。

关键词:柔性关节机械臂;状态观测器;非线性系统;鲁棒性

中图分类号: TP241.3

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2015)03-0035-06

A Model-Free Nonlinear State Observer for Manipulator with Flexible Joints

Li Guang, Fu Hao, Yang Yun

(School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: For the flexible joint manipulator state observer, proposes a model-free nonlinear observer based on neural network in the situation of uncertain model parameters and complex nonlinear friction damping parameter. By radial basis function neural network online approximation, the neural network weight adaptive law are deduced by Lyapunov stability theory; Through introducing the robust terms to suppress the neural approximation error, accelerates the convergence rate of state observing error; Simulation analysis with different excitation verifies the effectiveness of the proposed method.

Keywords: flexible joint manipulator; state observer; nonlinear systems; robustness

1 研究背景

由于轻型机械臂具有轻型化、类人构型、多传感器等特点,近年来在众多领域得到了广泛地应用,并 发挥着重要的作用。轻型机械臂的一个显著的特点 是,在驱动关节中广泛采用传动比大、质量轻和精度 高的谐波传动系统。但随着机械臂操作速度的提高 和操作载荷的增大,机械臂上的谐波减速器会引起 较大的关节柔性,这对机械臂末端的运动精度及其动力学性能产生不可忽视的影响。机械臂关节具有柔性关节特性^[1-2],且由之带来了附加的自由度。对于n个连杆的机械臂,在考虑其关节柔性的情况下,需要2n个广义坐标来完整地描述其动力学特性,显然,这是一个刚柔耦合的非线性系统。对柔性关节机械臂实现精确控制已成为近年来机器人控制领域研究的热门课题。奇异摄动法^[3]、反演控制法^[4]和

收稿日期: 2015-04-06

作者简介: 李 光(1963-), 男, 湖北孝感人, 湖南工业大学教授, 博士, 主要从事复杂机电一体化系统建模和控制研究,

E-mail: liguanguw@126.com

通信作者: 符 浩(1988-), 男, 湖南益阳人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为柔性机器人控制,

E-mail: fuhao318@yahoo.com

反馈线性化方法[5]都是柔性关节机器人常用的控制 方法。用上述控制方法设计控制器时,是假定所有 状态可直接获得,而在实际应用中,由于成本、硬 件安装等因素,难以获得所有状态量。例如实际商 品化的工业机器人,为了降低成本,只有位置传感 器,这种采用位置微分得到的速度信号容易引入高 频噪声,且其速度也不精确。因此,为了实现对柔 性关节机器人的良好控制,必须引入状态观测器。文 献[6]提出了基于位置量的状态观测器; 文献[7]给出 了具有主从结构的状态观测器,同时具有控制器的 功能; 文献[8]引入了一种基于电机位置传感器和固 连于机械臂上的加速度传感器的柔性关节机械臂状 态观测器。以上观测器的设计方法, 在很大程度上 都依赖于系统模型参数。但是由于测量和建模的不 确定性,负载变化及非线性摩擦阻尼干扰的影响,建 立精确的机器人动力学模型很困难。

本文应用非线性系统观测器的设计方法,提出了一种基于输出反馈的柔性关节机械臂系统速度状态变量观测器设计。观测器设计不依赖系统的具体数学模型和结构参数,而是应用径向基函数(radical basis function, RBF)神经网络解决模型不确定问题。

2 柔性关节机械臂动力学模型

在考虑连杆转动关节和电机输出轴非线性阻尼的情况下, *n* 连杆柔性关节机械臂动力学^[9]行为描述为

$$\begin{cases} H(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q}) + \tau_1(\dot{q}) + G(q) = -K(q-p), \\ J\ddot{p} + \tau_m(\dot{p}) = u + K(q-p), \end{cases}$$
(1)

式中: $q \in \mathbb{R}^n$ 为刚性连杆角位移;

p 为电机端角位移;

 $H(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为对称正定惯性矩阵;

 $C(q,\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ 为离心项和哥氏力项;

 $G(q) \in \mathbb{R}^n$ 为重力项;

 $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $K = \text{diag}[k_1, k_2, \dots, k_n]$ 为柔性关节的刚度矩阵, 其中 k_i 为各关节的刚度, $k_i > 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$);

 $J \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $J = \text{diag}[J_1, J_2, \dots, J_n]$ 为电机转动惯量矩阵,其中 J_i 为各电机的转动惯量 $J_i > 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$);

$$\mathbf{u} \in \mathbf{R}^n, \mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n]^{\mathsf{T}}$$
为控制力矩;

