

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2014.01.013

# 基于观测器的柔性关节机械臂滑模控制

黄 华<sup>1</sup>, 李 光<sup>2</sup>, 林 鹏<sup>2</sup>, 杨 韵<sup>2</sup>, 李 庆<sup>2</sup>

(1. 湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412007; 2. 湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

**摘 要:** 柔性机械臂在运动过程中会产生如扭曲、弹性、剪切等形变, 给柔性机械臂的分析和控制带来困难。为了满足柔性机械臂高性能的控制要求, 提出将基于观测器的滑模控制方法用于柔性机械臂中, 设计一个观测器观测柔性机械臂系统各个状态变量, 并且采用滑模变结构设计控制器。仿真结果表明, 基于观测器的柔性关节机械臂滑模控制方法能够很好地观测到系统各个状态变量, 且状态估计误差趋近于零, 满足柔性臂的快速跟踪性要求, 具有很好的实践意义。

**关键词:** 柔性机械臂; 滑模控制; 状态观测器

**中图分类号:** TP368.4

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2014)01-0062-05

## Observer-Based Sliding Mode Control of Flexible Joint Manipulator

Huang Hua<sup>1</sup>, Li Guang<sup>2</sup>, Lin Peng<sup>2</sup>, Yang Yun<sup>2</sup>, Li Qing<sup>2</sup>

(1. School of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China;

2. School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** Flexible manipulator arm occurs twisted, elastic and shearing deformations in the process of movement, which brings difficulty to its analysis and control. In order to meet the requirements of high performance control of flexible arm, proposes the observer-based sliding mode control method for flexible manipulator, designs an observer to monitor the state variables of flexible manipulator arm system, and applies sliding mode variable structure to design the controller. The simulated result shows that the proposed method does well in observing the variables of the system and the state estimation error approaches to zero, which meets the fast tracking of flexible arm, and has good practical significance.

**Keywords:** flexible manipulator arm; sliding mode control; state observer

## 0 引言

目前, 关于机械臂的研究主要集中在机械臂是刚性的情况, 但实际应用中, 空间机械臂由于质量轻、体积小, 所以必须考虑机械臂的柔性才能取得良好的控制精度和稳定性。因此, 柔性机械臂成为近年来控制领域的重要研究对象之一<sup>[1-2]</sup>。

本质上而言, 柔性机械臂是一个无穷维分布参数系统, 存在非最小相位特性以及臂杆弹性振动等

问题<sup>[3]</sup>。对于柔性机械臂这样复杂的控制对象, 国内外学者提出了多种控制方法。如 Woosoon Yim<sup>[2]</sup>对由 1 个柔性杆和 2 个刚性杆组成的机器人系统进行了研究, 给出了柔性机器人的逆笛卡尔轨道和控制方法。李元春等<sup>[4]</sup>采用奇异摄动理论和假设模态法将柔性臂系统分解成了慢变和快变两个系统, 提出了关节角补偿控制思想, 并给出了补偿控制算法。孙富春等<sup>[5]</sup>提出了一种多速率神经网络自适应混合控制器

收稿日期: 2013-11-29

作者简介: 黄 华 (1989-), 男, 湖北武汉人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为现代控制理论及其在电力电子系统中的应用, E-mail: hhwuhan@163.com

方法, 运用奇异摄动理论将柔性臂分解为快、慢两个子系统, 对每个子系统分别设计控制律, 组成混合控制器, 取得了较好的控制效果。李光等人<sup>[6]</sup>提出了一种基于趋近律的机械臂滑模控制方法, 并改进了趋近律, 该方法具有明显抑制抖振、缩小跟踪误差的优点。刘才山等人<sup>[7]</sup>采用线性二次型调节器 (linear quadratic regulator, LQR) 方法设计弹性模态控制器, 基本抑制了柔性臂的振动, 但是引起了关节轨迹出现跟踪误差。

已有研究各有其优势, 但实现柔性臂系统自动控制的前提, 就是要对系统运行过程中各种状态进行准确地测量, 而复杂的柔性臂系统运行过程的各个状态变量几乎无法通过物理测量取得。因此, 本文将基于观测器的滑模控制方法用于柔性机械臂设计中, 以期能够解决这一问题。具体思路为: 首先设计一个观测器, 以对柔性臂系统各个状态变量进行观测, 然后用滑模变结构控制方法设计控制器。最后, 通过仿真实验, 对基于观测器的滑模控制策略的可行性进行验证。

## 1 柔性机械臂动力学模型

柔性机械臂实质上是无穷维连续分布参数系统, 其特点是强耦合、非线性、时变、多输入多输出。已有研究一般采用假设模态法分析柔性臂, 再通过拉格朗日方程简化其动力学模型。本文柔性机械臂采用如下动力学模型<sup>[1]</sup>:

$$\begin{cases} I\ddot{q} + Mgl \sin q + K(q - \theta) = 0, \\ J\ddot{\theta} - K(q - \theta) = u - d(t) \circ \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $q$  和  $\theta$  分别为关节位置和电机转动角度;

$I$  和  $J$  分别为柔性臂和转子的转动惯量;

$K$  为关节刚度系数,  $K$  越大说明柔性机械臂弹性刚度越大, 柔性越小,  $K$  越小则柔性机械臂弹性刚度越小, 柔性越大;

$d(t)$  为建模不确定性和外界干扰力矩;

$M, g, l$  分别为连杆质量、重力加速度和连杆质心到关节的长度;

$u$  为电机转矩输入。

取状态变量

$$x_1 = q, \quad x_2 = \dot{q}, \quad x_3 = \theta, \quad x_4 = \dot{\theta}, \quad (2)$$

则式 (1) 可以写成如下状态方程的形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_1 x_3 + f_1 + d_1(t), \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = a_2 u + f_2 + d_2(t), \end{cases} \quad (3)$$

式 (3) 中:  $a_1 = K/I$ ,  $f_1 = -\frac{Mgl}{I} \sin x_1 - \frac{K}{I} x_1$ ,  $a_2 = 1/J$ ,  $f_2 = \frac{K}{J} (x_1 - x_3)$ ,  $d_1(t)$ ,  $d_2(t)$  分别为建模不确定部分以及外界的干扰信号。

## 2 观测器的设计与分析

要对系统实现准确地自动控制, 必须得到系统各种状态的准确值。但是, 随着系统复杂程度的提高, 依靠传感器等来测量状态信息会增加硬件的复杂性, 甚至可能导致系统不稳定。而且某些状态信息受条件限制, 无法通过物理测量取得。此时, 状态观测器提供了新的思路: 若被控对象的解析模型已知, 则可通过设计状态观测器, 再根据系统的外部变量 (输出变量和输入变量) 的实际测量值, 求出状态变量的估计值。

柔性机械臂的观测器设计, 首先要设计一个辅助系统, 以对柔性臂系统状态进行重构:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = \lambda_2 + m_1 (x_1 - \lambda_1) + n_1 (x_1 - \lambda_1), \\ \dot{\lambda}_2 = a_1 x_3 + f_1 + n_2 (x_1 - \lambda_1), \\ \dot{\lambda}_3 = \lambda_4 + m_2 (x_3 - \lambda_3) + n_3 (x_3 - \lambda_3), \\ \dot{\lambda}_4 = a_2 u + f_2 + n_4 (x_3 - \lambda_3) \circ \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $m_1, m_2, n_1, n_2, n_3, n_4$  是待设计的实数。

针对式 (4), 运用滑模观测器和 Luenberger 观测器的思想, 构造如下观测器:

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = \lambda_1, \\ \hat{x}_2 = \lambda_2 + m_1 (x_1 - \lambda_1), \\ \hat{x}_3 = \lambda_3, \\ \hat{x}_4 = \lambda_4 + m_2 (x_3 - \lambda_3) \circ \end{cases} \quad (5)$$