 $\tau_1(\dot{q}), \tau_m(\dot{p}) \in \mathbf{R}^n$ 分别为连杆转动关节和电机输出轴的非线性摩擦阻尼,其模型为

$$\begin{cases} \tau_{l,i}(\dot{q}_{i}) = \tau_{le,i} \operatorname{sign}(\dot{q}_{i}) + \tau_{lv,i}\dot{q}_{i} + \tau_{ls,i} \operatorname{sign}(\dot{q}_{i}) e^{-(\dot{q}_{i}/V_{ls,i})^{2}}, \\ \tau_{m,i}(\dot{p}_{i}) = \tau_{me,i} \operatorname{sign}(\dot{p}_{i}) + \tau_{mv,i}\dot{p}_{i} + \\ \tau_{ms,i} \operatorname{sign}(\dot{p}_{i}) e^{-(\dot{p}_{i}/V_{ms,i})^{2}}, \\ i = 1, 2, \dots, n_{\circ} \end{cases}$$

$$(2)$$

式中: $\tau_{c,i}$, $\tau_{v,i}$, $\tau_{s,i}$ 分别为库伦阻尼、粘性阻尼和静摩擦阳尼系数:

V. 为静摩擦衰减系数。

以上系统性能参数大都由实验获得,因此在建模的过程中难以得到其准确数值。

取状态变量, $X_1=q$, $X_2=\dot{q}$, $X_3=p$, $X_4=\dot{p}$, $X=[X_1X_2X_3X_4]^{\mathrm{T}}$,则原系统式(1)可改写为以下状态空间表达式:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BE(X, u), \\ Y = CX_{\circ} \end{cases}$$
 (3)

式中:
$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & I_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & I_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & I_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix}$$
;

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{n \times n} & \boldsymbol{0}_{n \times n} \\ \boldsymbol{I}_{n \times n} & \boldsymbol{0}_{n \times n} \\ \boldsymbol{0}_{n \times n} & \boldsymbol{0}_{n \times n} \\ \boldsymbol{0}_{n \times n} & \boldsymbol{I}_{n \times n} \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & I_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix};$$

$$E(X,u) = \begin{bmatrix} -H^{-1}(q) \left[C(q,\dot{q}) + \tau_1(\dot{q}) + G(q) + K(q-p) \right] - X_3 \\ J^{-1} \left[u - \tau_m(\dot{p}) + K(q-p) \right] \end{bmatrix};$$

Y为系统可测状态变量。

由 E(X,u) 的表达式可知,E(X,u) 为复杂的非线性函数向量,其中包含了非线性阻尼项。同时由于系统的其它参数存在不确定性,如工作负载的变化导致连杆质心和重量的不确定,难以获得准确的连杆惯性矩阵,柔性关节刚度无法精确测量获得等。因此,动力学系统(1)是一个不确定的非线性系统。

假设连杆和电机的输出角度 q, p 和控制输入 u 为可测量变量。本文的设计目标是:对于非线性不确定系统(3),设计状态观测器,并快速、准确地实现对速度状态变量 \dot{q} , \dot{p} 的估计,且对系统的不确定项具有鲁棒性。

3 基于神经网络的观测器设计

具有三层前向网络结构的 RBF 神经网络,能够 逼近任何一个非线性函数。RBF 神经网络由输入到 输出的映射是非线性的,而隐含层空间到输出层空 间的映射是线性的,因而可以大大加快学习速度,并避免局部极小问题,适合于实时控制的要求。因此,在本文的研究中,以具有如图 1 所示的 RBF 网络来对不确定函数向量 E(X,u) 进行逼近[10]。

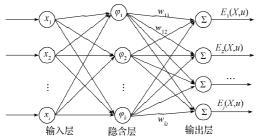


图1 RBF神经网络结构

Fig. 1 The RBF neural network structure

因此,不确定函数向量
$$E(X,u)$$
可以表示为
$$E(X,u)=W^{*T}\Psi(X,u)+\varepsilon(X,u), \qquad (4)$$

式中: W^* 为有界理想权值矩阵, $\|W^*\| \le w_N$, $w_N > 0$, $W^{*T} = [W_1^{*T}, W_2^{*T}, \dots, W_{2n}^{*T}]$, 且 $W_i^* = [w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{ik}]$ ($i=1,2,\dots 2n$), k为 RBF 网络的隐层节点数;