状态估计值取  $\hat{x}_i$ , 估计误差定义为:

$$\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i, \quad (6)$$

将式 (4) 和式 (5) 代入式 (6) 中, 可得到

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \lambda_2 + m_1 (x_1 - \lambda_1) + n_1 (x_1 - \lambda_1) = \hat{x}_2 + n_1 \tilde{x}_1, \\ \dot{\hat{x}}_2 = a_1 x_3 + f_1 + m_1 \tilde{x}_2 + (n_2 - m_1 n_1) \tilde{x}_1, \\ \dot{\hat{x}}_3 = \lambda_4 + m_2 (x_3 - \lambda_3) + n_3 (x_3 - \lambda_3) = \hat{x}_4 + n_3 \tilde{x}_3, \\ \dot{\hat{x}}_4 = a_2 u + f_2 + m_2 \tilde{x}_4 + (n_4 - m_2 n_3) \tilde{x}_3 \circ \end{cases} \quad (7)$$

对于设计的上述滑模观测器进行分析, 取如下 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \tilde{x}_i^2 \quad (8)$$

对式 (8) 进行求导, 且为求公式简单化, 令

$$\bar{n}_2 = n_2 - m_1 n_1, \quad \bar{n}_4 = n_4 - m_2 n_3,$$

可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \bar{x}_1(x_2 - \hat{x}_2 - n_1 \bar{x}_1) + \bar{x}_2(d_1(t) - m_1 \bar{x}_2 - \bar{n}_2 \bar{x}_1) + \\ & \bar{x}_3(x_4 - \hat{x}_4 - n_3 \bar{x}_3) + \bar{x}_4(d_2(t) - m_2 \bar{x}_4 - \bar{n}_4 \bar{x}_3) = \\ & (1 - \bar{n}_2)\bar{x}_1 \bar{x}_2 + (1 - \bar{n}_4)\bar{x}_3 \bar{x}_4 - n_1 \bar{x}_1^2 - m_1 \bar{x}_2^2 - \\ & n_3 \bar{x}_3^2 - m_2 \bar{x}_4^2 + d_1(t)\bar{x}_2 + d_2(t)\bar{x}_4. \end{aligned} \quad (9)$$

设  $\bar{n}_2 = \bar{n}_4 = 1$ , 利用不等式

$$\rho_i^2/2 + \bar{x}_j^2/2 \geq \rho_i |\bar{x}_j| \geq d_i(t)\bar{x}_j,$$

代入式(9)得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -n_1 \bar{x}_1^2 - m_1 \bar{x}_2^2 - n_3 \bar{x}_3^2 - m_2 \bar{x}_4^2 + \frac{\rho_1^2}{2} + \frac{\bar{x}_2^2}{2} + \frac{\rho_2^2}{2} + \frac{\bar{x}_4^2}{2} \leq \\ & -\left(n_1 \bar{x}_1^2 + n_3 \bar{x}_3^2 + \left(m_1 - \frac{1}{2}\right)\bar{x}_2^2 + \left(m_2 - \frac{1}{2}\right)\bar{x}_4^2\right) + \frac{\rho_1^2}{2} + \frac{\rho_2^2}{2}. \end{aligned} \quad (10)$$

令  $m_1 \geq \frac{1}{2} + r$ ,  $m_2 \geq \frac{1}{2} + r$ ,  $n_1 \geq r$ ,  $n_3 \geq r$ , 其中  $r$  是一个正实数, 则有

$$\begin{aligned} n_1 \bar{x}_1^2 + n_3 \bar{x}_3^2 + \left(m_1 - \frac{1}{2}\right)\bar{x}_2^2 + \left(m_2 - \frac{1}{2}\right)\bar{x}_4^2 \geq \\ r\left(\bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2 + \bar{x}_3^2 + \bar{x}_4^2\right), \end{aligned} \quad (11)$$

所以有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -r\left(\bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2 + \bar{x}_3^2 + \bar{x}_4^2\right) + \frac{\rho_1^2}{2} + \frac{\rho_2^2}{2} \leq \\ & -2rV + \frac{\rho_1^2}{2} + \frac{\rho_2^2}{2}. \end{aligned} \quad (12)$$

设  $\rho = \frac{\rho_1^2}{2} + \frac{\rho_2^2}{2}$ ,  $r \geq \rho/(2p)$ ,  $V = p$ , 则有

$$\dot{V} \leq -2rp + \rho \leq 0,$$

那么当  $V(0) \leq p$ ,  $t \geq 0$  时, 则有  $V(t) \leq p$ .

解式(12)可得:

$$V \leq \frac{\rho}{2r} + \left(V(0) - \frac{\rho}{2r}\right)e^{-2rt}, \quad (13)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \frac{\rho}{2r}. \quad (14)$$

由以上推导可知, 系统收敛精度取决于  $d_1(t)$ ,  $d_2(t)$  的上界以及观测器的初始误差。且通过  $r$  的取值, 可以使观测误差任意小。故可以得出如下结论: 以式(3)和式(5)组成的系统为研究对象, 如果初始条件  $V(0) \leq p$ , 其中  $p$  是任意的正实数, 那么可以通过改变参数  $l_1, l_2, m, n$  的数值, 使得系统的观测误差收敛到任意小。

### 3 滑模控制器的设计与分析

柔性臂的控制目标是  $x_1 \rightarrow x_d$ , 假设系统的干扰力矩为零, 即  $d_1(t) = d_2(t) = 0$ , 可得如下误差方程:

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - x_d, \\ e_2 = \dot{e}_1 = \dot{x}_2 - \dot{x}_d, \\ e_3 = \ddot{e}_1 = \ddot{x}_2 - \ddot{x}_d = a_1 x_3 + f_1 - \ddot{x}_d, \\ e_4 = \ddot{e}_1 = a_1 \dot{x}_3 + \dot{f}_1 - \ddot{x}_d = a_1 x_4 + \dot{f}_1 - \ddot{x}_d. \end{cases} \quad (15)$$

观测器的误差方程为:

$$\begin{cases} \hat{e}_1 = \hat{x}_1 - x_d, \\ \hat{e}_2 = \hat{x}_2 - \dot{x}_d, \\ \hat{e}_3 = a_1 \hat{x}_3 + \hat{f}_1 - \ddot{x}_d, \\ \hat{e}_4 = a_1 \hat{x}_4 + \hat{f}_1 - \ddot{x}_d, \end{cases} \quad (16)$$

则有

$$\begin{cases} \bar{e}_1 = e_1 - \hat{e}_1 = \bar{x}_1, \\ \bar{e}_2 = e_2 - \hat{e}_2 = \bar{x}_2, \\ \bar{e}_3 = e_3 - \hat{e}_3 = a_1 \bar{x}_3 + f_1 - \hat{f}_1, \\ \bar{e}_4 = e_4 - \hat{e}_4 = a_1 \bar{x}_4 + \dot{f}_1 - \hat{f}_1, \end{cases} \quad (17)$$

取滑模函数为

$$s = c_1 e_1 + c_2 e_2 + c_3 e_3 + e_4, \quad (18)$$

其中  $c_i > 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ , 按 Hurwitz 设计。

则有

$$\begin{aligned} \dot{s} = & c_1 \bar{e}_1 + c_2 \bar{e}_2 + c_3 \bar{e}_3 + \bar{e}_4 = c_1 \bar{x}_1 + c_2 \bar{x}_2 + \\ & c_3(a_1 \hat{x}_3 + f_1 - \hat{f}_1) + a_1 \bar{x}_4 + \dot{f}_1 - \hat{f}_1, \end{aligned} \quad (19)$$

滑模控制器的控制律设计为

$$\begin{aligned} u = & -\frac{1}{a_1 a_2} \left( c_1 (\hat{x}_2 - \dot{x}_d) + c_2 (a_1 \hat{x}_3 + \hat{f}_1 - \ddot{x}_d) + \right. \\ & \left. c_3 (a_1 \hat{x}_4 + \hat{f}_1 - \ddot{x}_d) + a_1 \dot{f}_2 + \dot{f}_1 - \ddot{x}_d + \eta \dot{s} \right), \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)中,  $\eta > 0$ 。