 $\Psi = [\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_k]^T$ 为高斯基函数; $\varepsilon(X, u) \text{ 为神经网络逼近误差,设} \varepsilon(X, u) \| \leq \varepsilon_N \circ$ 神经网络对 E(X, u) 的估计值可表示为

$$\hat{E}(X,u) = \hat{W}^{\mathsf{T}} \Psi(\hat{X},u), \tag{5}$$

式中: $\hat{\boldsymbol{W}}$ 为由本文算法调节的权值估计, $\hat{\boldsymbol{W}}^{T} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{W}}_{1}^{T}, & \hat{\boldsymbol{W}}_{2}^{T}, & \cdots, & \hat{\boldsymbol{W}}_{2n}^{T} \end{bmatrix}$, 且 $\hat{\boldsymbol{W}}_{i} \in \mathbf{R}^{2n}$ ($i=1,2,\cdots,2n$);

 \hat{X} 为状态变量X的估计值。

并且有

$$E(X,u) - \hat{E}(X,u) = W^{*T}\Psi(X,u) + \varepsilon(\hat{X},u) - W^{T}\Psi(\hat{X},u) = \varepsilon(\hat{X},u) - (W^{T} - W^{*T})\Psi(\hat{X},u) + W^{*T}(\Psi(X,u) - \Psi(\hat{X},u)) = \varepsilon(\hat{X},u) - \tilde{W}^{T}\Psi(\hat{X},u) + W^{*T}\tilde{\Psi}(X,\hat{X},u),$$
(6)

式中: $\hat{W}^{\mathsf{T}} = \hat{W}^{\mathsf{T}} - W^{*\mathsf{T}}$ 为权值误差矩阵;

 $\tilde{\Psi}(X,\hat{X},u) = \Psi(X,u) - \Psi(\hat{X},u)$ 为高斯基函数误差,且有[11]

$$\|\tilde{\boldsymbol{\Psi}}(\boldsymbol{X},\hat{\boldsymbol{X}},\boldsymbol{u})\| \leq \varepsilon_{\Psi}, \ \varepsilon_{\Psi} > 0$$

在系统(3)中,可知矩阵对(A,C)可观测,矩阵对(A,B)可控。设计如下状态观测器:

$$\begin{cases} \hat{X} = A\hat{X} + B\hat{E} + L(Y - C\hat{X}) + Bv(\hat{X}, u, t), \\ \hat{Y} = C\hat{X}_{\circ} \end{cases}$$
 (7)

式中: \hat{X} 为估计状态;

 $\hat{\mathbf{y}}$ 为由估计状态 $\hat{\mathbf{x}}$ 得到的输出量;

L 为使矩阵 $A_0 = A - LC$ 的特征多项式为严格 Hurwitz 多项式的观测器增益常数矩阵;

$$v(\hat{X}, u, t) \in \mathbb{R}^n$$
为鲁棒项。

定义系统(3)的状态与观测器(7)的状态偏差为 $e(t) = X - \hat{X}$,则可以得到以下偏差系统方程:

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t) = \boldsymbol{A}_0 \boldsymbol{e}(t) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{E} - \hat{\boldsymbol{E}}) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{v}_{\circ}$$
 (8)

定理 1 对于模型不确定的多连杆柔性关节机械臂系统(3),采用非线性状态观测器(7),同时应用RBF 神经网络对不确定项 E(X,u)进行逼近,则状态估计误差渐进收敛于 0。

证明 选取如下 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} e^{\mathrm{T}}(t) \mathbf{P} e(t) + \frac{1}{2} \operatorname{tr}(\tilde{\mathbf{W}}^{\mathrm{T}} \mathbf{\Gamma}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}), \tag{9}$$

式中: P 为对称正定矩阵,并满足 Lyapunov 方程, $A_0^T P + P A_0 = -Q$,Q 为正定对称矩阵;