则有

$$\begin{aligned} \dot{s} = & c_1 \dot{e}_1 + c_2 \dot{e}_2 + c_3 \dot{e}_3 + \dot{e}_4 = \\ & c_1 \bar{x}_2 + c_2 a_1 \bar{x}_3 + c_3 a_1 \bar{x}_4 + c_2 (f_1 - \hat{f}_1) + c_3 (f_1 - \hat{f}_1) + \\ & a_1 (f_2 - \hat{f}_2) + (f_1 - \hat{f}_1) - \eta (s - \bar{s}). \end{aligned}$$

取 Lyapunov 函数为

$$V_c = \frac{1}{2} s^2,$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_c = & s \dot{s} = -\eta s^2 + s \left[ \eta c_1 \bar{x}_1 + (\eta c_2 + c_1) \bar{x}_2 + \right. \\ & (\eta c_3 a_1 + c_2 a_1) \bar{x}_3 + (\eta a_1 + c_3 a_1) \bar{x}_4 + (\eta c_3 + c_2) (f_1 - \hat{f}_1) + \\ & \left. (\eta + c_3) (f_1 - \hat{f}_1) + a_1 (f_2 - \hat{f}_2) + (f_1 - \hat{f}_1) \right]. \end{aligned}$$

由以上的观测器设计可得知, 当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4 \rightarrow 0$ , 所以  $f_1 - \hat{f}_1, f_1 - \hat{f}_1, f_2 - \hat{f}_2, f_1 - \hat{f}_1$  也趋近于 0, 当  $\eta$  取值足够大时, 可以保证  $\dot{V}_c \leq 0$ , 从而当  $t \rightarrow \infty$  时,  $s \rightarrow 0$ 。

闭环系统的 Lyapunov 函数为  $V = V_o + V_c$ , 则有  $\dot{V} = \dot{V}_o + \dot{V}_c \leq 0$ 。所以系统在此控制律下可以达到渐进稳定。

当  $s=0$  时, 有  $e_4=c_1e_1-c_2e_2-c_3e_3$ 。

$$\text{令 } E_1 = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{bmatrix},$$

则有  $\dot{E}_1 = AE_1$ , 通过  $c_1, c_2, c_3$  的设计使  $A$  为 Hurwitz, 从而当  $t \rightarrow \infty$  时,  $E_1 \rightarrow 0$ 。

为了使  $A$  为 Hurwitz, 需要

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(-c_3 - \lambda) - (c_1 - c_2\lambda) = -\lambda^3 - c_3\lambda^2 - c_2\lambda - c_1 = 0$$

的根部为负。取特征值为  $-10$ , 由  $(\lambda+10)^3=0$ , 可得  $\lambda^3+30\lambda^2+300\lambda+1\ 000=0$ , 从而按  $\lambda^3+c_3\lambda^2+c_2\lambda+c_1=0$ , 可得  $c_1=1\ 000, c_2=300, c_3=30$ 。

### 4 柔性机械臂系统仿真

不考虑外界干扰力矩以及系统建模的不确定性, 即令  $d_1(t)=d_2(t)=0$ , 被控对象取式 (3), 柔性杆和转子的转动惯量取  $I=J=1(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ , 连杆质量、重力加速度和连杆重心到关节长度取  $Mgl=10(\text{N} \cdot \text{m})$ , 关节刚度系数  $K=36(\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad})$ , 系统初始状态  $x(0)=[0.2 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ , 取柔性臂角度指令为  $x_d=\sin t$ 。观测器取式 (5), 其初始状态为  $\lambda(0)=[0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ , 观测器参数取  $m_1=m_2=5, n_1=n_3=4, n_2=n_4=1$ , 控制律取式 (15), 参数分别取  $c_1=1\ 000, c_2=300, c_3=30, \eta=1.5$ 。通过 Matlab 仿真, 所得结果如图 1~4 所示。