Г为对称正定矩阵。

将式(9)求对时间的一阶导数,并利用式(6)和式(8),得

$$\dot{\mathbf{V}} = -\frac{1}{2} e^{\mathsf{T}}(t) \mathbf{Q} e(t) + e^{\mathsf{T}}(t) \mathbf{P} \mathbf{B} \left(\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{W}^{*\mathsf{T}} \tilde{\mathbf{\Psi}} - \tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{T}} \mathbf{\Psi} \left(\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{u} \right) \right) + \operatorname{tr} \left(\tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}} \right) - e^{\mathsf{T}}(t) \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{v} =$$

$$-\frac{1}{2} e^{\mathsf{T}}(t) \mathbf{Q} e(t) + e^{\mathsf{T}}(t) \mathbf{P} \mathbf{B} \left(\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{W}^{*\mathsf{T}} \tilde{\mathbf{\Psi}} \right) -$$

$$e^{\mathsf{T}}(t) \mathbf{P} \mathbf{B} \tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{T}} \mathbf{\Psi} \left(\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{u} \right) + \operatorname{tr} \left(\tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}} \right) - e^{\mathsf{T}}(t) \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{v}$$

根据文献[12]的结论,对被观测对象(3),当矩阵对(A,C)可观测,且矩阵对(A,B)可控制时,如果存在矩阵 F,使得 $Z_F(s) = F^TC(sI - A_0)^{-1}$ B为严格正实函数矩阵,则 $PB = C^TF$ 有解。因此有

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}e^{T}(t)Qe(t) + \tilde{Y}^{T}F(\varepsilon + W^{*T}\tilde{\Psi}) -$$

$$\tilde{Y}^{T}F\tilde{W}^{T}\Psi(\hat{X},u) + tr(\tilde{W}^{T}\Gamma^{-1}\dot{\tilde{W}}) - \tilde{Y}^{T}Fv =$$

$$-\frac{1}{2}e^{T}(t)Qe(t) + \tilde{Y}^{T}F(\varepsilon + W^{*T}\tilde{\Psi}) +$$

$$tr[\tilde{W}^{T}(\Gamma^{-1}\dot{\tilde{W}} - \Psi(\hat{X},u)\tilde{Y}^{T}F)] - \tilde{Y}^{T}Fv,$$

式中 $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{y}}$ 为输出误差向量。

取权值矩阵自适应律

$$\dot{\tilde{W}} = \dot{\hat{W}} = \Gamma \Psi (\hat{X}, u) \tilde{Y}^{\mathsf{T}} F, \qquad (10)$$

同时, $v=K_s$ sign(\tilde{Y}), K_s =diag[$k_{s,1},k_{s,2},\cdots,k_{s,2n}$],其中 $k_{s,i}$ ($i=1,2,\cdots,2n$) 为常系数,从而可得

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}} (t) \boldsymbol{Q} \boldsymbol{e} (t) + \tilde{\boldsymbol{Y}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{F} (\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{W}^{*\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}) - \tilde{\boldsymbol{Y}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{F} \boldsymbol{v} \leq \\
\| \boldsymbol{F} \| (\| \tilde{y}_{1} \| + \| \tilde{y}_{2} \| + \dots + \| \tilde{y}_{2n} \|) (\boldsymbol{\varepsilon}_{N} + \| \boldsymbol{W}^{*} \| \boldsymbol{\varepsilon}_{\Psi}) - \\
\| \boldsymbol{F} \| (\| \tilde{y}_{1} \| + \| \tilde{y}_{2} \| + \dots + \| \tilde{y}_{2n} \|) \cdot \\
(k_{s,1} \| \tilde{y}_{1} \| + k_{s,2} \| \tilde{y}_{2} \| + \dots + k_{s,2n} \| \tilde{y}_{2n} \|)_{\Omega}$$

设 $k_{s,i} \ge \varepsilon_N + \| \boldsymbol{W}^* \| \varepsilon_{\psi} (i = 1, 2, \dots, 2n), \, \, \text{则有} \, \dot{V} \le 0.$ 根据 Lyapunov 稳定性定理可知, $\lim_{t \to \infty} (V) = 0$,即状态估计误差渐进趋于 0。