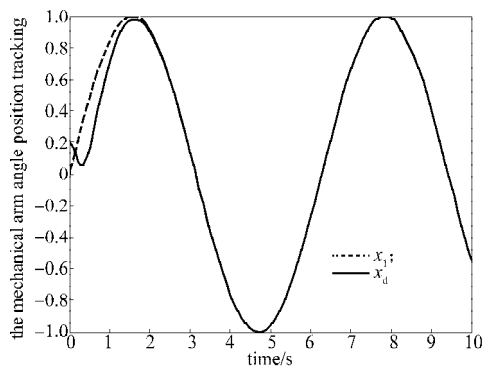
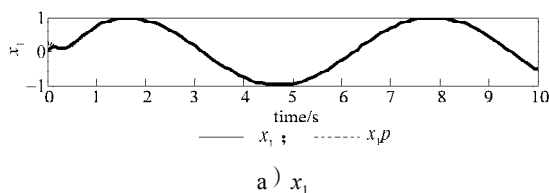


图1 柔性杆角度位置跟踪

Fig. 1 Flexible manipulator angle position tracking

由图 1 所示柔性杆角度位置跟踪结果可知, 在此控制策略下, 柔性机械臂具有很好的轨迹跟踪性, 并且跟踪误差较小。



a)  $x_1$

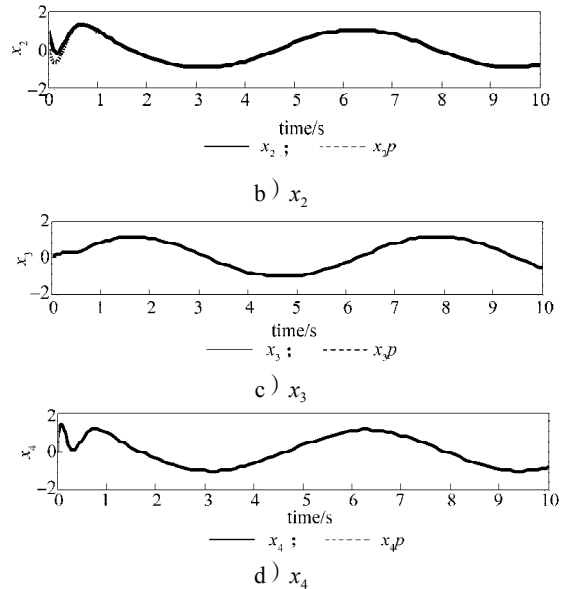


图2 系统各个状态的观测值

Fig. 2 The observed value for system each state

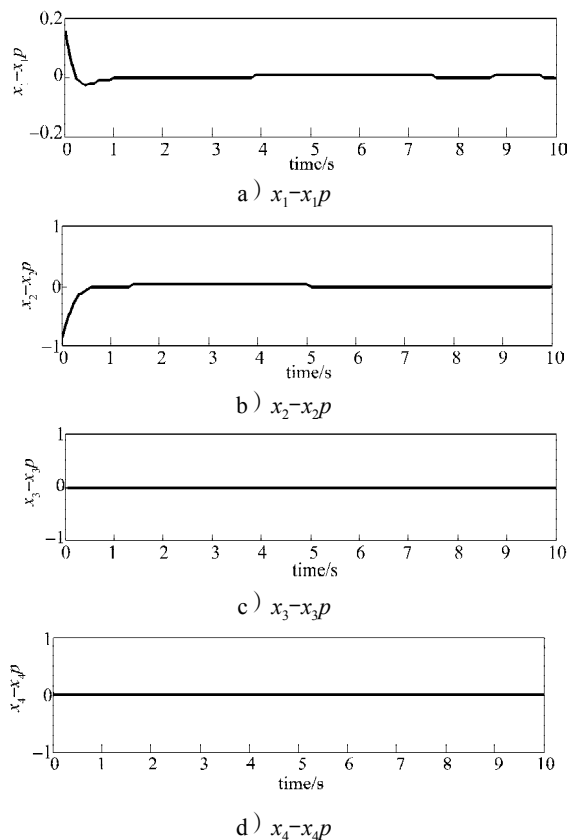


图3 系统的状态估计误差

Fig. 3 The estimation error of system state

分析图 2, 可以看出本文设计的观测器能够观测系统的各个状态变量, 并且由图 3 知系统的各个状态变量的估计误差渐进趋近于零。

图 4 所示为本文设计的观测器的控制输入信号, 从图中可看出, 本文设计的控制策略抑制了滑模变结构控制中常见的抖振问题。

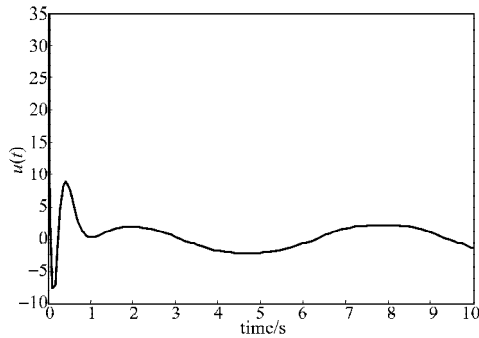


图4 柔性臂控制输入信号

Fig. 4 Control input signal of the flexible manipulator

## 5 结语

柔性机械臂在运动过程中会产生形变,如扭曲、弹性、剪切等,这些形变给柔性臂的分析和控制带来了许多困难。本文针对柔性臂的特点设计了一个辅助系统对柔性机械臂系统状态进行重构,然后设计观测器观测系统各个状态变量,并用滑模变结构控制方法设计控制器。实例仿真结果分析表明,所设计的观测器能够很好地观测到系统的各个状态变量,状态估计误差渐近于零,滑模控制策略保证了系统对轨迹的快速跟踪性,而且有效减弱了滑模控制中存在的抖振问题。因此,本文将基于观测器的滑模控制方法用于柔性机械臂的方法是有效的。

### 参考文献:

- [1] 彭礼辉,李光,刘领化.基于ADAMS的柔性焊接机器人动力学仿真[J].湖南工业大学学报,2011,25(4): 45-48.  
Peng Lihui, Li Guang, Liu Linghua. Dynamics Simulation

- of Flexible Welding Robot Based on ADAMS[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2011, 25(4): 45-48.