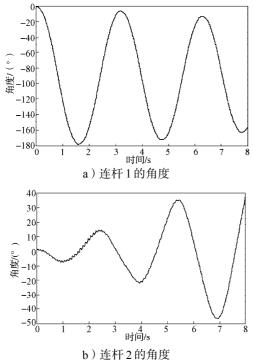
4 仿真分析

考虑二连杆柔性关节机械手,其中连杆为匀质刚性杆。2个关节的刚度系数 $k_1=k_2=500$ Nm/rad,各连杆质量 $m_1=m_2=2.0$ kg,各连杆长度 $l_1=l_2=1.0$ m,各关节电机转动惯量 $J_1=J_2=2.0$ kg·m²。动力学模型如式(1),引入的非线性阻尼模型如式(2),各参数的取值如下:

$$\begin{split} & \tau_{\rm k,l} \!=\! \tau_{\rm k,2} \!\!=\!\! 0.1 \,, \! \tau_{\rm mc,l} \!=\! \tau_{\rm mc,2} \!\!=\!\! 0.05 \,, \! \tau_{\rm k,l} \!\!=\! \tau_{\rm lv,2} \!\!=\!\! 0.1 \,, \! \tau_{\rm mv,l} \!\!=\!\! \tau_{\rm mv,2} \!\!=\!\! 0.1 \,, \\ & \tau_{\rm k,l} \!\!=\! \tau_{\rm k,2} \!\!=\!\! 0.1 \,, \! \tau_{\rm ms,l} \!\!=\! \tau_{\rm ms,2} \!\!=\!\! 0.1 \,, \! V_{\rm k,l} \!\!=\! V_{\rm k,2} \!\!=\!\! 0.1 \,, \! V_{\rm ms,l} \!\!=\! V_{\rm ms,2} \!\!=\!\! 0.1 \,, \end{split}$$

按式(7)设计状态观测器,选取常数矩阵 L,使得矩阵 A_0 =A – LC 的 8 个特征根为; 10^3 ×[-1, -2, -3+i, -3-i, -6, -7+3i, -7-3i, -5];选择隐含层单元个数 k=5;权值矩阵自适应律增益为 Γ =0.01<math>I;Lyapunov 方程 A_0 P+ PA_0 =-Q 中 Q=50 I;鲁棒项中 k_s =10 (i=1,2,…,2n)。

仿真1 连杆初始状态为0,即X=0;零输入,即u=0,仿真结果如图2所示。



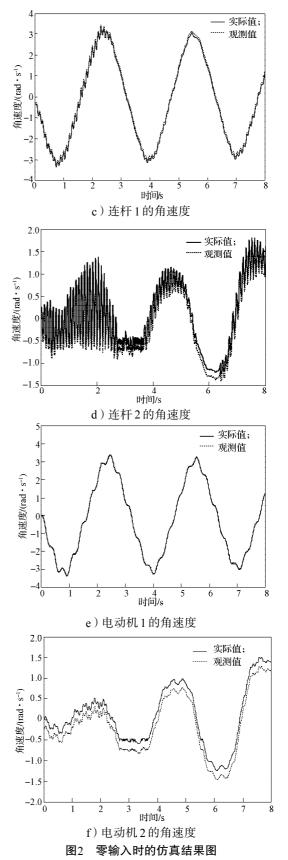
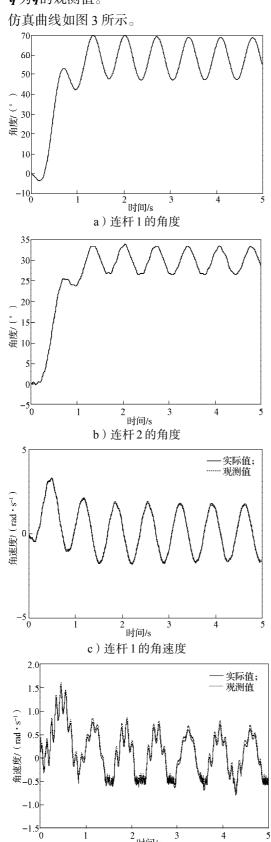


Fig. 2 Simulation results with zero-input **仿真** 2 连杆初始状态为 0,连杆 1, 2 的期望转角 q_d =[60, 30]^T采用简单且不依赖于系统模型的 PD 控制,其中速度状态变量取自于观测值

 $u = K_{v} \dot{\hat{q}} + K_{p} (q - q_{d}),$ (11)式中:控制增益 $K_v=5 \times I$, $K_p=10 \times I$;

 \hat{q} 为 \dot{q} 的观测值。



2 时间/s

d) 连杆2的角速度

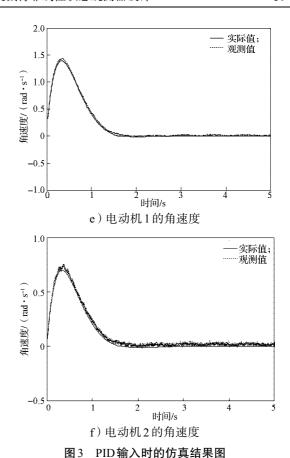


Fig. 3 Simulation results of PID input

以上的仿真结果表明,在不同输入状态下,不基 于模型的状态观测器均能对系统状态变量进行相对 精确地逼近。当估计的初始值与系统实际值存在误 差时, 其误差能在很短的时间内得到消除。通过采 用饱和函数代替鲁棒项中的符号函数等方法,可以 有效地抑制抖动。

5 结语

多连杆柔性关节机械臂系统,由于参数的不确 定性和复杂非线性摩擦阻尼的存在, 其准确模型无 法获得。本文通过构建基于 RBF 神经网络逼近系统 未知动力学模型。在此基础上设计了具有非线性观 测器,解决了模型不确定的柔性关节机器人系统的 速度状态的观测问题。在考虑连杆端和电机端复杂 摩擦阻尼下,以二连杆柔性关节机械臂为例进行仿 真分析,结果证明了所提出方法的有效性和正确性。

参考文献:

[1] 潘 博,孙 京,于登云.柔性关节空间机械臂建模、控 制与仿真[J].系统仿真学报, 2010, 22(8): 1826-1831. Pan Bo, Sun Jing, Yu Dengyun. Modeling, Control and

- Simulation of Space Manipulators with Flexible Joints[J]. Journal of System Simulation, 2010, 22(8): 1826–1831.
- [2] 党 进, 倪风雷, 刘业超, 等. 基于新型补偿控制策略的 柔性关节控制器设计[J]. 机器人, 2011, 33(2): 150-155. Dang Jin, Ni Fenglei, Liu Yechao, et al. Design for Flexible Joint Controller Based on a New Compensation Control Strategy[J]. Robot, 2011, 33(2): 150-155.
- [3] Yao Han, Xie Wenfang, Ye Cang. A Composite Approach to Adaptive Neural Networks Control of Unknown Flexible Joint Robots[J]. International Journal of Intelligent Control and Systems, 2007, 12(3): 245–253.
- [4] 赵丹青. 机器人的柔性关节机械手控制研究[J]. 计算机仿真, 2011, 28(2): 244-247.
 Zhao Danqing. Research on Flexible-Joint Control for Robots [J]. Computer Simulation, 2011, 28(2): 244-247.
- [5] 孙敬颋, 史士财, 王学飞, 等. 大型空间机械臂柔性关节的微分几何算法控制器设计[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2012, 33(11): 1371-1376.
 Sun Jingting, Shi Shicai, Wang Xuefei, et al. Controller Design of Large Space Manipulator Flexible Joint Using Differential Geometry Algorithm[J]. Journal of Harbin
- [6] Oh J H, Lee J S. Backstepping Control Design of Flexible Joint Manipulator Using Only Position Measurements[C]// Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision & Control. Tampa: IEEE, 1998: 931–936.

Engineering University, 2012, 33(11): 1371-1376.

[7] Gyurkovics Éva, Svirko Dmitri. A Nonlinear Observer for Flexible Joint Robots[J]. Periodica Polytechnica Ser. Mech.

- Eng., 2002, 46(2): 127-137.
- [8] Rodriguez-Angeles A, Nijmeijer H. Synchronizing Tracking Control for Flexible Joint Robots via Estimated State Feedback[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2004, 26(1): 162–172.
- [9] Lozano R, Valera A, Albertos P, et al. PD Control of Robot Manipulators with Joint Flexibility Actuators Dynamics and Friction[J]. Automatica, 1999, 35(10): 1697-1700.
- [10] Ge S S, Lee T H, Tan E G. Adaptive Neural Network Control of Flexible Joint Robot Based on Feedback Linearization[J]. International Journal of Systems Science, 1998, 29(6): 623-635.
- [11] 刘金琨. 机器人控制系统的设计与MATLAB仿真[M]. 北京:清华大学出版社,2008;31-33. Liu Jinkun. Robot Control System Design and Simulation of MATLAB[M]. Tsinghua University Press,2008;31-33.
- [12] 武宏伟, 戴琼海, 王 普, 等. 基于神经网络的非线性系统的观测器设计[J]. 清华大学学报:自然科学版,2000,40(3):44-47.

 Wu Hongwei, Dai Qionghai, Wang Pu, et al. Neural-Network-Based Observers for Nonlinear Systems[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2000,40(3):44-47.

(责任编辑:邓光辉)