- [2] Yim W. Inverse Cartesian Trajectory Control and Stabilization of a Three-Axis Flexible Manipulator[J]. Journal of Robotic Systems, 1994, 11(4): 311-326.
- [3] 吴立成,杨国胜,邹新凯,等.柔性臂机器人建模、分析与控制[M].北京:高等教育出版社,2012: 24-29.  
Wu Licheng, Yang Guosheng, Kuai Xinkai, et al. Flexible-Link Manipulator Modeling, Analysis and Control[M]. Beijing: Higher Education Press, 2012: 24-29.
- [4] Vandegrift M W, Lewis F L, Zhu S Q. Flexible-Link Robot Arm Control by a Feedback Linearization/Singular Perturbation Approach[J]. Journal of Robotic Systems, 1994, 11(7): 591-603.
- [5] 孙富春,孙增圻.柔性连杆机器人的多速率神经网络混合控制器设计[J].控制与决策,1997,12(增刊1): 425-429.  
Sun Fuchun, Sun Zengqi. A Multirate Composite Neural Controller Design for Flexible-Link Robots[J]. Control and Decision, 1997, 12(S1): 425-429.
- [6] 黄华,李光.基于趋近律的机械臂滑模控制方法研究[J].湖南工业大学学报,2013,27(1): 62-66.  
Huang Hua, Li Guang. Research of a Sliding Mode Control Strategy for Manipulator Arm Based on Reaching Law[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2013, 27(1): 62-66.
- [7] 刘才山,王建明.柔性机械臂运动轨迹变结构双模控制[J].非线性动力学报,1997,4(1): 19-24.  
Liu Caishan, Wang Jianming. Variable Structure Dual Mode Control of Flexible Manipulator Trajectory[J]. Nonlinear Dynamic Journal, 1997, 4(1): 19-24.

(责任编辑:廖友媛)